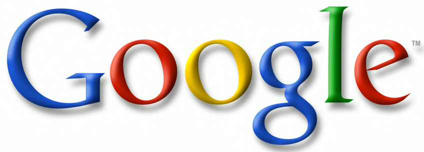


Grundriß
der
Kristallographie
für
Studierende und zum Selbstunterricht

von

Dr. Gottlob Linck,
o. ö. Professor der Mineralogie und Geologie an der Universität Jena.

Mit 604 Originalfiguren im Text u. 3 farbigen, lithographischen Tafeln

—— **Zweite umgearbeitete Auflage.** ——





Verlag von Gustav Fischer in Jena.
1908.

Vorwort zur ersten Auflage.

Bei der Ausarbeitung des vorliegenden Buches leitete den Verfasser der Gedanke, dem jüngeren, auch minder bemittelten Studenten die Möglichkeit zu geben zum Erwerb eines Buches, in dem er sich über die wichtigsten Kapitel der Kristallographie orientieren kann. Dies erscheint um so notwendiger, als der Kristallographie in den verwandten Wissenschaften eine immer steigende Bedeutung zukommt, so daß es z. B. für den Chemiker als geradezu unerläßlich bezeichnet werden darf, daß er sich einige Kenntnisse in der Kristallographie aneigne.

Für ein eingehenderes Studium dürfte das Buch allerdings weniger geeignet sein. In dieser Richtung lag aber auch keinerlei Bedürfnis vor, weil für diesen Zweck von Groth und Liebisch zwei Lehrbücher vorhanden sind, welche sich nach verschiedenen Seiten hin ergänzen.

Sollte aber der Zweck, ein billiges Buch zu schaffen, erreicht werden, so war es unbedingtes Erfordernis, daß auch der Verleger viel dazu beitrage. Ich kann nun mit Freuden feststellen, daß derselbe, Herr Dr. Gustav Fischer, keine Mühe und keine Kosten gescheut hat, um das Buch in gediegener Weise auszustatten und dabei den Preis doch möglichst niedrig zu bemessen. Ich sage Herrn Dr. Fischer dafür herzlichen Dank.

Dank bin ich auch meinem Assistenten, Herrn Zschimmer, für seine kräftige Unterstützung beim Zeichnen der Figuren und Herrn Lithograph Giltsch für die wohl gelungene Ausführung der Tafeln schuldig.

Zum Schluß will ich noch bemerken, daß ein Studium der Kristallographie ohne Modelle und ohne Kristalle eine überaus schwierige Aufgabe ist, und ich glaube daher im Interesse der Leser zu handeln, wenn ich ihnen die Anfertigung von Kristallmodellen mit Hilfe von durch jede Buchhandlung zu beziehenden Kristallnetzen empfehle und sie darauf aufmerksam mache, daß das rheinische Mineralienkontor von

D. F. Krantz in Bonn und wohl auch jede andere Mineralienhandlung bereit ist, Sammlungen von Modellen und Kristallen nach dem vorliegenden Buch zusammenzustellen.

JENA, im Januar 1896.

G. Linck.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Die vorliegende zweite Auflage hat eine fast vollständige Neubearbeitung erfahren. Hierbei ist ein besonderer Wert darauf gelegt worden, den Umfang des Buches nicht zu vermehren. Darum wurde manche weniger wichtige Ausführung gestrichen, manche andere vereinfacht und dafür viel Neues und Interessantes hinzugefügt. Insbesondere hat eine Vermehrung der Figuren stattgefunden und ich glaube, daß die nach Photographien hergestellten Kristallbilder viel dazu beitragen werden, dem Anschauungsvermögen nachzuhelfen.

Möge nun diese neue Auflage etwas dazu beitragen, unserer Wissenschaft neue Freunde zu gewinnen.

JENA, im Mai 1908.

G. Linck.

Inhalt.

Einleitung.

1. **Bau und Zustand der Materie.** Wir nehmen an, daß die Materie aus Molekülen und diese aus Atomen aufgebaut seien. Wir nehmen ferner an, daß die Moleküle eine bestimmte Form besitzen und schließen aus unseren Beobachtungen, daß sie in bestimmten Richtungen mit bestimmten Kräften begabt, und daß diese Kräfte im allgemeinen in verschiedenen Richtungen der Größe nach verschieden sind. Einen solchen Körper bezeichnet man als physikalisch anisotrop.

Die dem Molekül innewohnenden Kräfte sind zweierlei Art: anziehende und bewegende. Die letzteren veranlassen jedes Molekül, sich geradlinig fortzubewegen; dadurch stoßen die Moleküle zusammen, sie stoßen sich ab und beeinflussen sich gegenseitig in ihrer Wegrichtung. Wenn die bewegenden Kräfte überwiegen, befindet sich die Materie im Gaszustand. Überwiegen dagegen die anziehenden Kräfte, so ist die Materie flüssig oder fest.

Zwischen dem festen und flüssigen Zustand besteht keine bestimmbare Grenze, sondern es ist ein allmählicher Übergang vorhanden. Die Erscheinungsform hängt lediglich von der inneren Reibung, von der Verschiebbarkeit der Moleküle gegeneinander ab. Im allgemeinen kann man einen Körper als flüssig bezeichnen, wenn er in einem Medium schwebend unter dem Einflusse der Oberflächenspannung Kugelgestalt annimmt. In diesem Falle ist also die innere Reibung klein gegenüber der Oberflächenspannung. Je mehr die erstere wächst, um so zähflüssiger, um so fester wird uns der Körper erscheinen.

2. **Aggregatzustand der flüssigen und festen Körper.** Bei den flüssigen und festen Körpern überwiegen also die anziehenden Kräfte der Moleküle und es bilden sich daher Anhäufungen, Aggregate von solchen. Diese können nun entweder ungeordnet d. h. gesetzlos oder gesetzmäßig sein.

Bei der gesetzlosen Anordnung werden sich im Aggregat die in verschiedenen Richtungen verschiedenen Kräfte des Moleküls aufheben oder neutralisieren. Es entsteht so ein Körper, der in allen Richtungen die gleichen Eigenschaften hat. Diesen Zustand nennt man physikalisch-isotrop (bei festen Körpern auch amorph).

Sind die Moleküle aber gesetzmäßig gegeneinander geordnet, so werden sich die Kräfte gleicher Richtungen addieren. Es entsteht ein Körper, der in seinem Bau dem Molekül verwandt, der gleichsam ein vergrößertes Molekül, ein einziges Individuum darstellt. Dieses Indi-

viduum zeigt in verschiedenen Richtungen demnach verschiedene Eigenschaften. Einen solchen Zustand nennt man physikalisch-anisotrop. Physikalisch-anisotrope Elemente und chemische Verbindungen bezeichnet man auch als kristallisiert.

Betrachten wir, um uns den Unterschied zwischen isotropem und anisotropem Zustand klar zu machen, einige Beispiele: Glas ist ein isotroper fester Körper, Steinsalz ($NaCl$) ein anisotroper. Schneiden wir aus diesen beiden Körpern nach allen möglichen verschiedenen Richtungen Stäbchen von gleichem Querschnitt und gleicher Länge, hängen sie dann an dem einen Ende auf und belasten das andere Ende mit Gewichten, so werden die Glasstäbchen alle bei der gleichen Belastung, die verschiedenen Steinsalzstäbchen dagegen bei verschiedener Belastung brechen. — Opal ($SiO_2 \cdot nH_2O$) ist ein isotroper, Quarz (SiO_2) ein anisotroper Körper. Schleifen wir von beiden eine Kugel und erwärmen sie, so bleibt der Opal eine Kugel, während die Quarzkugel zum Umdrehungsellipsoid wird. Die Ausdehnung ist demnach beim Opal in allen Richtungen gleich, beim Quarz in verschiedenen Richtungen verschieden. — Kalkspat ($CaCO_3$) ist ein anisotroper Körper. Sehen wir durch ein Stück Kalkspat in allen möglichen Richtungen nach einem hellen Punkt, so sehen wir bald nur ein, bald zwei Bilder; durch ein Glasstück hingegen sieht man immer nur ein Bild. Man sagt, der (anisotrope) Kalkspat ist doppeltbrechend. — Wasser ist ein isotrop-flüssiger, Para-Azoxyphenetol ein anisotroper, kristallisiert-flüssiger Körper. Das erstere verhält sich dem Lichte gegenüber ähnlich wie in dem vorhergehenden Beispiele das Glas, das Para-Azoxyphenetol dagegen wie der Kalkspat.



Fig. 1.
p-Azoxyphenetol, kristallisierte Flüssigkeit. (Nach Lehmann.)

3. **Feste und flüssige kristallisierte Körper.** Wie wir gesehen haben, hängt es nur von dem Grade der inneren Reibung ab, ob ein Körper flüssig oder fest ist. Es gibt demnach sowohl bei den isotropen als bei den anisotropen, kristallisierten Körpern flüssige und feste. Stellen wir eine Reihe isotroper Körper nach zunehmender innerer Reibung oder Viskosität auf, so können wir z. B. aneinanderreihen: Wasser, Olivenöl, Pech, Glas. Bei den anisotropen, kristallisierten Körpern würde eine solche Reihe lauten: Para-Azoxyphenetol, Cholesterylbenzoat, ölsaures Ammonium, Gold, Diamant.

Ist die innere Reibung bei kristallisierten Körpern sehr gering, so überwiegt die Wirkung der Oberflächenspannung die der Kristallisationskraft und die Form des kristallisierten Körpers wird bei schwebender Ausbildung eine mehr oder weniger kugelähnliche. Sie kann keine vollkommene Kugel werden, weil die der Oberflächenspannung entgegenwirkende Kraft, die Kristallisationskraft ja im allgemeinen in verschiedenen Richtungen verschieden ist.

Ist die innere Reibung dagegen groß, so wird die äußere Form des kristallisierten Individuums nicht mehr durch die Oberflächenspannung, sondern durch die Kristallisationskraft und die Form des Moleküls bedingt. Es entstehen bei freier Ausbildung als Begrenzungselemente ebene Flächen, in denen je alle Punkte der Kraft nach gleich sind. Jene Flächen stoßen in Kanten und Ecken zusammen. Das kristallisierte, von ebenen Flächen begrenzte Individuum ist ein Kristall. Zwischen den im vorigen Abschnitt erwähnten kristallisierten Tropfen und den mit scharfen Kanten und Ecken, mit ebenen Flächen versehenen Kristallen gibt es alle möglichen Übergänge, die wie der p-Azoxybenzoesäureäthylester oder das ölsaure Ammonium mehr oder minder gerundete Flächen, Kanten und Ecken haben.



Fig. 2. *p*-Azoxybenzoesäureäthylester fließende, gerundete Kristalle. (Nach Lehmann.)

4. Das Wachsen der Kristalle. Eine wichtige Eigenschaft der einzelnen Individuen der kristallisierten Körper ist ihre Fähigkeit zu wachsen. In vielen Fällen kann es für erwiesen gelten, daß das chemische Molekül zugleich der kleinste Kristall ist, in anderen Fällen mag dem kleinsten Kristall ein einfaches Multiplum des von der Chemie bestimmten Molekulargewichtes zukommen. Soll nun ein Kristall entstehen, so muß sich zuerst ein Keim bilden, oder es muß ein solcher zugefügt werden. Ein Keim stellt eine Mehrheit von gleichgerichteten Molekülen dar. Er ist ausgezeichnet vor der Umgebung durch größere, durch Summierung entstandene, anziehende Kräfte — Kristallisationskräfte.

Solche Keime bilden sich bei Übersättigung einer Lösung durch Verdunsten des Lösungsmittels, oder durch Temperaturänderung, oder durch Zusatz anderer Stoffe, oder durch Zusammentreffen mehrerer verschiedener Lösungen, oder durch Temperaturänderung in isotropen Körpern, oder bei Abkühlung eines Dampfes, oder beim Zusammentreffen mehrerer verschiedener Dämpfe usw.

Ist in einer Lösung ein Keim vorhanden, dann wirkt er auf alle ihn umgebenden gleichartigen Moleküle richtend, ähnlich wie ein Magnet auf ihn umgebende Magnetnadeln. Die richtende Kraft nimmt vermutlich im Quadrat der Entfernung ab. Vermag die anziehende Kraft die Reibung an dem umgebenden Fluidum und die Schwerkraft zu überwinden, dann setzt sich das Molekül nach dem Keim hin in Bewegung und zwar ähnlich den Fallgesetzen mit steigender Geschwindigkeit. Wenn es den Kristallkeim erreicht hat, vergrößert es ihn durch parallele Anlagerung; der Kristall wächst.

Da sich nun aber verschiedene Richtungen im Kristall im allgemeinen mit Bezug auf die Kristallisationskraft verschieden verhalten, so gibt es Richtungen größter und kleinster Wachstumsgeschwindigkeit, deren Verhältnis zueinander allerdings auch durch die chemische und

physikalische Beschaffenheit des umgebenden Mediums beeinflußt wird. Daher sind auch Kristalle desselben Körpers unter solchen veränderten Umständen von verschiedenartigen Flächen begrenzt. Richtungen größter Wachstumsgeschwindigkeit kennzeichnen sich am Kristall als Kanten und Ecken.

Sehr schön lassen sich die Wirkung der richtenden Kräfte und das Wachstum erkennen an den sehr weichen Kristallen des Cholesterylbenzoats oder des ölsauren Ammoniums. Kommt dort ein kleinerer Kristall mit einem größeren in Berührung, so richtet sich der erstere sofort nach dem letzteren, sie stellen sich im allgemeinen parallel. Aber es bleiben nicht zwei nur miteinander verwachsene Kristalle, sondern die hier noch deutlich wirkende Oberflächenspannung bewirkt, daß die kleinstmögliche Oberfläche entsteht, und so bildet sich ein einheitlicher Kristall, indem der eine den anderen gleichsam verschluckt.

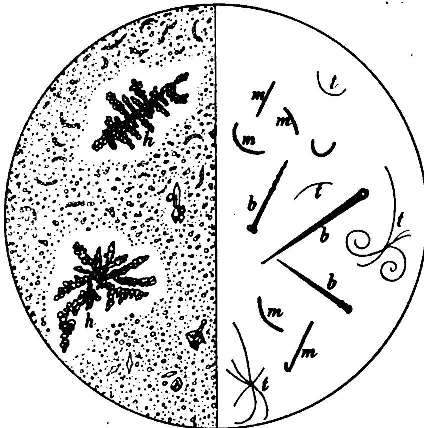


Fig. 3.
Rechts: *m* Margarite, *b* Belonite, *t* Trichite.
Links: Schwefelkristalliten mit Globuliten und dem Kristallisationshof *h*.

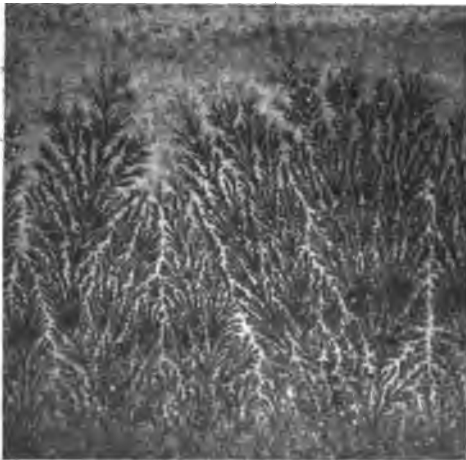


Fig. 4. Dendriten auf Kalkstein.

5. Kristalliten und Kristallskelette. Bei überhasteter Kristallisation oder bei ungleichmäßiger Zufuhr des Stoffes entstehen infolge des vorherrschenden Kanten- und Eckenwachstums eigentümliche Ausbildungsformen der Kristalle, die man, wenn sie unverzweigt sind, als Kristalliten, wenn sie aber verzweigt sind, als Kristallskelette bezeichnet.

Die Kristalliten haben bald die Form von Perlschnüren (Margarite), bald die von dünnen Stäbchen (Longulite), bald Szepter- oder Keilgestalt (Belonite), bald auch das Aussehen von Haaren (Trichite). Sie sind offenbar dadurch entstanden, daß das Wachstum sich wesentlich nach einer Ecke vollzog.

Bei den Kristallskeletten ist ein solches beschleunigtes Wachstum nach mehreren Ecken vorhanden, und es bilden sich dadurch verzweigte bald baumförmige (Dendriten), bald einer Strickerei ähnliche (gestrickte) Formen. Auch die Bildung scheinbar ausgehöhlter Flächen, oder die Entstehung der bekannten Kochsalzschüsselchen gehören hierher und sind Folgen vorherrschenden Kantenwachstums.

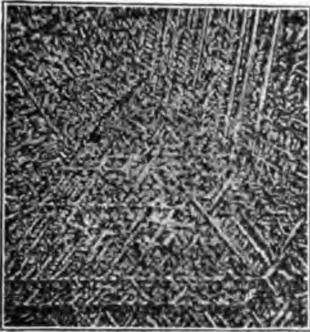


Fig. 5. Gestrickte Kristallskelette in einer Schlacke.



Fig. 6. Kochsalzschüsselchen. Kristallskelette.

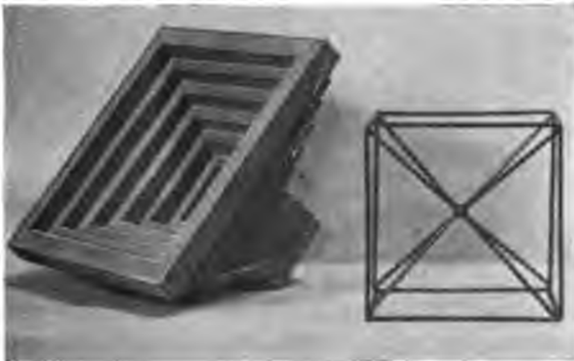


Fig. 7. Erklärung der Kochsalzschüsselchen durch vorherrschendes Kantenwachstum. Die entstehende Pyramide entspricht den inneren Diagonalen des Würfels.

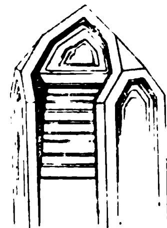


Fig. 8. Quarz mit ausgehöhlten Flächen.

6. **Der Kristallisationshof.** Wie wir oben gesehen haben, nehmen die anziehenden Kräfte des Keimes oder Kristalles (vermutlich im Quadrat der Entfernung) ab. Wenn die Reibung, welche die Moleküle auf ihrem Weg zum Kristall überwinden müssen, sehr groß wird, kann sie demnach in irgend einer Entfernung nicht mehr durch die anziehenden Kräfte überwunden werden. Der Kristall wird also nur in der Lage sein, innerhalb dieser Entfernung die bei Übersättigung sich abscheidenden Moleküle anzuziehen, es bildet sich rund um ihn

ein noch eben gesättigter Hof des Mediums, aus dem die Kristallisation erfolgte, — der Kristallisationshof (Fig. 3 *h*).

7. **Aggregate von Kristallen.** Sind in einem Medium, aus dem sich die Kristallisation vollzieht, mehrere gleichartige Keime oder Kristalle in verschiedener Stellung vorhanden, so werden die sich an dem einen Kristall ansetzenden Moleküle auch von dem zweiten und dritten Kristall mehr oder weniger gerichtet werden und es kommt zu subparallelen Anordnungen, auf die wir später zu sprechen kommen werden. Jedenfalls aber sind die Kristalle unter der Voraussetzung schwebender Ausbildung rundum von eigenen Flächen begrenzt, sie sind idiomorph oder automorph. Stoßen aber mehrere Kristalle während des Wachstums aneinander, so begrenzen sie sich gegenseitig, sie sind nicht von eigenen Flächen begrenzt; man sagt, sie sind allotriomorph oder xenomorph. Die Masse eines solchen Aggregats bezeichnet man als kristallinisch. Kristallisierte feste Körper bilden ein festes Aggregat, kristallisierte Tropfen eine kristallinische Flüssigkeit. So ist z. B. Marmor ein kristallinisches Aggregat von Kalkspatkörnern, Para-Azoxyphenetol bei etwa 150° eine kristallinische Flüssigkeit. Bei einer Mehrzahl von einseitig aufgewachsenen und gleichzeitig wachsenden Kristallen kommt es gerne zur Bildung von parallelstengeligen oder -faserigen Aggregaten (Stengelquarz, Fasergips).

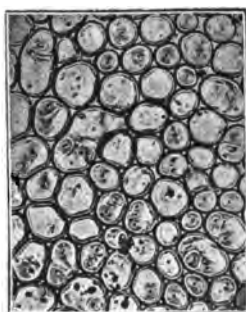


Fig. 9.
p-Azoxyphenetol, kristallinische Flüssigkeit. (Nach Lehmann.)

8. **Regeneration von Kristallen.** Eine weitere Eigentümlichkeit der Kristalle ist, daß sie nach Verletzung wieder auszuheilen vermögen. Dies geschieht in zweierlei Weise, je nachdem die innere Reibung relativ klein oder groß ist. Im ersteren Fall z. B. beim ölsauren Ammonium ist der Vorgang so, daß, wenn man dem Kristall die Spitze abbricht, der Kristall sich einfach gleichsam wieder in die alte Form streckt, ohne daß neuer Stoff zugeführt wird. Bei Kristallen mit großer innerer Reibung dient der verletzte Kristall nur als Keim und er wächst in einer Lösung, die die gleichen Eigenschaften zeigt, wie die, aus welcher er sich gebildet hat, unter Anlagerung von Stoff zunächst hauptsächlich an der verletzten Stelle, bis die alte Form wiederhergestellt ist.

9. **Abhängigkeit der Form der Kristalle von chemischen und physikalischen Verhältnissen.** Unter gleichen physikalischen und chemischen Bedingungen — Lösungsmittel, Lösungsgenossen, Temperatur, Druck usw. — kristallisiert der gleiche Körper immer in gleichen

Kristallen mit den gleichen Flächen. Ändern sich jene Bedingungen, dann kann der Kristall von anderen Flächen begrenzt sein, weil die Richtungen größter Wachstumsgeschwindigkeit andere werden. So z. B. kristallisiert das Chlornatrium aus Wasser in Würfeln, aus Harnstoff in Oktaedern oder das Bittersalz kristallisiert aus reinem Wasser in anderen Formen als bei Zusatz von etwas Borax. Allerdings stehen diese verschiedenartigen Flächen in einer ganz bestimmten, gesetzmäßigen später zu erörternden Beziehung zueinander.

Es kann bei Änderungen der physikalischen Bedingungen aber auch der Fall eintreten, daß andere Kristalle entstehen, deren Flächen und Formen zu denen der auf andere Art gebildeten in keiner unmittelbar wahrnehmbaren Beziehung mehr stehen. Es ist gleichsam ein anderer Körper entstanden. Diesen Fall haben wir später zu betrachten. Beispiel: Schwefel aus dem Schmelzfluß und aus Schwefelkohlenstoff.

10. **Symmetriegesetze der Kristalle.** Wir haben gesagt, der Kristall summiere die in verschiedenen Richtungen verschiedenen Kräfte des Moleküls und von diesen Kräften sei die Formausbildung der Kristalle abhängig. Wir haben aber auch gesagt, jene Kräfte seien nur im allgemeinen in verschiedenen Richtungen verschieden. Es kann also auch verschiedene Richtungen geben, die gleichwertig sind und je nach der Zahl solcher gleichwertiger Richtungen ist der Bau des Kristalls ein mehr oder weniger symmetrischer.

Man unterscheidet vier Arten der Symmetrie: 1. Ebenen der einfachen Symmetrie (Spiegelebenen); 2. Symmetrieachsen (Deckachsen); 3. Zentrum der Symmetrie; 4. Achsen und Ebenen der zusammengesetzten Symmetrie (Drehspiegelung).

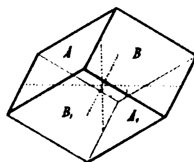


Fig. 10. Kristall mit einer Symmetrieebene und einem Symmetriezentrum.

Eine Symmetrieebene teilt den Kristall in zwei spiegelbildlich gleiche Hälften, und es ist demnach zu ihren beiden Seiten alles gleich und entgegengesetzt. Sind mehrere Symmetrieebenen vorhanden, die den Kristall in lauter gleiche Hälften zerlegen, so sagt man, diese Symmetrieebenen seien gleichwertig. Symmetrieebenen, auf denen mehrere andere gleichwertige Symmetrieebenen senkrecht stehen oder in denen mehrere gleiche Symmetrieachsen liegen, nennt man Hauptsymmetrieebenen.

Symmetrieachsen sind Richtungen, um die man den Kristall so drehen kann, daß er nach einer von 360° verschiedenen, aber darein teilbaren Winkeldrehung wieder die gleiche relative Stellung einnimmt. Es gibt solche Achsen, bei denen man um 180°, um 120°, um 90° oder um 60° drehen muß, und man kann demnach die betreffenden Kristalle zwei-, drei-, vier- oder sechsmal in die gleiche Stellung bringen, wenn man sie um die gleiche Achse dreht. Die Symmetrieachsen nennt man dementsprechend zweizählig, dreizählig, vierzählig oder sechszählig. Die zweizähligen bezeichnet man als Nebensymmetrieachsen, die mehr als zweizähligen als Hauptsymmetrieachsen.

Die Symmetrieachsen können aber auch polar sein, d. h. die beiden Enden brauchen nicht gleichwertig zu sein, und es können



Fig. 11. Kristall mit zweizähliger Symmetrieachse.



Fig. 12. Kristall mit dreizähliger Hauptsymmetrieachse.



Fig. 13. Kristall mit vierzähliger Hauptsymmetrieachse.



Fig. 14. Kristall mit sechszähliger Hauptsymmetrieachse.

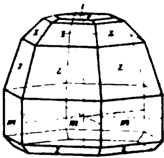


Fig. 15. Hexagonaler Kristall mit polar ausgebildeter Hauptsymmetrieachse (Vertikalachse).

dann an dem einen Pol andere Flächen auftreten als an dem anderen, weil ja dann auch die Wachstumsgeschwindigkeit an beiden Polen verschieden ist.

Ein Zentrum der Symmetrie besitzen alle diejenigen Kristalle, bei denen jede Richtung in ihrer Verlängerung nach der entgegengesetzten Seite hin die gleichen Eigenschaften besitzt. Es ist bei ihnen zu jeder Fläche eine gleiche Parallelfläche vorhanden.

Die Achse und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie, die Drehspiegelung, ist eine Eigenschaft, welche am einzelnen Kristall gewöhnlich nicht unmittelbar erkennlich ist. Hat man einen Kristall, der keine Ebene der einfachen Symmetrie besitzt, so kann er immer noch eine Achse und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie

haben, d. h. man kann ihn durch Drehung um einen in 360° teilbaren Winkel mit sich selbst spiegelbildlich stellen. Nimmt man also zwei solche Kristalle von genau der gleichen Ausbildung, so kann man sie zueinander parallel und symmetrisch stellen.



Fig. 16. **Zwei Kristalle ohne Symmetrieebene, aber mit Drehspiegelung, parallel gestellt.**



Fig. 17. Die beiden Kristalle, Fig. 16, **symmetrisch gestellt.**

Besitzt der Kristall aber keine Drehspiegelung, so kann man ihn mit sich selbst nur parallel, nicht jedoch spiegelbildlich stellen. Er verhält sich zu seinem Spiegelbild wie die rechte Hand zur linken, die

man nur symmetrisch, nicht parallel stellen kann. Solche Kristalle ohne Drehspiegelung zeigen also enantiomorphe, d. h. rechte und linke Formen, was bei den andern nicht der Fall ist. Je nach der Größe des Winkels, um welchen man drehen muß, um einen Kristall mit Achse und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie in sein Spiegelbild zu verwandeln, kann man auch hier wie bei den einfachen Symmetrieachsen ein- und mehrzählige unterscheiden. Man kann somit auch, wenn die Achsen mehrzählig sind, von Hauptachsen der zusammengesetzten Symmetrie sprechen.





Fig. 18. Rechts-Quarz — Fig. 19. Links-Quarz
ohne Achse und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie.

Die Hauptsymmetrieebenen und -Achsen, die Achsen und Ebenen der zusammengesetzten Symmetrie und die dazu gehörigen Hauptachsen haben, wie wir später sehen werden, eine große Bedeutung in physikalischer Hinsicht.

11. **Einfache Formen und Kombinationen.** Unter einer Kristallform versteht man nun die Gesamtheit aller Flächen, welche zu einer vorhandenen Fläche durch die Symmetrie erfordert werden. Haben wir z. B. nur eine Symmetrieebene und zu ihr senkrecht eine Kristallfläche, so erfordert die Symmetrie keine weitere Fläche und die ganze Form besteht aus einer einzigen Fläche. Ist noch ein Zentrum der Symmetrie vorhanden, so besteht die Form aus einem parallelen Flächenpaar. Ist die Kristallfläche aber geneigt gegen die Symmetrieebene, so werden beim Vorhandensein eines Symmetriezentrums zwei parallele Flächenpaare verlangt, wie in Fig. 10 Fläche A zu B, A_1 zu A und B_1 zu B. Hat man weiter z. B. zwei zueinander senkrechte ungleiche Symmetrieebenen, so verlangt eine dagegen geneigte Fläche noch weitere drei und die ganze Form besteht aus vier Flächen oder beim Vorhandensein eines Symmetriezentrums aus vier parallelen Flächenpaaren usw. Ähnlich ist es bei den Symmetrieachsen. Eine sechszählige Symmetrieachse z. B. erfordert zu einer dazu senkrechten Fläche

keine weitere, zu einer dazu geneigten noch fünf andere gleichgeneigte usw. (Fig. 14).

Daraus ist ersichtlich, daß nicht jede Kristallform eine **geschlossene Form** ist, und daß weitaus die meisten Kristallformen für sich allein an Kristallen überhaupt nicht vorkommen können, sondern daß sie mit anderen zugleich auftreten müssen.

Treten nun an einem Kristall zugleich mehrere Formen auf, so nennt man ihn eine **Kombination**, und je nach der Anzahl der daran auftretenden Formen spricht man von einer zwei-, drei-, vierzähligen Kombination usf. Bei ganz gleichmäßiger Ausbildung des Kristalls sind die zu einer Form gehörigen Flächen an den gleichen Umrissen erkenntlich (Fig. 20—23).

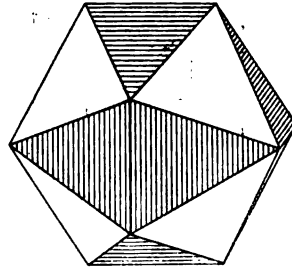
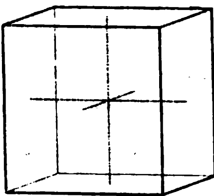
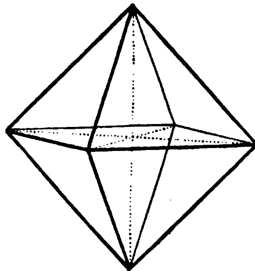


Fig. 20. Kombination. Die gestreiften Flächen bilden eine, die ungestreiften eine zweite Form.





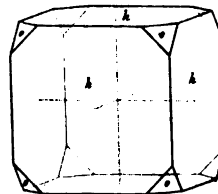


Fig. 21. Würfel. Fig. 22. Oktaeder. Einfache Formen

Fig. 23. Kombination. Würfel mit Oktaeder.

12. **Gleiche und ungleiche Flächen.** Die Symmetrie verlangt zunächst, daß alle zu einer Form zusammengehörigen Flächen auch die gleiche physikalische Beschaffenheit zeigen. Sie sind z. B. alle glänzend, oder alle matt, oder alle nach derselben Richtung gestreift, oder alle von der gleichen Färbung, oder haben alle die gleiche Lösungsgeschwindigkeit usf. Häufig kann man an solchem verschiedenartigem Verhalten der Flächen Kombinationen von einfachen Kristallen unterscheiden. So z. B. kristallisiert das rhombische Magnesiumplatincyanür in würfelähnlichen Formen, an denen aber zwei Flächenpaare grün, das dritte rot leuchten, woraus man auf die Ungleichwertigkeit der Flächen schließt. Oder beim Kupferkies gibt es oktaederähnliche Formen, an welchen jedoch die abwechselnden Flächen glänzend und matt sind, was als ein Beweis für die Ungleichwertigkeit der Flächen gilt.

13. **Ebenmäßig ausgebildete und verzerrte Kristalle.** Da parallele Richtungen im Kristall gleichwertig sind, so kann man jede Fläche am Kristall parallel mit sich selbst verschieben, ohne dadurch die Symmetrie

zu ändern, d. h. es brauchen nicht alle Flächen, die zu einer Form gehören, gleiche Entfernung vom Mittelpunkt des Kristalls (gleiche Zentraldistanz) zu besitzen. Sie brauchen nicht gleich groß zu sein und nicht gleichen Umriß zu haben.

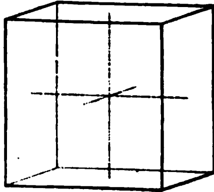


Fig. 24. Würfel ebenmäßig.

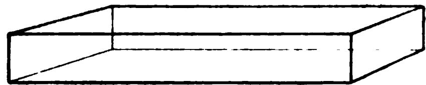


Fig. 25. Würfel verzerrt.

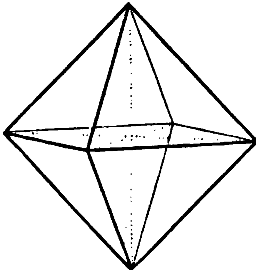


Fig. 26. Oktaeder ebenmäßig.

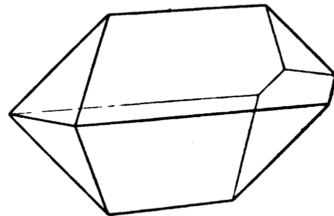


Fig. 27. Oktaeder verzerrt.

Ist der Umriß und die Größe der zu einer Form gehörigen Flächen gleich, d. h. ist ihre Zentraldistanz gleich, so nennen wir den Kristall ebenmäßig ausgebildet.

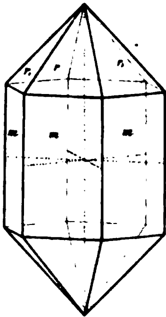


Fig. 28. Quarz ebenmäßig.

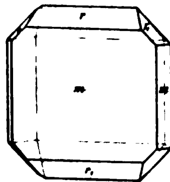


Fig. 29. Quarz verzerrt.

Sind zusammengehörige Flächen ungleich groß, ungleich umrissen, so bezeichnen wir den Kristall als verzerrt. Die Ursache der Bildung verzerrter Kristalle liegt in der ungleichmäßigen Zufuhr von Stoff zu dem wachsenden Keim. Hat man z. B. in einem Gefäß eine unbewegte übersättigte Lösung, so wird die Übersättigung am stärksten sein am Boden des Gefäßes. Liegt nun aber dort ein Kristall mit einer Fläche auf, dann wird der meiste Stoff an den Seiten zugeführt werden und die aufliegende Fläche wird daher eine besonders große Ausdehnung erlangen.

14. **Das Gesetz von der Konstanz der Kantenwinkel.** Wenn man nun auch, wie gesagt, die Flächen des Kristalls mit sich selbst parallel verschieben und dadurch Größe und Umriß der Flächen beliebig ändern kann, so bleibt doch eines bei alledem unverändert, die Winkel, welche die Flächen miteinander bilden, die Kantenwinkel. Würde man alle gleichartig ausgebildeten Kristalle eines Körpers, z. B.

des Quarzes, messen und die zwischen gleichen Flächen der verschiedenen Kristalle (z. B. *r* : *m* in Fig. 28 u. 29) gelegenen Winkel miteinander vergleichen, dann würde man finden, daß jene Winkel alle gleich sind ohne Rücksicht darauf, ob der Kristall groß oder klein, ebenmäßig oder verzerrt ausgebildet ist. Dies ist das Gesetz von der Konstanz der Kantenwinkel, das natürlich aber nur seine Gültigkeit hat, wenn die Kristalle bei gleichem Druck und gleicher Temperatur miteinander verglichen werden.

Da nun die Winkel gleichsam Volumgrößen sind, so kann man das Gesetz auch so ausdrücken: Der kleinste Kristall eines Körpers hat bei gleichem Druck und gleicher Temperatur immer das gleiche Volumen, oder in der gleichen Raumeinheit eines kristallisierten Körpers ist bei gleichem Druck und gleicher Temperatur stets die gleiche Anzahl von Molekülen enthalten. Das aus den Winkeln berechnete Volumen ist natürlich nur ein relatives. Man erkennt die Analogie mit der Lehre von dem Molekulargewicht in der Chemie und man kann somit sagen: die geometrische Kristallographie beschäftigt sich mit dem relativen Volumen der Körper.

15. **Die Einteilung der Kristalle in Symmetrieklassen.** Nach den Eigenschaften der Symmetrie hat man die Kristalle in 32 Klassen eingeteilt. Zwar sind vom mathematischen Standpunkt aus noch mehr solcher Symmetrieklassen möglich, allein sie sind durch das später zu besprechende sog. Grundgesetz der geometrischen Kristallographie unmöglich gemacht. Man kann demnach sagen: 32 Klassen muß es und kann es nur geben.

Betrachtet man die Symmetrieverhältnisse dieser 32 Klassen der nebenstehenden Tabelle näher, so sieht man leicht, daß je eine Anzahl davon gewisse gemeinsame Eigenschaften hat, und man kann so in 6 oder 7 Gruppen oder Kristallsysteme teilen. Wir haben in 6 geteilt, die ihren Namen nach dem herrschenden Aussehen der Kristalle erhalten haben.

Das reguläre System umfaßt 5 Klassen, die alle 4 dreizählige Symmetrieachsen gemeinsam haben; das hexagonale System umfaßt 5 Klassen mit einer sechszähligen und 7 Klassen mit einer dreizähligen Symmetrieachse, von denen man die letzteren öfters als ein siebentes, trigonales System abtrennt; das tetragonale System umschließt 7 Klassen mit einer vierzähligen Achse der einfachen oder zusammengesetzten Symmetrie; dem rhombischen System gehören 3 Klassen je mit mehreren ungleichen Ebenen oder Achsen der Symmetrie an; in das monokline System gehören 3 Klassen mit je einer Ebene oder Achse der einfachen Symmetrie; dem triklinen System endlich gehören 2 Klassen an, welche gar keine Ebene oder Achse der einfachen Symmetrie besitzen.

Die 32 Symmetrieklassen der Kristalle.

	Symmetrie-ebenen		Symmetrieachsen				Sym-metrie-Zentrum	Achse u. Ebene der zusammen-gesetzten Symmetrie	Bemerkungen über die Lage der Symmetrieachsen und -Ebenen
	Haupt-	Neben-	6-zählig	4-zählig	3-zählig	2-zählig			
Reguläres Kristallsystem.									Die 3 Hauptsymmetrieebenen liegen senkrecht zueinander, die 6 Nebensymmetrieebenen liegen zu jenen diagonal und bilden unter sich Winkel von 120° bzw. 90°. Die 3 4-zähligen Hauptachsen bzw. die 3 gleichen Nebenachsen stehen auf den Haupt-, die 6 gleichen Nebenachsen auf den Nebensymmetrieebenen senkrecht. Die 3-zähl. Hauptachsen liegen in d. Mitte d. 8 durch die 4-zähl. Achsen gebildeten Oktanten
Holoedrie Hexakisoktaedrische Klasse	3	6 gleiche		3	4	6 gleiche	1	4 6-zählige gleich den 3-zähligen Achsen einfacher Symmetrie	
Tetraedrische Hemiedrie Hexakistetraedrische Klasse		6 gleiche			4 polar	3 gleiche			
Pentagonale Hemiedrie Dyakisdodekaedrische Klasse	3				4	3 gleiche	1	4 6-zählige gleich den 3-zähligen Achsen einfacher Symmetrie	
Gyroedrische Hemiedrie Pentagonikositetraedrische Klasse				3	4	6 gleiche			
Tetartoedrie Tetraedrisch-pentagondodekaedrische Kl.					4 polar	•3 gleiche			
Hexagonales Kristallsystem.									
Holoedrie Dihexagonal-bipyramidale Klasse	1	3+3 gleiche	1			3+3 gleiche	1		
Hemiedrie nach d. Hauptsymmetrieebene Dihexagonal-pyramidale Klasse		3+3 gleiche	1 polar						
Pyramidale Hemiedrie Hexagonal-bipyramidale Klasse	1		1				1		Die 6- bzw. 3zählige Hauptachse liegt senkrecht zur Hauptsymmetrieebene. Die Nebensymmetrieebenen stehen auf der Hauptsymmetrieebene senkrecht. Die
Trapezoedrische Hemiedrie Hexagonal-trapezoedrische Klasse			1			3+3 gleiche			
Hexagonal-pyramidale Tetartoedrie Hexagonal-pyramidale Klasse			1 polar						

Trigonale Hemiedrie Ditrigonal-bipyramidale Klasse	1	3 gleiche			1	3 gleiche polare			3 gleichen bilden untereinander Winkel von 60°, mit den anderen 3 gleichen Winkel von 30°. Die Nebensymmetrieachsen stehen auf den entsprechenden Nebensymmetrieebenen senkrecht.
Rhomboedrische Hemiedrie Ditrigonal-skalenoedrische Klasse		3 gleiche			1	3 gleiche	1	1 6-zählige zugleich 3-zählige Achse einfacher Symmetrie	
Ditrigonal-pyramidale Tetartoedrie Ditrigonal-pyramidale Klasse		3 gleiche			1 polar				
Trigonale Tetartoetrie Trigonal-bipyramidale Klasse	1				1				
Trapezoedrische Tetartoedrie Trigonal-trapezoedrische Klasse					1	3 gleiche polare			
Rhomboedrische Tetartoedrie Trigonal-rhomboedrische Klasse					1		1	1 6-zählige zugleich 3-zählige Achse einfacher Symmetrie	
Ogdoedrie Trigonal-pyramidale Klasse					1 polar				
Tetragonales Kristallsystem.									Die Hauptsymmetrieachse steht senkrecht auf der Hauptsymmetrieebene. Die Nebensymmetrieebenen stehen senkrecht auf der Hauptsymmetrieebene. Die 2 gleichen Nebensymmetrieebenen stehen senkrecht aufeinander und bilden Winkel von 45° mit den beiden anderen gleichen. Die je 2 gleichen Nebensymmetrieachsen stehen auf den entsprechenden Nebensymmetrieebenen senkrecht und senkrecht auf d. Hauptachse
Holoedrie Ditetragonal-bipyramidale Klasse	1	2+2 gleiche		1		2+2 gleiche	1		
Hemiedrie nach d. Hauptsymmetrieebene Ditetragonal-pyramidale Klasse		2+2 gleiche		1 polar					
Pyramidale Hemiedrie Tetragonal-bipyramidale Klasse	1			1			1		
Sphenoidische Hemiedrie Tetragonal-skalenoedrische Klasse		2 gleiche				1*+2 gleiche		1* 4-zählige	
Trapezoedrische Hemiedrie Tetragonal-trapezoedrische Klasse				1		2+2 gleiche			
Pyramidale Tetartoedrie Tetragonal-pyramidale Klasse				1 polar					
Sphenoidische Tetartoedrie Tetragonal-bisphenoidische Klasse						1*		1* 4-zählige	*Zugleich entsprechend der Hauptachse.

Die 32 Symmetrieklassen der Kristalle (Fortsetzung).

	Symmetrie-ebenen		Symmetrieachsen				Sym-metrie-Zentrum	Achse u. Ebene der zusammen-gesetzten Symmetrie	Bemerkungen über die Lage der Symmetrieachsen und -Ebenen
	Haupt-	Neben-	6-zählig	4-zählig	3-zählig	2-zählig			
Rhombisches Kristallsystem.									
Holoedrie Rhombisch-bipyramidale Klasse		3 un-gleiche				3 un-gleiche	1		Die drei Symmetrieebenen stehen senkrecht zueinander und senkrecht zu den drei Symmetrieachsen, die daher ebenfalls senkrecht zueinander stehen.
Hemiedrie nach einer Symmetrieebene Rhombisch-pyramidale Klasse		2 un-gleiche				1			
Sphenoidische Hemiedrie Rhombisch-bisphenoidische Klasse						3 un-gleiche			
Monoklines Kristallsystem.									
Holoedrie Monoklin-prismatische Klasse		1				1	1		Symmetrieebene und Achse stehen senkrecht zueinander.
Hemiedrie nach der Symmetrieachse Monoklin-domatische Klasse		1							
Hemiedrie nach der Symmetrieebene Monoklin-sphenoidische Klasse						1 polar			
Triklines Kristallsystem.									
Holoedrie Pinakoidale Klasse							1	1 2-zählige	
Hemiedrie Asymmetrische Klasse									

Für die Bestimmung diene folgende Tabelle:

1.	Kristalle	mit mehreren Hauptsymmetrieebenen oder mit mehreren Hauptsymmetrieachsen sind	regulär.
2.	Kristalle	mit drei gleichen Nebensymmetrieebenen oder mit einer sechszähligen Hauptsymmetrieachse oder mit einer dreizähligen Hauptsymmetrieachse sind .	hexagonal.
3.	Kristalle	mit zwei gleichen Nebensymmetrieebenen oder mit einer vierzähligen Hauptsymmetrieachse oder mit einer vierzähligen Achse der Drehspiegelung sind	tetragonal.
4.	Kristalle	mit mehreren senkrecht zu einander stehenden ungleichen Nebensymmetrieebenen oder -achsen sind	rhombisch.
5.	Kristalle	mit einer Nebensymmetrieebene oder mit einer zweizähligen Achse sind	monoklin.
6.	Kristalle	ohne Ebene oder Achse der einfachen Symmetrie sind	triklin.

In jeder der 32 Symmetrieklassen gibt es nun eine Reihe von sog. „einfachen Formen", deren am meisten charakteristische im allgemeinen für die Namengebung verwendet worden ist. In den verschiedenen Klassen eines Systems kehrt oft eine Anzahl gleicher Formen wieder, aber sie lassen dann öfters in dem physikalischen Verhalten der Flächen (z. B. an der Streifung, an den Lösungserscheinungen usw.) die höhere oder geringere Symmetrie erkennen. So erscheint z. B. der Würfel in allen 5 Klassen des regulären Systems, aber er könnte entsprechend der verschiedenen Symmetrie in der unten abgebildeten Weise gestreift sein.

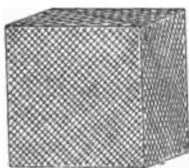


Fig. 30.
Holoedrie.

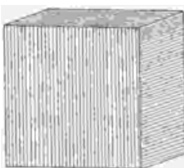


Fig. 31.
Pentagonale Hemiedrie.

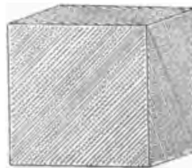


Fig. 32.
Tetraedrische Hemiedrie.

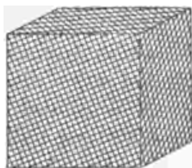


Fig. 33.
Gyroedrische Hemiedrie.

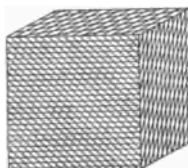


Fig. 34.
Tetartoedrie.

Würfel des regulären Kristallsystems.

Die einfachen Formen der höchstsymmetrischen Klasse eines Systems bezeichnet man als Holoeder (Ganz- oder Vollflächner), analoge Formen (Fig. 35—37) der weniger symmetrischen Klassen des gleichen Systems, wenn sie die halbe Anzahl der Flächen haben, als Hemieder (Hälftflächner), beim vierten Teil der Flächen als Tetartoeder

(Viertelflächner), beim achten Teil als Ogdoeder (Achtelflächner). Das Auftreten als Hemieder usw. beschränkt sich aber immer nur auf

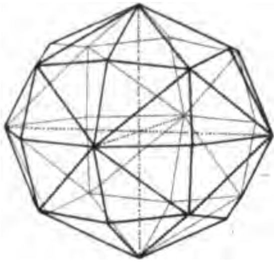


Fig. 35. Holoeder.

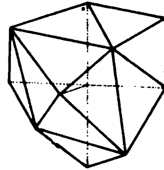


Fig. 36. Hemieder.

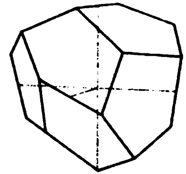


Fig. 37. Tetartoeder.

einzelne Formen, und nach ihnen nennt man dann die betreffende Klasse eine Hemiedrie, Tetartoedrie oder Ogdoedrie.



Fig. 38. Hemimorpher Kristall.

Bei polarer Ausbildung einer einzelnen Symmetrieachse sagt man auch, der Kristall sei hemimorph, eine Erscheinung, die sich gewöhnlich durch das verschiedene Aussehen des Kristalls an zwei entgegengesetzten Enden leicht kenntlich macht.

Jeder chemische Körper kristallisiert nur in einer einzigen dieser 32 Symmetrieklassen. Kommen Körper von gleicher stöchiometrischer Zusammensetzung in mehreren Klassen zugleich vor, so ist entweder Bau oder Größe des Moleküls verschieden und es liegt somit ein anderer chemischer Körper vor.

16. **Auswahl und Aufstellung der Koordinatenachsen.** Wenn man die Lage von Flächen im Raume darstellen oder die Beziehungen verschiedener Flächen zu einander nicht durch Winkelgrößen, sondern durch für uns übersichtlichere Längengrößen erläutern will, bedarf man hierzu eines dreiachsigen Koordinatensystems oder Achsenkreuzes. Von diesem muß bekannt sein, ob die Achsen gleich- oder verschiedenwertig und wie groß die von je zwei Achsen eingeschlossenen Winkel (Koordinatenwinkel) sind. Je zwei Achsen liegen in einer Koordinatenebene, deren es demnach drei gibt und deren Kanten den Achsen entsprechen.

Die Auswahl der Achsen in den einzelnen Kristallsystemen ist nur an die Bedingung geknüpft, daß die Achsen mögliche Kristallkanten beziehungsweise die Koordinatenebenen mögliche Kristallflächen sind. Im übrigen aber ist ihre Auswahl eine vollkommen willkürliche, weshalb sie auch für die natürliche Einteilung der Kristalle bedeutungslos sind.

Die drei Achsen werden mit den Buchstaben *a*, *b* und *c*, die Koordinatenebenen mit *A*, *B*, *C* belegt, und zwar heißt diejenige Ebene, in welcher die Achsen *b* und *c* liegen, *A*, die Ebene mit *a* und *c* heißt *B*, die mit *a* und *b* dementsprechend *C*. Man kann auch sagen, jede Ebene ist nach der Achse benannt, welche sie schneidet. Die Winkel zwischen den Koordinatenachsen bezeichnet man mit den griechischen Buchstaben α, β, γ, und zwar den auf *A* von *b* und *c* gebildeten mit α, den auf *B* von *a* und *c* gebildeten mit β und den auf *C* von *a* und *b* eingeschlossenen mit γ.

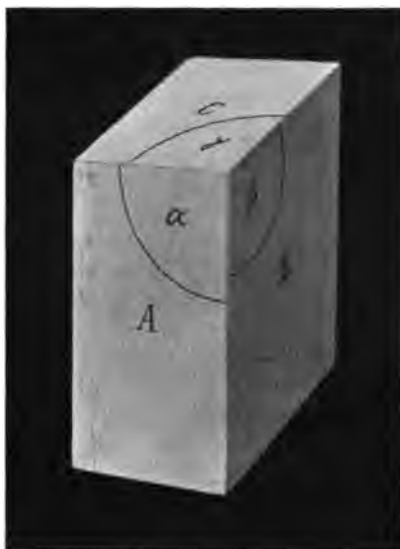


Fig. 39. Die Koordinatenebenen *A*, *B*, *C* mit den Koordinatenwinkeln α, β, γ. Die Kante *A B* ist Achse *c*, die Kante *A C* ist Achse *b* und die Kante *B C* ist Achse *a*.

Bezüglich der meist üblichen Aufstellung kann man nur sagen, daß die Ebene *A* in bezug auf den Beschauer im allgemeinen vorne, *B* seitlich und *C* oben liegt. Demnach steht die Achse *c* immer vertikal, *a* ist im allgemeinen nach vorne und *b* seitlich gerichtet. Das obere Ende der Achse *c*, das rechts liegende Ende der Achse *b* und das vorne, auf den Beschauer zugerichtete Ende der Achse *a*, also die im oberen, vorderen, rechten Oktanten liegenden Achsenenden, bezeichnet man als positiv.

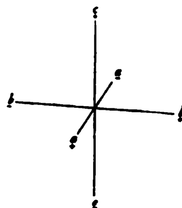


Fig. 40. Das Achsenkreuz; im vorderen, oberen, rechten Oktanten sind die Achsen positiv.

Die **Auswahl und Aufstellung** der Koordinatenachsen in den einzelnen Kristallsystemen ist nun wie folgt üblich:

Kristallsystem	Auswahl der Achsen	Wertigkeit	Aufstellung	Koordinatenwinkel	
Regulär	die drei vierzähligen Hauptsymmetrieachsen, davon je eine beliebige als a, b oder c	alle drei gleichwertig	c vertikal b quer a nach vorne	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Fig. 41.
Hexagonal	die Hauptsymmetrieachse als c, zwei gleiche Nebensymmetrieachsen als a und b	$a = b$ c verschiedenwertig	c vertikal a und b gleichmäßig auf den Beschauer zu divergierend	$\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 60^\circ$	Fig. 42.
Tetragonal	die Hauptsymmetrieachse als c, zwei gleiche Nebensymmetrieachsen als a und b	$a = b$ c verschiedenwertig	c vertikal b quer a nach vorne	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Fig. 43.
Rhombisch	die drei Symmetrieachsen, davon je eine beliebige als a, b oder c[1])	alle drei verschiedenwertig	c vertikal b quer a nach vorne	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Fig. 44.
Monoklin	die Symmetrieachse als b, zwei dazu senkrechte beliebige Kristallkanten als c und a	alle drei verschiedenwertig	c vertikal, b quer a auf den Beschauer zu geneigt	$\alpha = \gamma = 90^\circ$ β größer als 90°	Fig. 45.
Triklin	drei beliebige Kristallkanten, davon je eine beliebige als a, b oder c[1])	alle drei verschiedenwertig	c vertikal, b nach rechts abwärts geneigt, a auf den Beschauer zu geneigt	α, β und γ verschieden und im allgemeinen abweichend von 90°	Fig. 46.

1) Siehe auch Abschnitt 18.

Fig. 41.

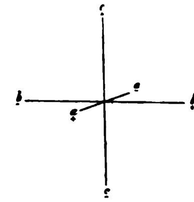


Fig. 42.

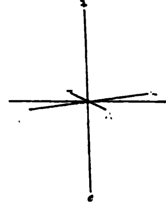


Fig. 43.

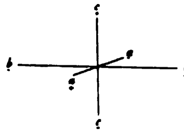


Fig. 44.

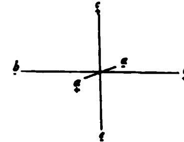


Fig. 45.

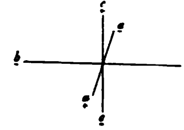
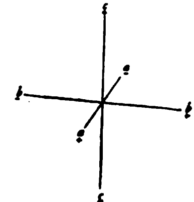


Fig. 46.



17. **Die drei Arten von Flächen und das Achsenverhältnis.** Betrachtet man die verschiedenen an einem Kristall auftretenden Flächen mit Bezug auf die Koordinatenachsen, so ist ohne weiteres einleuchtend, daß es dreierlei Flächen gibt: nämlich solche, die alle drei Achsen schneiden und die man Pyramiden nennt, solche, die nur zwei Achsen schneiden als prismatische Flächen, wenn sie der Achse c parallel gehen als Prismen, wenn sie a oder b parallel gehen als Domen bezeichnet, und solche, die nur eine Achse schneiden, zweien aber parallel gehen, Pinakoide oder Endflächen genannt.

Mit Hilfe der Kantenwinkel bestimmt man nun, in welchen Abständen die drei Achsen von einer pyramidalen Fläche geschnitten werden unter der Voraussetzung, daß b gleich 1 gesetzt wird. Dieses Verhältnis $a:b:c = x:1:y$ bezeichnet man dann als das Achsenverhältnis der betreffenden Substanz. Unter den verschiedenen pyramidalen Flächen wählt man beim Vorhandensein gleichwertiger Achsen eine solche aus, welche diese in gleichem Abstand schneidet. Dadurch wird das Achsenverhältnis bei den regulären Kristallen stets $a = b = c = 1$, bei den hexagonalen $(a = b):c = 1:x$, bei allen übrigen wird $a:b:c = x:1:y$. x und y sind bei Kristallen verschiedener Körper verschieden groß. Natürlich kann man das Achsenverhältnis auch feststellen mit Hilfe zweier, verschiedenen Achsen parallel verlaufender Flächen, indem man für beide Flächen b gleich 1 setzt.

Da nun nach dem Gesetz von der Konstanz der Kantenwinkel diese zwischen gleichartigen Flächen aller Kristalle eines Körpers bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gleich bleiben, so bleibt natürlich auch das Achsenverhältnis konstant, und man kann sagen: das Achsenverhältnis stellt bei gleichem Druck und gleicher Temperatur eine Konstante des betreffenden Körpers dar. Diese Konstante ändert sich mit der Änderung der chemischen Zusammensetzung. Sie kann für zwei verschieden zusammengesetzte Körper bei einer bestimmten Temperatur und bei bestimmtem Druck zufälligerweise gleich sein, wird aber verschieden mit der Änderung des Drucks oder der Temperatur. Für alle regulären Kristalle kann man natürlich von einer solchen Konstante nicht reden, weil die drei Achsen ja gleichwertig sind und so immer das Verhältnis $a:b:c = 1$ wird.

18. **Die geometrische Charakteristik eines Kristalls.** Wollen wir die Kristalle eines Körpers geometrisch charakterisieren, so haben wir anzugeben:

1. die Symmetrieklasse, der sie angehören,
2. das Achsenverhältnis,
3. die Koordinatenwinkel, soweit sie nicht schon durch die Auswahl der Achsen bekannt sind.

Daraus ergibt sich nun im Zusammenhang mit dem Vorhergehenden leicht, wieviel Größen in jedem Kristallsystem zu bestimmen sind oder wieviel voneinander unabhängige Winkel wir zu deren Bestimmung brauchen. Dies ist in der folgenden Tabelle dargestellt.

Kristallsystem	Koordinatenwinkel	Achsenverhältnis $a:b:c$	Unbekannte Größen
Regulär	$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	1	0
Hexagonal	$\alpha = \beta = 90, \gamma = 60°$	$1:1:x$	1
Tetragonal	$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	$1:1:x$	1
Rhombisch	$\alpha = \beta = \gamma = 90°$	$x:1:y$	2
Monoklin	$\alpha = \gamma = 90°$, β schwankend	$x:1:y$	3
Triklin	α, β, γ schwankend	$x:1:y$	5

In gleichem Sinne wie das Achsenverhältnis für alle Kristalle eines Körpers eine Konstante ist, so sind es auch die Koordinatenwinkel, wofern sie von 90° abweichen.

Hier ist noch zu erwähnen, daß man im rhombischen und triklinen Kristallsystem nach Auswahl der Achse c von den beiden anderen die kürzere zur a-Achse nimmt (s. Abschn. 16).

19. **Das Gesetz von der Rationalität der Indices.** In den vorhergehenden beiden Abschnitten haben wir festgestellt, daß das Achsenverhältnis eine Konstante für den Kristall, bzw. für den betreffenden Körper sei, aber schon an einem Kristall kommen ja verschiedene Flächen und Formen vor. Alle diese Formen und Flächen beziehen wir auf das gleiche Achsenkreuz, und es fragt sich dann, ob eine gesetzmäßige Beziehung zwischen den Achsenlängen für die verschiedenen Flächen besteht. Wir wählen als Beispiel einen beliebigen Kristall, bei dem durch Messung festgestellt sei, daß er monoklin kristallisiert. Wir haben das monokline Achsenkreuz ausgewählt und seinen Winkel β zu 53° 56′ 46″ bestimmt. Nun berechnen wir, in welchem Verhältnis diese drei Achsen von den einzelnen verschiedenen Flächen geschnitten werden, immer unter der Voraussetzung, daß die Achse b gleich 1 gesetzt wird. Es werden dann z. B. folgende Achsenverhältnisse gefunden (siehe Spalte 1 und 2 der folgenden Tabelle):

Fläche	Achsenverhältnis $a:b:c$		Indices für a b c
1	$-0{,}6585:1:0{,}5553$		$\bar{1}$ 1 1
2	$-1{,}3170:1:2{,}2212$	$^1/_2$, $^1/_1$, $^1/_4$ oder	$\bar{2}$ 4 1
3	$0{,}6585:1:\infty$		1 1 0
4	$1{,}9755:1:\infty$	$^1/_3$, $^1/_1$, 0 oder	1 3 0
5	$\infty:1:1{,}1106$	0, $^1/_1$, $^1/_2$ oder	0 2 1
6	$\infty:1:0{,}3702$	0, $^1/_2$, $^3/_2$ oder	0 3 2
7	$-0{,}6585:\infty:0{,}5553$	$^1/_1$, 0, $^1/_1$ oder	$\bar{1}$ 0 1
8	$0{,}6585:\infty:1{,}1106$	$^1/_1$, 0, $^1/_2$ oder	2 0 1
9	$\infty:\infty:0{,}5553$		0 0 1
10	$\infty:1:\infty$		0 1 0
11	$0{,}6585:\infty:\infty$		1 0 0

Die letzten 3 Flächen schneiden je nur eine Achse, und da man jede Fläche mit sich selbst parallel verschieben darf, wohin man will, so kann man sie auch durch die betreffenden Abstände der Fläche 1 legen.

Wie man nun sieht, stehen alle Achsen a, alle Achsen b und alle Achsen c je untereinander in einem einfachen rationalen Verhältnis. Doch nicht das Verhältnis $a:b:c$ ist ein rationales; wohl kommt dies auch vor, aber nur, wenn die Achsen geometrisch gleichwertig sind, wie im regulären System a, b und c oder im hexagonalen und tetragonalen a und b. Für sie müssen dann diese Achsenabschnitte auch in rationalem Verhältnis zu einander stehen.

Man wählt nun eines der gefundenen Achsenverhältnisse als das primäre aus und setzt die Achsenlängen der Flächen dazu ins Verhältnis, dann erhält man die sog. Indices der betreffenden Flächen. Wir wählen z. B. für den Kristall in der obigen Tabelle das Verhältnis $a:b:c = 0{,}6585:1:0{,}5553$ als das primäre aus und dividieren nun diese drei Achsen durch die gleichnamigen Achsen irgend einer Fläche, z. B. der Fläche 2, so erhalten wir: $\frac{0{,}6585}{1{,}3170}$, $\frac{1}{1}$, $\frac{0{,}5553}{2{,}2212}$ gleich $^1/_2$, $^1/_1$, $^1/_4$. Diese Brüche bringt man auf ganze Zahlen und erhält so die Verhältniszahlen 2, 4, 1, die man nun als Indices der Fläche 2 bezeichnet. In gleicher Weise kann man für alle Flächen von 1 bis 11 verfahren und erhält die in der letzten Rubrik der obigen Tabelle angegebenen Indices für die Flächen. Bei den Angaben bezieht sich immer der an erster Stelle stehende Index auf die Achse a, der an letzter Stelle stehende auf die Achse c. Die Indices sind demnach einfache rationale Zahlen, und zwar gehen sie relativ selten über die Größe 20 hinaus. Die Erfahrung hat nun gelehrt, daß eine solche Rationalität der Indices für alle Flächen aller Kristalle eines Körpers besteht, und man hat deshalb diese Erfahrung zum Gesetz, zum Grundgesetz der geometrischen Kristallographie erhoben. Man hat das Gesetz auch umgekehrt und sagt: Eine Fläche, die keine rationalen Indices hat, ist eine kristallographisch unmögliche Fläche.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich nun, daß in der Tat das aus einer beliebigen Fläche berechnete Achsenverhältnis eine Konstante für den kristallisierten Körper ist, denn es ist ja ohnedies nur ein relativer Wert, bei dem es sich gleich bleibt, ob ich ihn mit einer einfachen rationalen Zahl dividiere oder multipliziere. Das Gesetz von der Rationalität der Indices ist aber auch eine Bestätigung und Erweiterung des Gesetzes von der Konstanz der Kantenwinkel (Abschnitt 14). Wir haben dort gesehen, daß das aus den Winkeln berechnete relative Volumen des Kristalls oder seines Moleküls immer gleichbleibt, wir sehen hier, daß das aus irgend welchen anderen Winkeln des Kristalls berechnete Volumen entweder ebenso groß oder ein einfaches rationales Vielfaches des ersteren ist. Es ist dies ganz analog, wie wir von einem Körper sagen können, sein Molekulargewicht ist entweder das einfache durch die stöchiometrische Formel gegebene oder ein rationales Vielfaches davon.

20. Das Gesetz von der Rationalität der Indices und die Symmetrieebenen. Auch die Symmetrieebenen müssen dem eben

besprochenen Gesetze genügen, d. h. sie müssen mögliche Kristallflächen sein. Durch diese Forderung beschränkt sich, wie im Abschnitt 15 angegeben, die Möglichkeit der Symmetrie der Kristalle und die Zahl der möglichen Symmetrieklassen auf 32. Es wird dies am leichtesten an einem Beispiel zu erkennen sein: Im hexagonalen Kristallsystem haben wir in der Holoedrie eine Hauptsymmetrieebene und darauf senkrecht 3 + 3 je unter sich gleiche Nebensymmetrieebenen. Vom mathematischen Standpunkt stünde der Gleichheit dieser 6 Nebensymmetrieebenen nichts im Wege, und damit hätten wir eine neue Symmetrieklasse. Aber jene Gleichheit ist kristallographisch unmöglich. Nehmen wir in der beistehenden Figur als Zeichnungsebene die Hauptsymmetrieebene, so müßten die sechs darauf senkrechten, unter sich Winkel von 30° einschließenden Nebensymmetrieebenen *A*, *B* usw. gleichwertig sein. Damit wären aber auch zugleich die 6 darauf senkrechten Achsen *a*, *b* usw. gleichwertig. Wählen wir demnach *a* und *b* als Koordinatenachsen und legen die Ebene *E* so, daß sie *a* und *b* schneidet, dann ist klar, daß sie, da *a* und *b* gleichwertig sind, diese beiden Achsen so schneiden müßte, daß die Länge von *a* zu der von *b* in einfachem rationalen Verhältnis stünde. Setzt man nun in dem Dreieck *A B O* die Seite *b* gleich 1, so ist, da der Winkel bei *O* gleich 30° und bei *B* gleich 90° ist, $a = \frac{1}{\sin 60^\circ} = 1{,}1547 \ldots..,$ also gleich einem irrationalen Vielfachen von *b*. Damit ist erwiesen, daß die Achsen *a* und *b* nicht gleichwertig sein können. Wenn sie aber nicht gleichwertig sind, sind es auch die Ebenen nicht, auf denen sie senkrecht stehen. Folglich ist eine Symmetrieklasse mit einer Hauptsymmetrieebene und 6 gleichen darauf senkrecht stehenden Nebensymmetrieebenen unmöglich. Ähnlich läßt es sich auch für andere mathematisch mögliche Symmetrieklassen nachweisen, daß sie kristallographisch unmöglich sind.

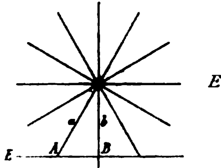


Fig. 47.

21. **Die Bezeichnung der Flächen und Formen.** Außer den Namen hat man für die Formen und ihre Flächen Bezeichnungen durch Zahlen, in denen die Beziehung der Flächen zu einander zum Ausdruck kommt. Hierzu benutzt man nun einfach die Indices, indem man diese bei der Bezeichnung der Fläche in runde ( ), bei der Bezeichnung der Form, also der Gesamtheit aller zusammengehörigen Flächen, in eine geschweifte Klammer { } setzt. Dieses Zeichen der Flächen und Formen nennt man auch deren Symbol. Das Symbol einer bestimmten Fläche der primären rhombischen Pyramide wäre z. B. (111), das Symbol der betreffenden Form {111}. Nun hat aber eine rhombische Pyramide mit Symmetriezentrum, also eine Bipyramide, im ganzen 8 Flächen, von denen jede an ihrem Symbol kenntlich sein muß. Wir erinnern uns nun, daß man die 3 Achsen im oberen vorderen rechten Oktanten als positiv bezeichnet. Wenn man dies auch auf die Indices anwendet, indem man bei negativem Vorzeichen der Achse über den betreffenden Index den Minusstrich setzt, so erhält man in dem angeführten Falle folgende 8 Symbole für die 8 möglichen Flächen:

$$(111),\ (\bar{1}11),\ (\bar{1}11),\ (1\bar{1}1),$$
$$(\bar{1}\bar{1}\bar{1}),\ (1\bar{1}\bar{1}),\ (11\bar{1}),\ (\bar{1}1\bar{1}).$$

Diese von Miller eingeführte Bezeichnung ist heute für alle Kristallsysteme üblich mit alleiniger Ausnahme des hexagonalen. Während nämlich sonst, wie man oben sieht, sämtliche Flächen einer Form die gleichen Zahlen im Symbol haben, wäre dies im hexagonalen System nicht der Fall. Wir nehmen z. B. das hexagonale Prisma, dessen Flächen der Achse c und in der beistehenden Fig. 48 den Linien OA, OC und OB parallel gehen. a' und a'' seien neben c die Koordinatenachsen, dann hätte die Fläche OB das Symbol (110), die Fläche OA aber (010) usf. Es stehen also in den Symbolen der zu einer Form gehörigen Flächen nicht immer die gleichen Zahlen. Diesem Übelstand hat Bravais abgeholfen, indem er statt zweier horizontaler Achsen deren drei gleiche genommen hat. Man bezeichnet die Enden dieser drei Achsen a', a'', a''' abwechselnd als positiv und negativ, wie in Fig. 48 angegeben. Die Symbole der 6 Prismenflächen lauten nun:

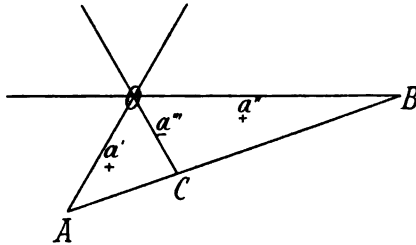


Fig. 48.

$$(10\bar{1}0),\ (01\bar{1}0),\ (\bar{1}100),\ (\bar{1}010),\ (0\bar{1}10),\ (1\bar{1}00).$$

Die Flächen haben jetzt alle wieder die gleichen Zahlen im Symbol. Man könnte vermuten, daß durch die Vermehrung der Achsen auch die Zahl der unbekannten Größen des Koordinatensystems wachse, dem ist aber nicht so, denn es besteht die mathematisch leicht zu beweisende Beziehung, daß stets die Summe der 3 ersten, auf die Achsen a', a'', a''' bezüglichen Indices gleich Null ist. Wenn man also, wie es üblich ist, für die 4 Achsen die allgemeinen Indices $h\ i\ k\ l$ setzt, so ist stets $h + i + k = o$. Wenn also zwei von diesen drei Indices bekannt sind, läßt sich der dritte leicht berechnen. Es seien z. B. die Indices einer Fläche $(4\,3\,\bar{x}\,2)$, dann ist $4 + 3 + \bar{x} = o$, also $\bar{x} = \bar{7}$.

Eine andere, heute zwar weniger, aber immer noch gebrauchte Bezeichnung der Kristalle ist die von Naumann. Bei ihr wird eine Pyramide als Grundform ausgewählt und mit P (Pyramide) oder im regulären System mit O (Oktaeder) bezeichnet. Der Buchstabe P oder O bedeutet also, daß die drei Achsen in dem primären Abstand geschnitten werden. Bei jeder anderen Form kann man nun eine Zahl vor und eine hinter jenen Buchstaben setzen und damit angeben, im wievielfachen Abstande ihre Flächen die Achsen schneiden. So z. B. heißt $m\,O\,n$, eine Achse wird im $m$fachen, eine im $n$fachen des primären und eine im primären Abstand geschnitten; $\infty\,Om$ bedeutet, daß eine Achse in m, die zweite in 1 und die dritte in unendlich, also gar nicht geschnitten wird. Beim regulären System ist es nun gleichgültig, welche Zahl wir vorn oder hinten hinsetzen, weil die drei Achsen gleichwertig sind. Anders ist es in den anderen Systemen. Dort steht immer die auf die Achse c bezügliche Zahl vor dem Buchstaben P, die andere dahinter. Es besagt

also mPn, daß die Achse c in m-fachem Abstande des primären und die beiden anderen Achsen in 1 und n geschnitten werden. Im hexagonalen und tetragonalen System ist eine Angabe darüber, welche der Achsen a und b in 1 und m geschnitten werden, nicht nötig, weil beide gleichwertig sind. Im rhombischen und triklinen System setzt man auf die Zahl n entweder das Zeichen ˘ oder ¯, was bedeutet, daß entweder die kürzere, Brachyachse a oder die längere, Makroachse b in n geschnitten wird. Im monoklinen System wandeln sich jene Zeichen ˘ und ¯ in \ (klino oder geneigt) und ' (ortho oder nicht geneigt). $mP\grave{n}$ heißt also, daß die c-Achse im Abstand m, die b-Achse in 1 und die a-Achse in n geschnitten wird. Da nun aber im monoklinen System gewisse Formen nur den beiden unteren oder den beiden oberen vorderen Oktanten angehören, so bezeichnet man die ersteren als positiv, die letzteren als negativ und setzt ein + oder ein — Zeichen vor die Formel. Auch im triklinen System muß man angeben, in welchem der vier vorderen Oktanten die Form gelegen ist und bezeichnet dies durch vier links oder rechts, oben oder unten neben das $_{,}^{\prime}P_{,}^{\prime}$ gesetzte Striche. In allen Systemen mit Ausnahme des regulären wird die den Achsen a und b parallel liegende Fläche als Basis mit oP bezeichnet.

Zum Verständnis setzen wir das Beispiel aus dem 19. Abschnitt noch einmal hierher. Der Kristall soll monoklin sein:

Fläche	Achsenverhältnis $a:b:c$	Indices	Bezeichnung nach Miller	Bezeichnung nach Naumann
1	— 0,6585 : 1 : 0,5553	$\bar{1}11$	$\{\bar{1}11\}$	$+P$
2	— 1,3170 : 1 : 2,2212	$\bar{2}41$	$\{\bar{2}41\}$	$+4P\grave{2}$
3	0,6585 : 1 : ∞	110	{110}	∞P
4	1,9755 : 1 : ∞	130	{130}	$\infty P\grave{3}$
5	∞ : 1 : 1,1106	021	{021}	$2P\grave{\infty}$
6	∞ : 1 : 0,3702	032	{032}	$^2/_3 P\grave{\infty}$
7	— 0,6585 : ∞ : 0,5553	$\bar{1}01$	$\{\bar{1}01\}$	$+P\overset{\prime}{\infty}$
8	0,6585 : ∞ : 1,1106	201	{201}	$-2P\overset{\prime}{\infty}$
9	∞ : ∞ : 0,5553	001	{001}	oP
10	∞ : 1 : ∞	010	{010}	$\infty P\grave{\infty}$
11	0,6585 : ∞ : ∞	100	{100}	$\infty P\overset{\prime}{\infty}$

22. **Zonenverband.** Sind an einem Kristall mehrere Flächen vorhanden, die mit parallelen Kanten aneinander stoßen, so bezeichnet man sie als tautozonal; man sagt, die Flächen liegen in einer Zone. Sämtliche Flächen einer Zone kann man mit sich selbst parallel so verschieben, daß sie durch eine Linie gehen, die man die Zonenachse nennt. Durch eine Zonenachse kann man zwar unendlich viele Flächen legen, da sie aber offenbar eine bestimmte Lage im Raume hat, so ist eine unbekannte Fläche, die mit mehreren bekannten in einer Zone liegt, wenigstens bis zu einem gewissen Grade bestimmt.

Legt man nämlich jene Zonenachse durch den Mittelpunkt des Achsenkreuzes und fällt aus dem Abstand 1 der Achse b ein Lot auf

die Zonenachse, welches diese in dem Punkte Z schneidet, und fällt von Z aus Lote auf a und c, so erhält man die Parameter der Zonen-



Fig. 49. Tautozonal sind die mit parallelen Kanten aneinanderliegenden Flächen *s d s n s d s* usw. Die Fläche *d* liegt in zwei Zonen zugleich.

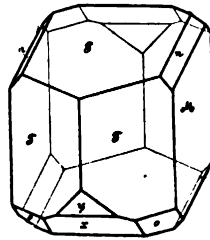


Fig. 50.

achse. Man kann demnach auch deren Indices finden, die ebenfalls einfache rationale Zahlen sind, wie die einer Fläche. Setzt man die Indices in runde Klammern, dann hat man das Zonensymbol.

Das Zonensymbol kann man leicht mit Hilfe eines Schemas aus der Determinantenrechnung berechnen. Es sei z. B. in der beistehenden Fig. 50 das Symbol der Fläche T (110), das der mit ihr in einer Zone liegenden unteren Fläche P $(00\bar{1})$, so multipliziert und subtrahiert man, wie folgt:

$$\begin{array}{c|cccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} & 0 & 0 & \bar{1} \end{array}$$

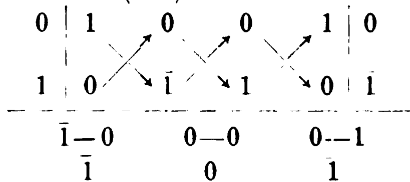
$$(1 \cdot \bar{1}) - (0 \cdot 0) = \bar{1} \qquad (0 \cdot 0) - (\bar{1} \cdot 1) = 1 \qquad (1 \cdot 0) - (0 \cdot 1) = 0$$

Man schreibt die Symbole doppelt nebeneinander und dann untereinander, streicht die vorderste und hinterste Stelle weg, multipliziert alsdann übers Kreuz von oben nach unten und von unten nach oben und zieht den letzteren Wert von dem ersteren ab, dann erhält man als Indices der Zone $\bar{1}$, 1, 0 oder als Zonensymbol $(\bar{1}10)$.

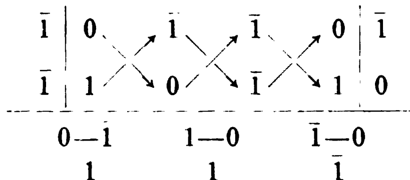
Es kann nun auch vorkommen, daß eine Fläche in zwei Zonen zugleich liegt, wie z. B. die Fläche *o* in Figur 50. Sie liegt in der eben besprochenen Zone mit T und P, ebenso aber auch mit M und x. Die Fläche *o* muß also gleichzeitig durch 2 Zonenachsen, also durch 2 sich schneidende gerade Linien gehen. Da man durch 2 sich schneidende gerade Linien nur eine einzige Ebene legen kann, so muß eine Fläche, die in zwei bekannten Zonen liegt, vollständig bestimmt sein.

Die Indices einer solchen in 2 Zonen zugleich liegenden Fläche lassen sich rechnerisch ebenfalls leicht nach dem oben angewandten Schema bestimmen, indem man zuerst die beiden Zonensymbole und mit ihrer Hilfe das Symbol der Fläche berechnet. Es geschieht dies für die Fläche *o* der Fig. 50 in folgender Weise. Für die Zone TP haben

wir das Symbol schon gefunden als ($\bar{1}10$), für die Zone Mx berechnen wir es, indem wir Kenntnis davon haben, daß das Symbol der Fläche M (010) ist, das der Fläche x ($10\bar{1}$):



Es ist also das Symbol der Zone Mx ($\bar{1}\,0\,\bar{1}$). Mit den beiden Zonensymbolen verfährt man nun in der gleichen Weise, um das Symbol der in beiden Zonen liegenden Fläche o zu finden:



($1\,1\,\bar{1}$) ist demnach das Symbol der Fläche o.

Es ist oben gesagt worden, daß eine Fläche, welche einer bekannten Zone angehört, bis zu einem gewissen Grade bestimmt sei, und es muß demnach jede in einer bestimmten Zone liegende mögliche Kristallfläche auch einer bestimmten Bedingung genügen. Diese Bedingung läßt sich mathematisch festlegen und ausdrücken durch eine Gleichung, die man als Bedingungsgleichung für die Zone bezeichnet. Wenn man als allgemeines Zonensymbol ($u\,v\,w$) und als allgemeines Flächensymbol ($h\,k\,l$) nimmt, so besteht die Gleichung:

$$u \cdot h + v \cdot k + w \cdot l = 0,$$

der jede Fläche genügen muß, welche in der Zone mit dem Symbol ($u\,v\,w$) liegt. Prüfen wir unsere in der Zone TP mit dem Symbol ($\bar{1}\,1\,0$) liegende Fläche o, deren Symbol als ($1\,1\,\bar{1}$) gefunden wurde, daraufhin, dann ergibt sich:

$$\bar{1} \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot \bar{1} = 0 \text{ oder } -1 + 1 + 0 = 0.$$

Die Fläche o genügt also der gestellten Bedingung.

Eine Fläche, die in 2 bekannten Zonen liegt, läßt sich nun auch mit Hilfe der beiden Bedingungsgleichungen finden. Die allgemeinen Indices der Fläche o sind h, k und $\bar{l}$; man kann also auch setzen: $\frac{h}{l}, \frac{k}{l}, \bar{1}$. Die beiden Zonensymbole sind: ($\bar{1}10$) und ($\bar{1}0\bar{1}$) und man erhält also die beiden Gleichungen

$$\bar{1} \cdot \frac{h}{l} + 1 \cdot \frac{k}{l} + 0 \cdot \bar{1} = 0 \text{ oder } -\frac{h}{l} + \frac{k}{l} + 0 = 0 \text{ und}$$

$$\bar{1} \cdot \frac{h}{l} + 0 \cdot \frac{k}{l} + \bar{1} \cdot \bar{1} = 0 \text{ oder } -\frac{h}{l} + 0 + 1 = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen läßt sich leicht berechnen $h = k = l$, die man dann alle gleich 1 setzen kann. Das Symbol der Fläche o wäre also ($1\,1\,\bar{1}$).

Sehr einfach ist auch die Berechnung einer Fläche, welche die Kanten einer bekannten einfachen Form gerade d. h. so abstumpft, daß sie mit den beiden Flächen, welche die Kante bilden, gleiche Winkel einschließt. Man braucht nur die Indices jener beiden bekannten kantenbildenden Flächen untereinander zu schreiben und zu addieren, dann erhält man die Indices der gerade abstumpfenden Fläche. So z. B. stumpft in der Fig. 49 die Fläche *n* die Kante zwischen zwei Flächen *d* gerade ab. Die Indices der Flächen *d* seien (110) und (101), dann addiert man

$$\begin{array}{rrr} 1 & 1 & 0 \\ +\;1 & 0 & 1 \\ \hline 1+1 & 0+1 & 1+0 \end{array} \quad \text{und erhält}$$

oder (211) als Symbol der Fläche *n*. Der Beweis hierfür läßt sich in einfacher geometrischer Weise führen.

23. **Gesetzmäßige Verwachsung der Kristalle.** Mit den gesetzlosen Verwachsungen der Kristalle, die man Aggregate nennt, haben wir uns hier nicht zu befassen, dagegen bieten die gesetzmäßigen Verwachsungen erhöhtes Interesse. Man unterscheidet eine solche Verwachsung zwischen gleichartigen und zwischen ungleichartigen Kristallen.

1. Gleichartige Kristalle können entweder parallel oder symmetrisch mit einander verwachsen sein. Die letztere Art, die symmetrische Verwachsung zweier gleichartiger Kristalle nennt man Zwillinge.

a) Die Parallelverwachsungen der Kristalle haben keine andere Ursache, als das Wachstum des einzelnen Kristalls selbst. An den einen vorhandenen Keim setzt sich ein zweiter in paralleler Stellung an und jeder von beiden vermag nun weiter zu wachsen. Diese Erscheinung stellt sich bald so dar, daß ein großer Kristall aus vielen kleinen Individuen aufgebaut erscheint. Es spiegeln aber dann all die vielen kleinen gleichen Flächen gleichzeitig ein. Oder es entsehen infolge solcher Parallelverwachsung szepterähnliche Gestalten oder einspringende Winkel oder gestreifte Flächen, deren Streifung durch einspringende Winkel hervorgebracht wird, die ihre Entstehung der Wiederholung von Flächen verdanken.

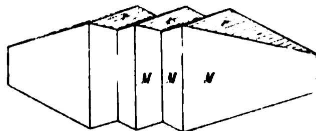


Fig. 52. Parallele Verwachsung am Arsenkies.

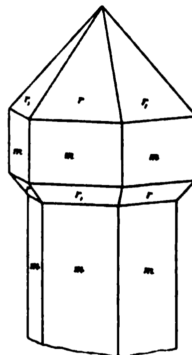


Fig. 51. Szepterquarz. Parallele Fortwachsung.

Oder endlich es setzen sich auf einem großen Kristall einzelne kleine Kristalle in paralleler Stellung auf, die sich dann häufig in gesetzmäßiger Weise so anhäufen, daß eine andere Form entsteht. Dieser letztere Fall führt zu den sog. Hauyschen Dekreszenzen. Setzt man z. B. auf die Flächen eines

Würfels kleinere Würfelplatten auf, die ebensoweit von der Würfelkante zurückstehen als sie dick sind, und setzt dies solange fort, bis die Spitze auf jeder Fläche von einem einzelnen Würfelchen gebildet wird, so ist eine neue Form nämlich ein nach der kurzen Diagonale gestreiftes Rhombendodekaeder entstanden. Sind die Plättchen dagegen nur halb so dick, als die Entfernung von den einzelnen Kanten beträgt, so entsteht ein nach der Würfelkante gestreifter Pyramidenwürfel (Fig. 53 u. 54). Setzt man auf die Flächen des Oktaeders dreiseitige Plättchen auf, deren Dicke und Entfernung von der Kante gleich ist, so entsteht wieder ein Rhombendodekaeder, das aber nach der langen Diagonale gestreift erscheint (Fig. 55). Hauy nun glaubte aus diesen Dekreszenzen auf die Form des Moleküls schließen zu können, dies hat sich aber als irrig erwiesen, dagegen stellen seine Beobachtungen den Anfang der Erkenntnis des Gesetzes von der Rationalität der Indices dar. Er hat nämlich darauf aufmerksam gemacht, daß, wenn man so verfährt wie oben bei dem Würfel, die Achsenlängen der neuen Formen in demselben Verhältnis zu einander stehen, wie die Dicke der Plättchen und deren Abstand von der Kante.

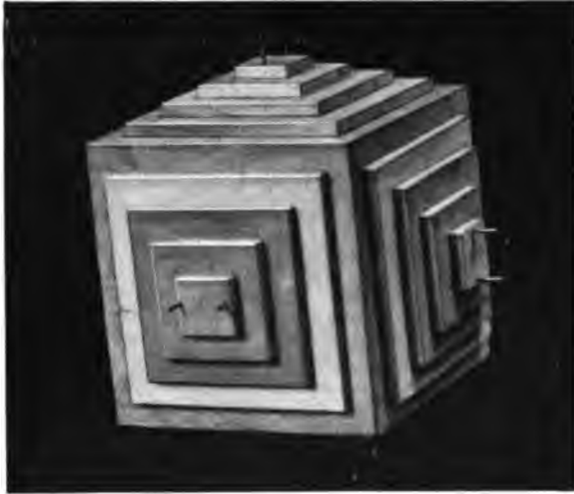


Fig. 53. Hauysche Dekreszenz. Ableitung des Pyramidenwürfels {102}.

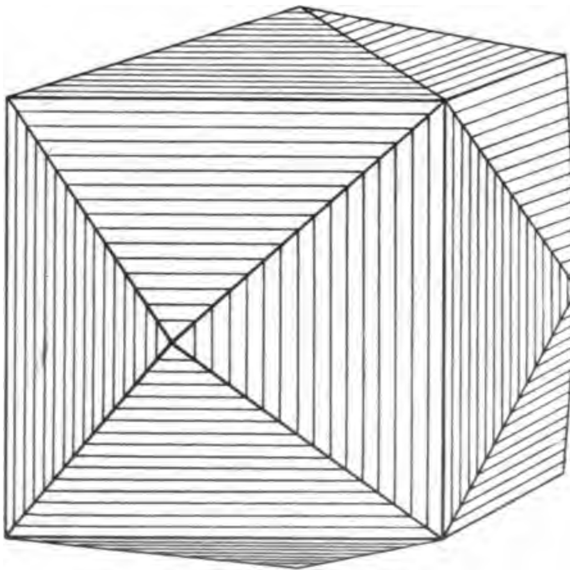


Fig. 54. Pyramidenwürfel {102} aus dem Würfel aufgebaut.

Zur Parallelverwachsung gleichartiger Kristalle gehört auch die sog. schriftgranitische Verwachsung. Beim eigentlichen Schriftgranit, der hierzu den Typus bildet, durchdringen sich Quarz und Feldspat derart, daß der erstere auf dem letzteren Zeichen bildet, die der Keilschrift vergleichbar sind. Der Quarz ist nicht gesetzmäßig mit dem Feldspat verwachsen, aber seine Individuen sind alle unter sich parallel

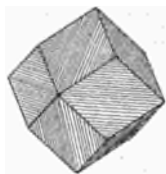


Fig. 55. Hauysche Dekreszenz. Rhombendodekaeder aus dem Oktaeder aufgebaut.



Fig. 56. Schriftgranit. (Das dunkele ist Quarz, das helle Feldspat.)

und der Feldspat bildet ein einziges Individuum. Könnte man das eine Mineral herausnehmen, dann würde es gleichsam einen Schwamm bilden, in dessen Poren das andere Mineral saß. Solche Strukturen kommen gewöhnlich dort vor, wo ein eutektischer Schmelzfluß, d. h. die leichtest schmelzbare Mischung zweier Stoffe, plötzlich erstarrt und die beiden Stoffe gleichzeitig jeder für sich zur Kristallisation kommen.

b) Die symmetrischen Verwachsungen der Kristalle bezeichnet man, wenn zwei Kristalle miteinander verwachsen, als Zwillinge, wenn es deren drei sind, als Drillinge usw. Das charakteristische für den Zwilling ist demnach, daß er gegenüber dem Einzelkristall seine Symmetrie erhöht, was bei den Parallelwachsungen nicht der Fall ist. Die Ursache der Zwillingsbildung liegt darin begründet, daß sowohl die parallele als die symmetrische Stellung der Moleküle und Keime Gleichgewichtslagen darstellen, aber die erstere scheint unter normalen Umständen eine stabile, die letztere eine labile zu sein.

Welcher Art die Zwillingsbildungen sein können, läßt sich nun leicht voraussagen. Es kann entweder

1. bei Kristallen ohne Symmetriezentrum sich ein Zentrum der Symmetrie bilden oder
2. eine neue Symmetrieachse entstehen, oder
3. ein vorhandene Symmetrieachse kann ihre Zähligkeit erhöhen, oder es kann
4. neu erscheinen eine Symmetrieebene.

Die neu entstehenden Symmetrieelemente bezeichnet man als Zwillingszentrum, Zwillingsachse, Zwillingsebene. Es ergibt sich daraus, daß eine bereits am Einzelkristall vorhandene Symmetrieebene niemals Zwillingsebene werden kann. Zwillingsebenen und -achsen sind stets mögliche Kristallflächen und -kanten. Im folgenden geben wir für die Fälle 2, 3 und 4 je ein Beispiel:

2. Der tetragonal-sphenoidisch-hemiedrisch kristallisierende Kupferkies bildet oktaederähnliche Kombinationen von zwei Sphenoiden *p* und *r*. Zwei solcher Kristalle sind mit ungleicher Sphenoidfläche

derart miteinander verwachsen, daß der eine Kristall gegen den andern um die auf den Sphenoidflächen senkrechte Linie um 180° gedreht erscheint. Jene Linie ist also zur zweizähligen Symmetrieachse geworden, ohne daß die dazu senkrechte Ebene Symmetrieebene geworden wäre. Man sieht die Symmetrie deutlich, wenn man die Hauptachsen der beiden Kristalle allein in paralleler und symmetrischer Stellung zeichnet und dabei bedenkt, daß man die Hauptsachsen mit sich selbst parallel verschieben darf.

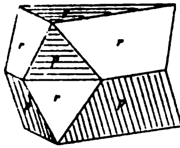


Fig. 57. Kupferkies. Zwillingsachse senkrecht auf der oberen *p*-Fläche. (Berührungszwilling.)

3. Der Quarz trapezoedrisch-tetartoedrisch kristallisierend hat eine dreizählige Hauptachse. Zwei solcher Kristalle sind derart gegeneinander gedreht und ineinander gewachsen, daß

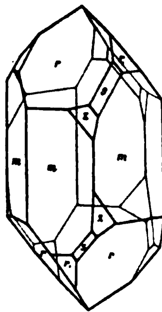


Fig. 58.

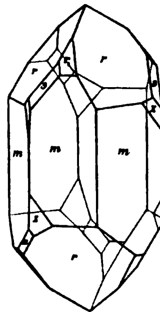


Fig. 59.

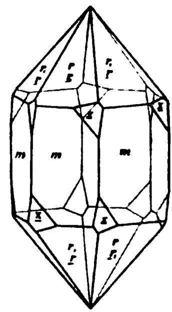


Fig. 60.

Ergänzungszwilling von Quarz. Vertikalachse = Zwillingsachse wird sechszählig (Durchdringungszwilling). Fig. 58 und 59 die beiden einfachen Kristalle gegeneinander um 60° gedreht.

die dreizählige Symmetrieachse sechszählig wird, also ihre Zähligkeit erhöht, ohne daß deshalb eine Symmetrieebene entstünde.

4a. Zwei trikline Albitkristalle sind symmetrisch nach der Fläche *M* mit einander verwachsen und so entsteht eine neue Symmetrieebene.

4b. Zwei Oktaeder des regulär-holoedrisch kristallisierenden Magneteisens sind symmetrisch nach einer Oktaederfläche verwachsen. Es entsteht demnach eine neue Symmetrieebene und zugleich wird die auf der Oktaederfläche senkrechte dreizählige Symmetrieachse sechszählig.

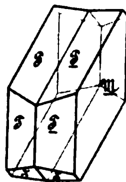


Fig. 61. Albitzwilling. *M* wird Zwillingsebene (Berührungszwilling).

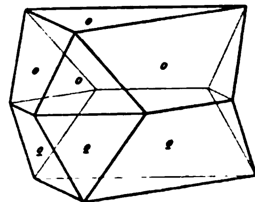


Fig. 62. Oktaeder. Zwillingsebene ist die obere *o*-Fläche (Berührungszwilling).

Die Verwachsungsfläche braucht nicht zusammenzufallen mit der Zwillingsebene, sie muß überhaupt nicht eine Ebene, sondern kann eine beliebige krumme Fläche sein. Berühren sich die beiden Kristalle eines Zwillings in einer Ebene, so nennt man sie Berührungszwillinge (Fig. 61, 62). Durchwachsen sich die Kristalle so, daß aus- und einspringende Winkel entstehen, dann nennt man sie Durchkreuzungszwillinge (Fig. 63); entstehen dagegen in solchem Falle keine aus- und einspringenden Winkel, dann bezeichnet man sie als Durchdringungszwillinge (Fig. 60).

Auch mehrfache Zwillinge kommen häufig vor, man nennt sie dann je nach der Anzahl der teilnehmenden Individuen Drillinge, Vierlinge, ... Viellinge. Solche Verwachsungen können in zweierlei Weise vor sich gehen: 1. Der zweite, dritte, vierte usw. Kristall wächst stets an den ersten an, was natürlich immer nur geschehen kann, wenn die Kristallform, deren Flächen oder Kanten Zwillingsebenen oder -achsen werden, oder zu denen die Zwillingsachsen senkrecht stehen, mehrere



Fig. 63. Durchkreuzungszwilling zweier Würfel symmetrisch nach dem Oktaeder.

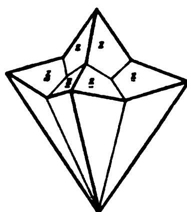


Fig. 64. Hausmannit. Fünfling nach der Pyramide II. Art.

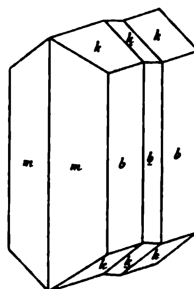
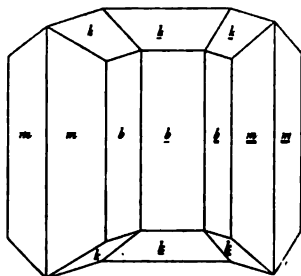


Fig. 65. Aragonit. Wiederholungszwilling nach $m(1\bar{1}0)$. Zwillingslamelle.

Flächen hat. So z. B. können sich an eine vierseitige Bipyramide nach den Flächen dieser Pyramide acht weitere Kristalle an den ersten ansetzen, und es entsteht ein Neunling (Fig. 64). 2. Die Verwachsungsart kann auch eine derartige sein, daß sich an den ersten Kristall der zweite, an diesen der dritte, an ihn der vierte usf. ansetzt. Hier unterscheidet man zwei Fälle, nämlich a) die Zwillingsebene ist immer die gleiche Fläche der gleichen Form, sie bleibt sich selbst parallel, und infolgedessen sind das erste, dritte, fünfte usw. Individuum und ebenso alle geraden Individuen parallel. Solche Viellinge nennt man Wiederholungszwillinge oder polysynthetische Zwillinge. Sind einzelne Individuen gegenüber den anderen besonders dünn, so spricht man auch von Zwillingslamellen (Fig. 65). b) Die Zwillingsebene zwischen dem zweiten und dritten Kristall ist eine andere Fläche der gleichen Form als beim ersten und zweiten oder beim dritten und vierten usw. Dann entsteht eine Drehung der Kristalle, kein Individuum ist im allgemeinen einem vorhergehenden parallel. Man nennt solche Viellinge Wendezwillinge (Fig. 66, 67).

Öfters beobachtet man die Erscheinung, daß durch Zwillingsbildung die Symmetrie der Kristalle so erhöht wird, daß der Zwillings-

kristall scheinbar einer höher symmetrischen Symmetrieklasse angehört. Auch hier kann man zwei Fälle unterscheiden: je nachdem ein Zwilling entsteht, der seiner Symmetrie nach wenigstens noch dem gleichen Kristallsystem angehört, wie der Einzelkristall oder aber einem anderen, höher symmetrischen. Der erstere Fall kann natürlich nie in einer Holoedrie, sondern nur bei Ogdoedern, Tetartoedern, Hemiedern ein-



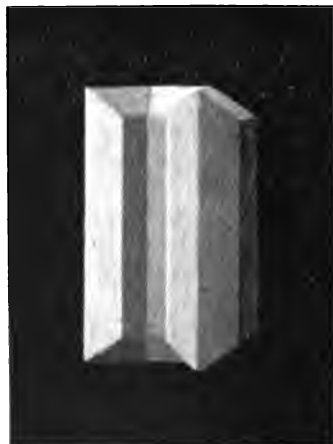
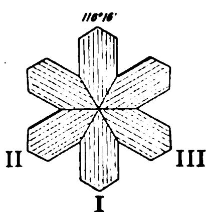


Fig. 66. Fig. 67.
Aragonit. Wendezwilling nach dem Prisma.

treten, und es ergänzen sich dann zwei ogdoedrische Kristalle zu einem tetartoedrischen, zwei tetartoedrische zu einem hemiedrischen, zwei hemiedrische zu einem holoedrischen, vier tetartoedrische zu einem holoedrischen usf. (Ergänzungszwillinge). Fig. 60 stellt einen Ergänzungszwilling von Quarz dar, in welchem sich zwei trapezoedrisch-tetartoedrische Kristalle zu einem trapezoedrisch-hemiedrischen ergänzt haben. Der andere hierher gehörige Fall ist der, daß durch Zwillingsbildung ein höher symmetrisches Kristallsystem nachgeahmt wird. Solche Zwillinge nennt man mimetische. Natürlich ist die Nachahmung nie eine vollkommene, weil die Winkel gewöhnlich nicht vollkommen mit denen des anderen Kristallsystems übereinstimmen. Diese mimetischen Zwillinge kommen aber mit Vorliebe dort vor, wo Winkel und Ausbildung des Kristalls mit dem andern Kristallsystem wenigstens einige Ähnlichkeit haben. In Fig. 68, 69 ist ein solcher scheinbar hexagonaler mimetischer Drilling des rhombischen Aragonits dargestellt.



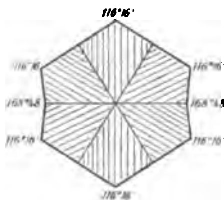


Fig. 68. Fig. 69.
Aragonit. Mimetischer Drilling nach dem Prisma.

Eine wenigstens in gewissem Grade gesetzmäßige Verwachsung gleicher Kristalle bieten auch die sogenannten Sphärolithe oder Sphärokristalle. Man versteht darunter ein äußerlich kugelförmiges, im Innern radialfaseriges Aggregat von gleichen Kriställchen. Die radialen Richtungen sind in der Regel gleichwertig. Sie sind keinesfalls mit einem

Kristall in Parallele zu stellen, sondern sind Aggregate, über deren Entstehung man noch nicht klar ist. Möglicherweise dürfte sie in einer am gleichen Orte gleichzeitigen Entstehung vieler verschieden gerichteter Keime in Verbindung mit außerordentlich schnellem Wachstum bestehen (Fig. 70).

2. Die gesetzmäßige Verwachsung ungleichartiger Kristalle ist eine nicht allzuseltene, manchmal sogar häufige Erscheinung. Gesetzmäßig ist sie insofern, als sich gewisse Symmetrieelemente des einen Kristalls gewissen Symmetrieelementen des andern Kristalls parallel legen, ohne daß deshalb die beiden Kristalle derselben Symmetrieklasse oder demselben Kristallsystem anzugehören brauchen. Unter Symmetrieelementen versteht man alle Flächen, Kanten, Ecken der Kristalle. Wir betrachten zunächst einige Beispiele:

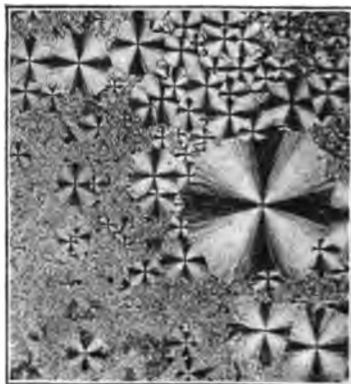


Fig. 70. Sphärolithe oder Sphärokristalle von Cholesterin im polarisierten Licht zwischen gekreuzten Nicols.

Legt man ein Oktaeder von Kaliumtonerdealaun in eine gesättigte Lösung von Kaliumchromalaun, so wächst das Oktaeder einfach weiter, legt man es dann in die Lösung eines anderen Alauns, so wächst es auch dort wieder weiter, so daß man ein Oktaeder mit Zonenstruktur (Schichtkristalle) erhält. Ja wenn man zwei verschiedene Alaune in der Lösung gemischt hat, dann verwachsen schon die Moleküle so miteinander, daß man einen sogenannten Mischkristall erhält. Ebenso verhalten sich viele Körper, die einander chemisch ähnlich sind, wie z. B. die rhombisch kristallisierenden Zink-, Magnesium- und Nickelsulfate mit 7 Wasser. Zwischen solchen Kristallen besteht nun jeweils eine große chemische Ähnlichkeit, und sie kristallisieren in der gleichen Symmetrieklasse mit ähnlichen Winkeln.

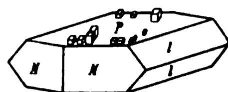


Fig. 71. Eisenkies auf Markasit.

Chemisch gleich zusammengesetzte, aber in verschiedenen Symmetrieklassen kristallisierende Körper verwachsen auch gerne gesetzmäßig miteinander. So z. B. der reguläre Pyrit und der rhombische Markasit, welche beide FeS_2 sind. Der erstere sitzt so auf dem letzteren, daß zwei seiner Würfelflächen mit einer Symmetrieebene und einer Prismenfläche des Markasits zusammenfallen.

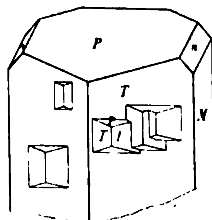


Fig. 72. Albit auf Orthoklas.

Der Kalifeldspat und der Natronfeldspat, $KAlSi_3O_8$ und $NaAlSi_3O_8$, sind chemisch ähnlich, aber jener kristallisiert monoklin, dieser triklin. Sie verwachsen häufig so miteinander, daß sie die seitliche Endfläche und die Prismenkante gemeinsam haben. — Der rhomboedrisch-hemiedrische Kalkspat und der ihm chemisch

ähnliche Dolomit, welcher rhomboedrisch-tetartoedrisch kristallisiert, verwachsen so, daß sie die Symmetrieachsen gemeinsam haben. In diesen beiden und vielen mit ihnen analogen Fällen kommen aber auch aus gemischten Lösungen Verwachsungen der Moleküle, also Mischkristalle zustande.

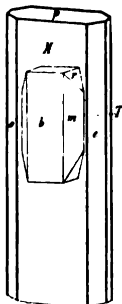


Fig. 73. Staurolith auf Disthen. Sie haben die Flächen *M* und *b* und eine Kante gemeinsam.

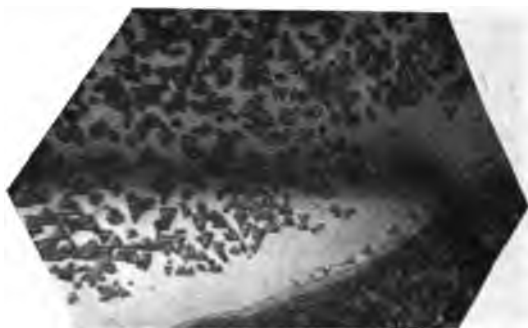


Fig. 76. Jodkalium auf Glimmer (dieser mit Zonarstruktur).

Kalkspat und Natronsalpeter sind zwei Körper, welche gar keine chemische Ähnlichkeit besitzen, aber in der gleichen Symmetrieklasse mit ähnlichen Winkeln kristallisieren. Sie kristallisieren beide rhomboedrisch-hemiedrisch und stellen bei der Verwachsung ihre Symmetrieachsen parallel. Staurolith und Disthen, ebenfalls chemisch unähnlich, haben gern eine Fläche und eine Kante gemeinsam.

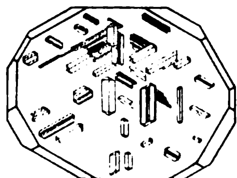


Fig. 74. Rutil auf Eisenglanz.

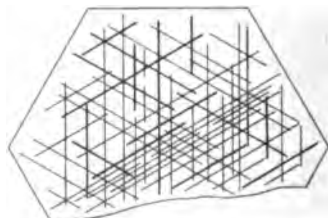


Fig. 75. Rutil im Glimmer.

Eisenglanz und Rutil haben weder eine chemische Ähnlichkeit, noch kristallisieren sie in der gleichen Symmetrieklasse, denn der erstere ist hexagonal-rhomboedrisch-hemiedrisch, der letztere tetragonal-holoedrisch. Sie verwachsen so miteinander, daß die Hauptachsen des Rutils sich den Zwischensymmetrieachsen des Eisenglanzes parallel lagern. — Auch Rutil und Glimmer haben keinerlei chemische Ähnlichkeit, und der letztere kristallisiert auch anders als der erstere, nämlich in monoklinen, scheinbar hexagonalen Tafeln. In diese sind Rutilnadeln so eingewachsen, daß sie mit ihrer Hauptachse seltener der Umgrenzung des Glimmers parallel gehen, meist senkrecht darauf stehen. — Der Glimmer hat auch mit dem Jodkalium keine chemische Ähnlichkeit, und dieses kristallisiert regulär. Hat man ein frisch gespaltenes Glimmerblatt und gießt darauf eine Lösung von Jodkalium, so setzen sich die auskristallisierenden Oktaederchen des letzteren alle

mit einer Oktaederfläche derart auf das Glimmerblatt, daß die Umrandung des Oktaeders der Umgrenzung des Glimmers parallel geht.

Diese Beispiele mögen genügen, und wir wollen uns nur noch fragen, was uns diese Tatsachen lehren. Wir haben zunächst im Abschnitt 4 gesehen, daß die Kristallisationskraft (Wachstumsgeschwindigkeit) bei einem Körper in verschiedenen Richtungen verschieden ist. Wir sehen aus den gesetzmäßigen Verwachsungen ungleicher Kristalle, deren Ursache diese Kraft zu sein scheint, daß diese Kristallisationskraft bei allen Körpern der Art nach gleich, der Größe nach aber vermutlich verschieden ist. Es können demnach Körper vorkommen, bei denen diese Kraft in allen, in mehreren oder in einer Richtung sehr ähnlich oder fast gleich ist. Solche Körper, bzw. deren Kristalle können dann nach den betreffenden Richtungen gesetzmäßig miteinander verwachsen. Hierbei sind aber offenbar noch drei andere Umstände von wesentlichem Einfluß, Gleichheit oder Ungleichheit der Symmetrieklasse, der Form und der Winkel bzw. des Volumens der Kristalle. Je ähnlicher das alles ist, um so leichter werden zwei Körper gesetzmäßig miteinander verwachsen und umgekehrt. Sind Form, Volumen, Symmetrieklasse und die Kristallisationskraft in analogen Richtungen bei den Molekülen zweier kristallisierender chemischer Körper gleich oder sehr ähnlich, so werden nicht bloß die Kristalle, sondern auch die Moleküle sehr leicht miteinander gesetzmäßig verwachsen, und es kann Schichtkristalle und Mischkristalle geben. Bei chemisch ähnlichen Körpern wird dies am leichtesten eintreten. Je nach dem Grade der Unähnlichkeit werden dann die Gesetzmäßigkeiten der Verwachsung größere oder geringere sein, und es ist klar, daß auch chemisch sehr unähnliche Körper gesetzmäßig miteinander verwachsen, ja sogar Mischkristalle und Schichtkristalle bilden können. Beispiel: Natronfeldspat $NaAlSi_3O_8$ und Kalkfeldspat $CaAl_2Si_2O_8$.



Fig. 77. Zonarstruktur am Kalknatronfeldspath. Kalkreichere und -ärmere Mischungen miteinander wechselnd und einen Schichtkristall bildend. Polarisiertes Licht, gekreuzte Nikols.

24. **Flächenbeschaffenheit und Habitus der Kristalle.** Man unterscheidet am Kristall echte und unechte Flächen. Sie sind leicht zu unterscheiden, weil echte Flächen stets dem Gesetz von der Rationalität der Indices genügen müssen. Unechte Flächen sind z. B. solche, welche dadurch entstehen, daß der Kristall bei seinem Wachstum gegen irgend eine glatte Fläche stößt, die ihn dann begrenzt. Zu den unechten Flächen kann man auch jene neuen Flächen rechnen, welche sich durch sehr häufige Alternation zweier echter Flächen bilden, eine Erscheinung, die den früher erwähnten Hauyschen Dekreszenzen analog ist und bei vielen Kristallen vorkommt. Eine gewisse Unechtheit besteht auch dann, wenn die Flächen zwar rationale Indices besitzen, aber die Indices durch sehr große Zahlen dargestellt werden. Solche vielfach vorkommende Flächen nennt man Vicinalflächen. Sie können ent-

weder Erscheinungen des Wachstums oder der Auflösung sein (auf diesen Fall werden wir später noch zurückkommen), oder sie können ihre Ursache auch in einer subparallelen Verwachsung haben, welche durch den orientierenden Einfluß benachbarter Keime begründet wird.

Im übrigen muß die Beschaffenheit der Kristallflächen stets den Forderungen der Symmetrie entsprechen. Gleiche Flächen müssen auch gleich glatt oder rauh oder gestreift sein, wobei natürlich zu beachten ist, daß die die Beschaffenheit bewirkenden Umstände äußerer Natur auch nur auf eine der Flächen eingewirkt haben können. In diesem Falle wäre dann eben nur die Beschaffenheit der einen Fläche verändert.

Fig. 78.



Fig. 78. Baryt. Tafelförmig durch vorherrschende Ausbildung der Basis *c*.

Fig. 79.

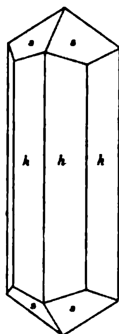


Fig. 79. Rutil. Nadelförmig durch vorherrschende Ausbildung des ditetragonalen Prismas *h*.

Von der verzerrten Ausbildung der Kristalle haben wir schon gesprochen und gesehen, daß sie auf ungleichem Wachstum gleicher Flächen beruht. Die Kristalle können dadurch eine tafel-, säulen- oder nadelförmige Gestalt erlangen. Solche Gestalten vermögen aber auch ebenmäßig ausgebildete Individuen anzunehmen, wenn sie Kombinationen sind und eine Form das Übergewicht erlangt. Ist z. B. die überwiegende Form eine solche, die nur aus einem Flächenpaar besteht, so werden die Kristalle nach diesen Flächen tafelig sein; überwiegen prismatische Formen, so können Säulen oder Nadeln entstehen. Sind aber bei einer Kombination die Flächen der teilnehmenden Formen alle annähernd gleich groß, so sagt man wohl: die Formen sind im Gleichgewicht.

Eine nicht gar seltene Erscheinung ist endlich die Krümmung der Kristalle bzw. einzelner Flächen. Eine solche Krümmung kann



Fig. 80.
Desmin. Bündelförmige Anordnung der Kristalle.





Fig. 81. Rechts- Fig. 82. Links-
gewundene Quarze.

nun entweder die Folge mechanischen Druckes sein, wie bei vielen Gipskristallen oder bei manchen Turmalinen, welche mit dem Gestein, worin sie liegen, gedrückt und gebogen wurden. Oder aber, der Grund kann in subparalleler Verwachsung von Einzelkristallen liegen, wie beim

Desmin (Fig. 80), oder in mehrfacher symmetrischer Verwachsung, wie beim Quarz (SiO_2). — Die „gewundenen Bergkristalle", unter denen es solche gibt, bei welchen die Vertikalachse des II. gegen den I. Kristall um eine Nebenachse im Sinne des Uhrzeigers gedreht erscheint (rechts gewundene) (Fig. 81), und andere, die sich umgekehrt verhalten (links gewundene) (Fig. 82), werden neuerdings durch wiederholte Zwillingsbildung nach zwei verschiedenen Gesetzen erklärt.

25. **Homogenität der Kristalle.** Weitaus die wenigsten Kristalle sind homogen, d. h. gleichartig durch die ganze Masse. Die Inhomogenitäten können zweierlei Art sein: entweder körperliche Einschlüsse oder molekulare Beimischungen. Sie sind bald gasförmiger, bald flüssiger, bald fester oder mehrfacher Natur. Ihre Beachtung ist wichtig, weil sie das spezifische Gewicht, auch sonstige physikalische Eigenschaften, unter Umständen auch die Winkel, ja sogar die Symmetrieklasse des Kristalls zu ändern vermögen.

1. Die körperlichen Einschlüsse können entweder unregelmäßig begrenzt sein, oder sie können ihre eigene Kristallform zeigen,

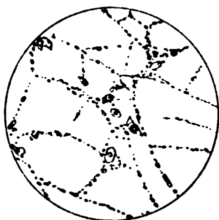


Fig. 83. Quarz mit unregelmäßig angeordneten Gas- und Flüssigkeitseinschlüssen.

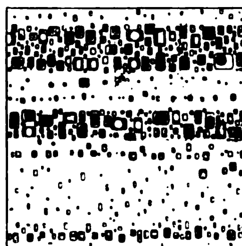


Fig. 84. Steinsalz mit zonar nach dem Würfel angeordneten würfelförmigen Petroleumeinschlüssen mit Gaslibelle.



Fig. 85. Leucit mit Grundmasseeinschlüsssen.

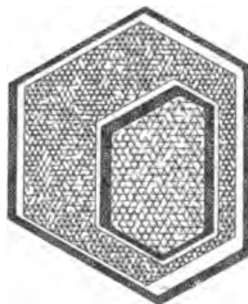


Fig. 86. Glimmer mit Zonarstruktur infolge Einlagerung von Rutilnadeln.

oder endlich ihre Form kann die des einschließenden Kristalls — des Wirtes sein. Ihre Anordnung ist entweder eine unregelmäßige oder eine regelmäßige, derart, daß sie bestimmten Flächen des Wirtes parallel

angeordnet sind. Bald sind sie gleichmäßig durch den ganzen Kristall verteilt, bald sind sie zu gewissen Zeiten der Kristallbildung reichlicher gewesen und erzeugen dann eine Art zonarer Struktur, oder sie erzeugen auch einen skelettartigen Bau des ganzen Kristalls, ja sie können in solcher Menge vorhanden sein, daß ihr Gewicht das des Wirtes übertrifft.

2. Die molekularen Einlagerungen, die man auch als dilut-verteilt (feste Lösungen) bezeichnet, können in Konsequenz dessen, was bei den gesetzmäßigen Verwachsungen ungleichartiger Mineralien gesagt worden ist, sowohl chemisch gleichartig als ungleichartig sein. Auch Gase und Flüssigkeiten können aufgenommen, absorbiert werden. Die Verteilung kann eine fleckige sein, wie wir es oft an der Färbung der Kristalle erkennen oder wie es auch öfters an verschiedenen Stellen eines Kristalls wechselnde andere optische Eigenschaften lehren. Auch zonar kann die Verteilung sein, bald so, daß die einzelnen Zonen scharf gegeneinander begrenzt, bald so, daß sie durch Übergänge verbunden erscheinen. Endlich kommt auch eine sektorenförmige Verteilung vor. Diese entsteht gewöhnlich so, daß besonders bei sog. Mischkristallen gewisse Flächen auf gewisse Moleküle eine besonders starke Anziehung ausüben, und dadurch setzt sich nachher der Kristall scheinbar aus Kegeln zusammen, deren Basis die betreffende Fläche, deren Spitze in der Mitte des Kristalls ist. Derartige Erscheinungen bezeichnet man als Anwachskegel.



Fig. 88. Anwachskegel am Augit (Sanduhrstruktur).



Fig. 87. Zonare Färbung im Rauchquarz.

3. Neuerdings ist es gelungen, in manchen Fällen, wo man seither sog. molekulare Einlagerungen annahm, mit Hilfe des „Ultramikroskops“ nachzuweisen, daß die dilut eingelagerten, z. B. färbenden Teilchen einer beträchtlich höheren Größenordnung angehören als die Moleküle, daß sie also zu der unter 1. besprochenen Gruppe von Einlagerungen gehören. Beispiel: blaues Steinsalz, dessen Färbung durch kleinste Natriumpartikelchen hervorgerufen wird. Die Farbe wechselt mit der Größe der Teilchen.

26. Pseudomorphosen. In der Natur finden sich häufig Körper in Kristallformen, welche einer bestimmten Symmetrieklasse angehören und deren Flächen den Forderungen des Gesetzes der Rationalität der Indices genügen. Ihr Achsenverhältnis steht aber in keiner direkten Beziehung zur Substanz und ihr physikalisches Verhalten stimmt nicht mit der Kristallform überein. Nur selten bestehen sie aus einem einzigen Individuum, sondern meist stellen sie ein mehr oder minder feinkörniges Aggregat von Kriställchen eines oder mehrerer Körper dar.

Bald haben ihre Bestandteile eine Ähnlichkeit mit dem Körper, in dessen Kristallform sie auftreten, bald nicht. Weil nun die Substanz somit eine falsche, erborgte Kristallform besitzt, nennt man solche Dinge Pseudomorphosen oder Afterkristalle. Man unterscheidet davon mehrere Arten je nach der Änderung, die im chemischen Bestand des ursprünglichen Kristalls vor sich gegangen ist.

1. Ohne Änderung der stöchiometrischen chemischen Zusammensetzung: Umlagerungspseudomorphosen oder Paramorphosen. Eine Modifikation A wandelt sich unter Erhaltung ihrer Form in die Modifikation B der gleichen Substanz um. Als Beispiel diene der Schwefel und der Leucit ($KAlSi_2O_6$). Ersterer kristallisiert aus dem Schmelzfluß in gelben durchsichtigen monoklinen Nadeln, die sich beim Abkühlen unter Erhaltung der monoklinen Form in ein Aggregat rhombischer Kriställchen umwandeln und undurchsichtig werden. Der Leucit kristallisiert aus dem Schmelzfluß in regulären Kristallen, wandelt sich aber bei gewöhnlicher Temperatur im allgemeinen unter Erhaltung der Form in einen Körper um, dem die physikalischen Eigenschaften rhombischer Kristalle zukommen.

2. Teilweise Änderung der chemischen Zusammensetzung. Umwandelungspseudomorphosen. Beispiele: Quarz (SiO_2) wird unter Zuführung von Magnesia und Wasser, ebenso Dolomit ($CaMgC_2O_6$) unter Wegführung von Kalziumkarbonat und Kohlensäure und bei Zuführung von Kieselsäure in Talk ($H_2Mg_3Si_4O_{12}$) umgewandelt. Kristalle von Cuprit (Cu_2O) werden bei teilweisem Verschwinden des Kupfers und Zufuhr von Kohlensäure und Wasser in Malachit [$(CuOH)_2CO_3$] verwandelt. Gipskristalle ($CaSO_4 \cdot 2\,H_2O$) gehen unter der Einwirkung von Alkalikarbonaten in Pseudomorphosen von Aragonit ($CaCO_3$) über, und die Schwefelsäure geht mit dem Alkali weg. Olivin ($(Mg,Fe)_2SiO_4$ geht unter Verlust von Magnesia und Aufnahme von Wasser in Serpentin ($H_4Mg_3Si_2O_9$) über. Jeweils kann die Kristallform des Muttterminerals erhalten bleiben.

3. Gänzliche Änderung der chemischen Zusammensetzung. a) Verdrängungspseudomorphosen. Ersatz des den Kristall bildenden Körpers durch einen anderen unter Erhaltung der Form. Beispiele: Quarz (SiO_2) erscheint in der Gestalt des Kalkspates ($CaCO_3$), Chalcedon ($SiO_2 \cdot nH_2O$) in der des Flußspats (CaF_2), Manganit ($Mn_2O_3 \cdot H_2O$) in der Form des Kalkspats usw. — b) Umhüllungspseudomorphosen oder Perimorphosen. Umhüllung eines Kristalls durch andere Mineralien und nachherige Auflösung des Kristalls. Diese Erscheinung wird oft beobachtet bei Kalkspat, Flußspat, Schwerspat ($BaSO_4$) usw., welche ihre Abdrücke im Quarz, (Zellquarz, zerhackter Quarz) hinterlassen haben.

Die 32 Symmetrieklassen.

I. Reguläres Kristallsystem. Koordinatenachsen: die drei gleichen vierzähligen zueinander senkrechten Hauptsymmetrieachsen der Holoedrie. Daraus $a = b = c$ und $\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$. Aufstellung: c vertikal, a und b horizontal und zwar a auf den Beschauer zu, b quer (Fig. 89).

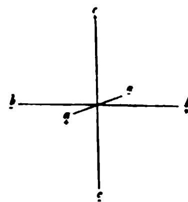


Fig. 89.

1. **Holoedrie oder hexakisoktaedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse[1]): 3 zu einander senkrechte Hauptsymmetrieebenen; 6 dazwischenliegende Nebensymmetrieebenen, die miteinander Winkel von 60° und 90° bilden; 3 auf den Hauptsymmetrieebenen senkrechte vierzählige Hauptachsen; 4 durch die Mitte der von den Hauptsymmetrieebenen gebildeten Oktanten gehende dreizählige Hauptachsen, die zugleich sechszählige Achsen der zusammengesetzten Symmetrie sind; 6 auf den Nebensymmetrieebenen senkrechte gleiche zweizählige Symmetrieachsen; ein Zentrum der Symmetrie.

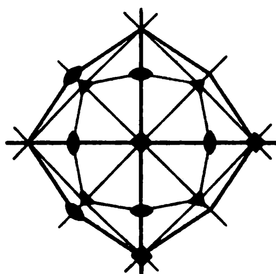


Fig. 90.

Vorkommende Formen: Wir unterscheiden dreierlei verschiedene Formen, je nachdem ihre Flächen eine, zwei oder drei Achsen schneiden.

1) Die Figuren, welche die Symmetrieverhältnisse erläutern sollen, sind so gewonnen, daß die flächenreichste Kristallform oder, wo dies eine Hemipyramide (monoklin) oder Tetartopyramide (triklin) ist, beide Hemipyramiden oder alle 4 Tetartopyramiden auf eine Ebene projiziert werden. Die Projektionsebene ist im regulären, hexagonalen und tetragonalen Kristallsystem eine Hauptsymmetrieebene, im rhombischen System die horizontale Symmetrieebene (Basis), im monoklinen die Symmetrieebene und im triklinen System eine beliebige Koordinatenebene.

Die Kanten, durch welche Symmetrieebenen gehen, sind ausgezogen, diejenigen, bei denen dies nicht der Fall ist, nur punktiert. Gleichen Symmetrieebenen angehörige Kanten sind durch gleich dicke Linien dargestellt, so kann man in Fig. 90 drei Haupt- und sechs Nebensymmetrieebenen erkennen.

Was außerhalb des Grundrisses der Figur ist, bezieht sich auf die Unterseite des Kristalles.

Die sechszähligen Symmetrieachsen sind durch schwarze Sechsecke, die vierzähligen durch Vierecke, die dreizähligen durch Dreiecke, die zweizähligen durch Ellipsen bezeichnet.

In dem Hemiedrien, Tetartoedrien usw. sind die zu einer Form erforderlichen Flächen in gleicher Weise bezeichnet (punktiert, schraffiert usw.).

1. Formen, deren Flächen je nur eine Achse schneiden, also senkrecht zu je zwei Achsen stehen. Für jedes der 6 gleichen Achsenenden wird je eine Fläche erfordert, und es besteht demnach die Form aus 6 gleichen Flächen, welche wie die Achsen senkrecht zueinander stehen:

a



b

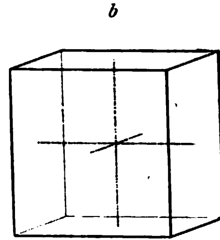


Fig. 91. Der Würfel {100} $\infty O \infty$.

Der Würfel {100}, $\infty O \infty$; Parameter[1]), $a : \infty a : \infty a$.

Es gibt nur einen Würfel. Seine Flächen gehen den Hauptsymmetrieebenen parallel. Die Winkel an den 12 gleichen Kanten sind rechte. Die 6 gleichen Nebensymmetrieebenen teilen die Würfelflächen diagonal, die vierzähligen Hauptsymmetrieachsen stehen auf den Flächen lotrecht, die dreizähligen Hauptachsen verbinden die gegenüberliegenden Ecken und die zweizähligen Achsen die Mitte der gegenüberliegenden Kanten.

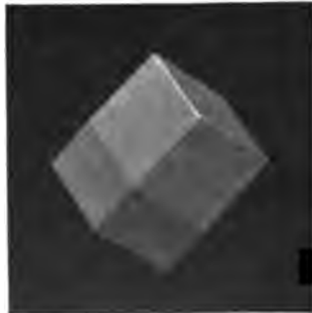
2. Formen, deren Flächen je zwei Achsen schneiden und zwar

a) in gleichem Abstand. Die Vierzähligkeit der Koordinatenachsen verlangt für jedes Achsenende vier solcher Flächen. Da aber jede Fläche zugleich zwei Achsenenden angehört, so werden im ganzen $\frac{6 \cdot 4}{2}$ also 12 gleiche Flächen verlangt:

Das Rhombendodekaeder {110}, ∞O; Parameter, $a : a : \infty a$.

Es gibt nur ein Rhombendodekaeder, auch Granatoeder genannt. Seine Flächen gehen den Nebensymmetrieebenen parallel. Die Winkel an den 24 gleichen Kanten betragen 120°. Die Hauptsymmetrieebenen teilen die rhombisch umrissenen Flächen nach der langen Diagonale, die vierzähligen Hauptachsen verbinden die 6 vierkantigen, die dreizähligen

a



b



Fig. 92. Das Rhombendodekaeder {110} ∞O.

1) Als Parameter bezeichnen wir die Längen, welche von einer Fläche auf den Koordinatenachsen abgeschnitten werden, im Verhältnis zum primären Abstand. Sie werden ausgedrückt durch die Achsen a, b, c mit einer rationalen Zahl.

Hauptachsen verbinden die 8 dreikantigen Ecken und die 6 zweizähligen Achsen stehen lotrecht auf den 12 Flächen.

b) Die Flächen der Formen schneiden zwei Achsen in verschiedenem Abstand. Die 3 vierzähligen Hauptsymmetrieachsen verlangen dann für jedes der 6 Achsenenden 4 Flächen, die im primären Abstand, und 4, die im Abstand n schneiden, also 8 Flächen. Da aber jede Fläche zugleich zwei Achsenenden angehört, so werden im ganzen $\frac{6 \cdot 8}{2} = 24$ Flächen verlangt:

Die Tetrakishexaeder $\{hl0\}$, ∞Om; Parameter, $a : ma : \infty a$.

Tetrakishexaeder oder Pyramidenwürfel gibt es eine unendliche Reihe je nach dem Werte von m. Wird m kleiner, so werden die Formen steiler; wird m gleich 1 so entsteht das Rhombendodekaeder; wird m größer, so werden die Formen flacher; wird m gleich unendlich,

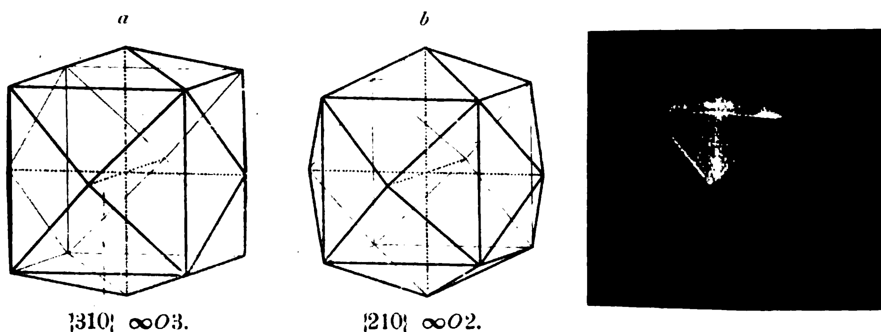


Fig. 93. Tetrakishexaeder oder Pyramidenwürfel $\{hl0\}$ ∞Om.

so entsteht der Würfel. Die 24 gleichen Flächen schneiden sich in $12 + 24$ je gleichen Kanten. Sie sind gleichschenkelige Dreiecke. Die Hauptsymmetrieebenen stehen auf den Flächen senkrecht; die Nebensymmetrieebenen gehen durch die 24 gleichen Kanten; die vierzähligen Achsen verbinden die 8 vierkantigen Ecken, die dreizähligen Achsen verbinden die acht $3 + 3$ kantigen Ecken und die zweizähligen Achsen verbinden die Mitten der 12 gleichen Kanten.

3. Formen, deren Flächen alle drei Achsen schneiden

a) in gleichem Abstand. Die vierzähligen Achsen verlangen für jedes Achsenende vier solcher Flächen, da aber jede Fläche drei Achsen zugleich angehört, so werden $\frac{6 \cdot 4}{3} = 8$ Flächen im ganzen verlangt:

Das Oktaeder $\{111\}$, O; Parameter, $a : a : a$.

Es gibt nur ein Oktaeder. Seine Flächen sind gleichseitige Dreiecke und schneiden sich unter Winkeln von $109^0\ 28'\ 16''$ in 12 gleichen Kanten. Die Hauptsymmetrieebenen gehen durch die 12 gleichen Kanten; die Nebensymmetrieebenen stehen senkrecht auf den Flächen und entsprechen den Höhenlinien der gleichseitigen Dreiecke; die vierzähligen Achsen verbinden die 6 vierkantigen Ecken; die trigonalen Achsen

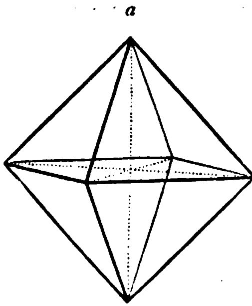




Fig. 94. Das Oktaeder {111} *O*.

stehen auf den Oktaederflächen senkrecht; die 6 zweizähligen Achsen verbinden je zwei gegenüberliegende Kanten und stehen auf ihnen lotrecht.

b) Die Flächen schneiden zwei Achsen in gleichem, primärem, die dritte in verschiedenem Abstand.

α) Zwei Achsen im Abstand 1, die dritte in *m*, das größer ist als 1. Die Gleichwertigkeit der vierzähligen Achsen erfordert für jedes Achsenende eine Fläche, die im Abstand 1 und eine, die im Abstand *m* schneidet, also 2 Flächen, die Vierzähligkeit dieser Achsen die beiden Flächen viermal, so daß für ein Achsenende 8 Flächen und für 6 Enden 6×8 erfordert werden. Da nun aber jede Fläche je zwei Achsen im Abstand 1 schneidet, so vermindert sich die Zahl auf die Hälfte. Die Form hat also 24 Flächen:

Die Triakisoktaeder $\{h\,l\,h\}$, mO; Parameter, $a : ma : a$.

Von den Triakisoktaedern oder Pyramidenoktaedern ist je nach dem Werte von *m* eine unendliche Reihe möglich. Wird *m* größer, dann wird die Form steiler und wenn *m* unendlich wird, entsteht aus

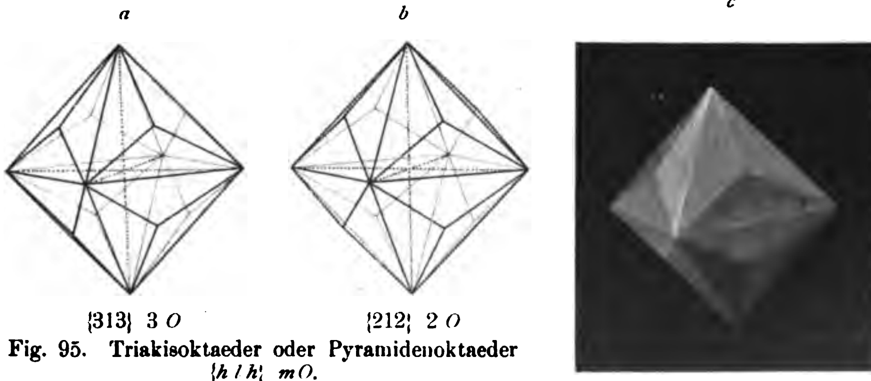


Fig. 95. Triakisoktaeder oder Pyramidenoktaeder $\{h\,l\,h\}$ mO.

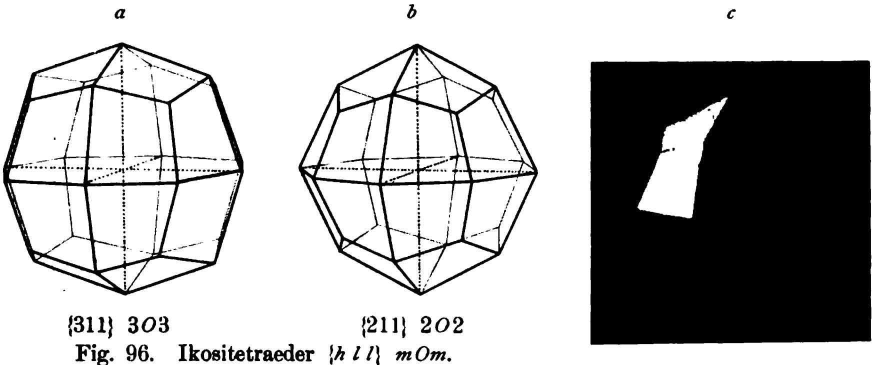
der Form das Rhombendodekaeder. Wird *m* kleiner, dann nähert sich die Gestalt mehr und mehr dem Oktaeder, in welches sie bei *m* gleich 1 übergeht. Die 24 gleichen Flächen dieser Formen schneiden sich in $12 + 24$ je unter sich gleichen Kanten. Die Flächen stellen gleichschenkelige Dreiecke dar. Die Hauptsymmetrieebenen gehen durch die

12 gleichen, die Nebensymmetrieebenen durch die 24 gleichen Kanten. Die vierzähligen Hauptachsen verbinden die sechs 4 + 4 kantigen, die trigonalen Achsen die 8 dreikantigen gegenüberliegenden Ecken, die zweizähligen Achsen stehen senkrecht auf der Mitte der 12 gleichen Kanten.

β) Eine Achse wird im primären Abstand, die beiden anderen im Abstand *m*, das wiederum größer ist als 1, geschnitten. Es läßt sich hier ganz analog wie bei der eben besprochenen Form entwickeln, daß auch hier Formen mit 24 gleichen Flächen entstehen müssen.

Die Ikositetraeder $\{hll\}$, mOm; Parameter, $a:ma:ma$.

Auch von den Ikositetraedern ist je nach dem schwankenden Werte von *m* eine unendliche Reihe möglich. Ein solches bei dem $m = 2$ ist, dessen Indices also {211} sind, heißt das Leucitoeder. Mit wachsendem *m* werden die Formen flacher, nähern sich mehr und mehr dem Würfel, in den sie übergehen, wenn *m* unendlich wird. Je kleiner *m* wird, um so steiler sehen die Formen aus, bis sie schließlich bei $m = 1$ zum Oktaeder werden. Die 24 gleichen Flächen dieser Formen sind Deltoide und schneiden sich in zweimal 24 gleichen Kanten. Die Hauptsymmetrieebenen gehen durch die einen 24, die



{311} 3O3 {211} 2O2
Fig. 96. Ikositetraeder $\{h\,l\,l\}$ mOm.

Nebensymmetrieebenen durch die anderen 24 gleichen Kanten. Die vierzähligen Hauptachsen verbinden 6 vierkantige, die trigonalen Achsen 8 dreikantige und die zweizähligen Achsen die zwölf 2 + 2 kantigen gegenüberliegenden Ecken.

γ) Die Flächen schneiden alle drei Achsen in ungleichem Abstand. Zu einer Fläche, welche die drei Achsen in den Abständen a, na, ma ($m > n > 1$ und also auch $h > k > l$) schneidet, verlangt die durch die Achsen a und c gehende Hauptsymmetrieebene eine zweite Fläche, die die Achsen in a, $\bar{n}a$, ma schneidet. Die Vierzähligkeit der Achsen und das Vorhandensein von 3 gleichen Hauptsymmetrieebenen verlangt diese beiden Flächen an jedem Achsenende viermal und es müssen daher $2 \times 4 \times 6 = 48$ solcher gleicher Flächen vorhanden sein.

Die Hexakisoktaeder $\{hkl\}$, mOn; Parameter, $a:na:ma$.

Von den Hexakisoktaedern oder Achtundvierzigflächnern gibt es ebenfalls nach den schwankenden Werten von *n* und *m* eine unendliche Reihe. Je näher *n* bei *m* liegt, um so ähnlicher sehen die Formen einem Ikositetraeder, je mehr sich *n* dem Wert 1 nähert, desto mehr gleichen sie einem Triakisoktaeder; nähert sich *n* und *m* der Zahl 1,

dann ist die Form oktaederähnlich usf. Die 48 gleichen Flächen dieser Formen sind ungleichseitige Dreiecke, welche sich in dreimal 24 je unter sich gleichen Kanten schneiden. Die 24 von mittlerer Länge liegen in den Haupt-, je 4 längste und kürzeste in den 6 Nebensymmetrieebenen. Die vierzähligen Hauptachsen verbinden die gegenüberliegenden der sechs 4+4kantigen, die trigonalen Achsen die acht 3+3kantigen und die zweizähligen Achsen zwölf 2+2kantige Ecken.

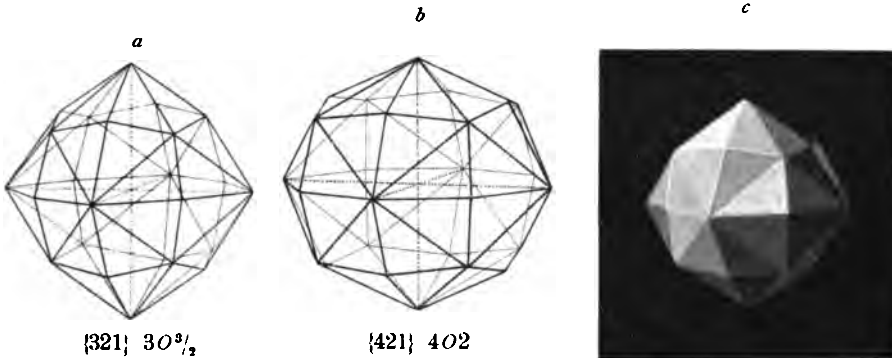


Fig. 97. **Hexakisoktaeder** *{h k l} mOn.*

Kombinationen.

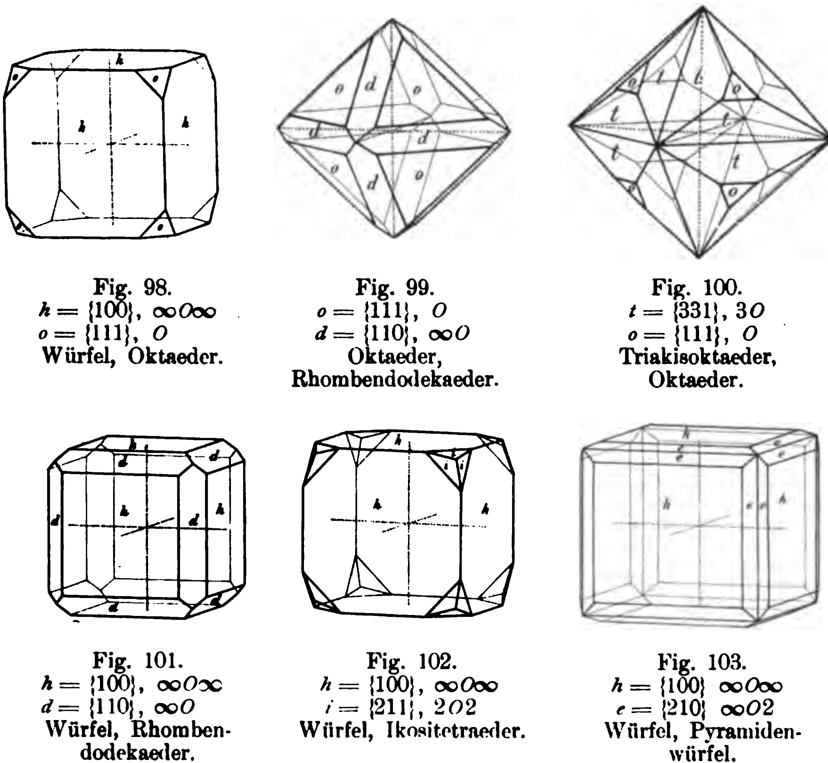


Fig. 98.
h = {100}, ∞O∞
o = {111}, *O*
Würfel, Oktaeder.

Fig. 99.
o = {111}, *O*
d = {110}, ∞*O*
Oktaeder,
Rhombendodekaeder.

Fig. 100.
t = {331}, 3*O*
o = {111}, *O*
Triakisoktaeder,
Oktaeder.

Fig. 101.
h = {100}, ∞O∞
d = {110}, ∞*O*
Würfel, Rhombendodekaeder.

Fig. 102.
h = {100}, ∞O∞
i = {211}, 2*O*2
Würfel, Ikositetraeder.

Fig. 103.
h = {100} ∞O∞
e = {210} ∞*O*2
Würfel, Pyramidenwürfel.

Bezüglich der **Kombinationen** ist folgendes zu bemerken: Der Würfel stumpft an allen übrigen Formen die 4kantigen oder 4+4-kantigen Ecken ab. Das Oktaeder dagegen stumpft an allen übrigen Formen die 3kantigen oder 3+3kantigen Ecken ab. Das Rhombendodekaeder stumpft bei denjenigen Formen, welche 12 gleiche Kanten haben, diese gerade ab, bei den Ikositetraedern und bei den Hexakisoktaedern hingegen stumpft es die 2+2kantigen Ecken gerade ab. Die Tetrakishexaeder schärfen die Kanten des Würfels, die Triakisoktaeder die des Oktaeders zu. Die Triakisoktaeder und die Ikositetraeder erscheinen als dreiflächige, die Hexakisoktaeder als sechsflächige Zuschärfung der Würfelecken. Die 24 gleichen Kanten des Rhombendodekaeders werden durch ein Ikositetraeder, das Leucitoeder gerade abgestumpft, dem die Indices {211} zukommen (Fig. 107), und sie werden durch die Flächen von Hexakisoktaedern zugeschärft, deren einer Index gleich der Summe der beiden anderen ist und deren Naumannsches Zeichen lautet $mO\frac{m}{m-1}$ — also z. B. {123}, {134}, {145} usw. (Fig. 108). Es läßt sich dies mit Hilfe der Zonengesetze leicht beweisen: Danach ist das Zonensymbol für die Flächen (110) und (101)

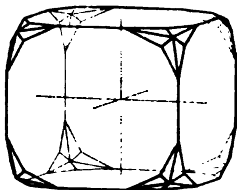


Fig. 104.
{100}, $\infty O \infty$
{421}, $4O2$
Würfel,
Hexakisoktaeder.

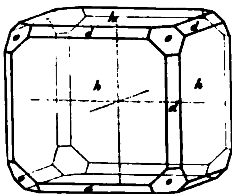


Fig. 105.
h = {100}, $\infty O \infty$
o = {111}, O
d = {110}, ∞O
Würfel, Oktaeder,
Rhombendodekaeder.

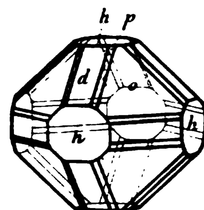


Fig. 106.
o = {111}, O
h = {100}, $\infty O \infty$
d = {110}, ∞O
p = {212}, $2O$
Oktaeder, Würfel,
Rhombendodekaeder,
Pyramidenoktaeder.

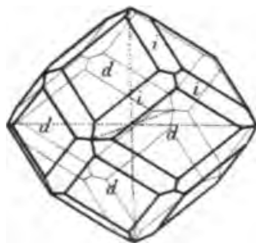


Fig. 107.
d = {110}, ∞O
i = {211}, $2O2$
Rhombendodekaeder,
Leucitoeder.

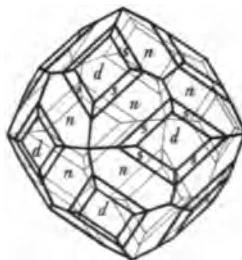


Fig. 108.
d = {110}, ∞O
n = {211}, $2O2$
s = {321}, $3O^3/_2$
Rhombendodekaeder,
Leucitoeder, Hexakisoktaeder.

des Rhombendodekaeders $1\bar{1}\bar{1}$; die Indices einer der die betreffende Kante zuschärfenden Flächen eines Hexakisoktaeders sind (hkl); dann lautet die Bedingungsgleichung für die Zone:

$$1 \cdot k + \bar{1} \cdot k + \bar{1} \cdot l = 0, \text{ oder } h - k - l = 0; \text{ daraus } h = k + l.$$

2. **Tetraedrische Hemiedrie oder hexakistetraedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: 6 gleiche sich unter Winkeln von 120° bzw. 90° schneidende Nebensymmetrieebenen; 3 den vierzähligen Hauptachsen in der Holoedrie entsprechende, zweizählige zu einander senkrechte Symmetrieachsen; 4 in der Mitte der von jenen 3 Achsen gebildeten Oktanten liegende polare trigonale Achsen (Fig. 109).

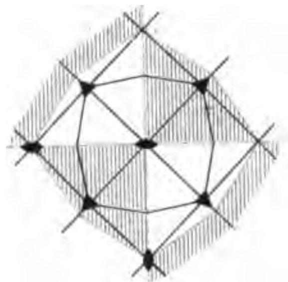


Fig. 109.

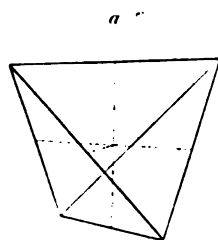
Vorkommende Formen: Die polare Ausbildung der trigonalen Achsen bedingt ein verschiedenes Verhalten der abwechselnden, von den Koordinatenachsen gebildeten Oktanten, und es können demnach nur jene Formen ebenso aussehen wie in der Holoedrie, deren Flächen in 2 Oktanten zugleich liegen. Sie müssen aber so erscheinen, weil sie nur so den Forderungen der Symmetrie genügen. Dahin gehören:

Der Würfel $\{100\}$, $\infty O \infty$.
Das Rhombendodekaeder $\{110\}$, ∞O.
Die Tetrakishexaeder $\{hl0\}$, $\infty O m$.

Die übrigen Flächen, also jene, welche alle 3 Achsen schneiden, bilden anders gestaltete Formen als in der Holoedrie.

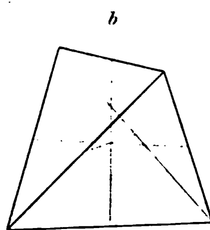
1. Statt der 8 Flächen des Oktaeders werden nur 4 in den abwechselnden Oktanten verlangt, aber gerade so wie die Fläche mit den Indices (111) noch 3 andere Flächen erfordert, so ist dies auch mit

a



$\{111\}$
$+\frac{O}{2}$

b



$\{1\bar{1}1\}$
$-\frac{O}{2}$

c



Fig. 110. Tetraeder.

der Fläche $(1\bar{1}1)$ der Fall, und es entstehen somit 2 gleiche Formen, die man durch eine Drehung von 90° um eine zweizählige Symmetrie-

achse zur Deckung bringen kann. Diejenige Form, zu der die Fläche (111) gehört, bezeichnet man als positiv, die andere als negativ.

Das positive Tetraeder {111}, $+\frac{O}{2}$

und das negative Tetraeder {1$\bar{1}$1}, $-\frac{O}{2}$

Das Tetraeder hat 4 gleiche Flächen, welche gleichseitige Dreiecke darstellen und sich unter Winkeln von 70° 31′ 44″ schneiden. Sie bilden miteinander 6 gleiche Kanten, und diese treffen sich in 4 dreikantigen Ecken. Die 6 Nebensymmetrieebenen gehen durch die 6 Kanten; die 3 zweizähligen Achsen verbinden die Mitte der gegenüberliegenden Kanten; die polaren trigonalen Achsen gehen durch die dreikantigen Ecken und stehen senkrecht auf je einer Fläche.

2. An Stelle der Triakisoktaeder treten ebenfalls andere Formen, die nur in den abwechselnden Oktanten je drei Flächen haben. Es erscheint hier ebenfalls eine positive und eine negative Formenreihe, die durch Drehung um 90° zur Deckung gebracht werden können.

Positive Deltoiddodekaeder {hlh}, $+\frac{mO}{2}$

und negative Deltoiddodekaeder {$h\bar{l}h$}, $-\frac{mO}{2}$

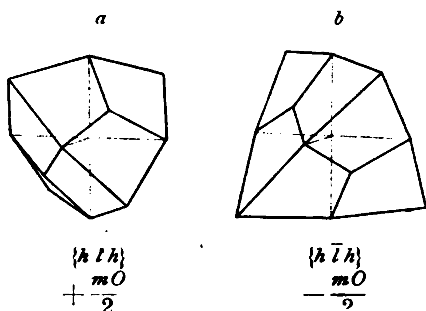




Fig. 111. Deltoiddodekaeder.

Die Deltoiddodekaeder haben 12 gleiche deltoidförmig gestaltete Flächen, welche sich in 12 + 12 gleichen Kanten schneiden, die in sechs 2 + 2 kantigen und in 4 + 4 dreikantigen Ecken zusammentreffen. Die 6 Nebensymmetrieebenen gehen durch die Kanten; die 3 zweizähligen Achsen verbinden die gegenüberliegenden 2 + 2 kantigen, die trigonalen Achsen je eine gegenüberliegende stumpfe und spitze dreikantige Ecke.

3. Ganz analog verhält es sich auch mit den Flächen der Ikositetraeder. Auch sie erscheinen zu dreien je nur in den abwechselnden Oktanten. Auch hier gibt es sonach eine positive und eine negative Formenreihe, die durch Drehung um 90° zur Deckung gebracht werden können.

Die positiven Triakistetraeder $\{h\,l\,l\}$, $+\frac{m\,O\,m}{2}$

und negativen Triakistetraeder $\{h\,\bar{l}\,l\}$, $-\frac{m\,O\,m}{2}$.

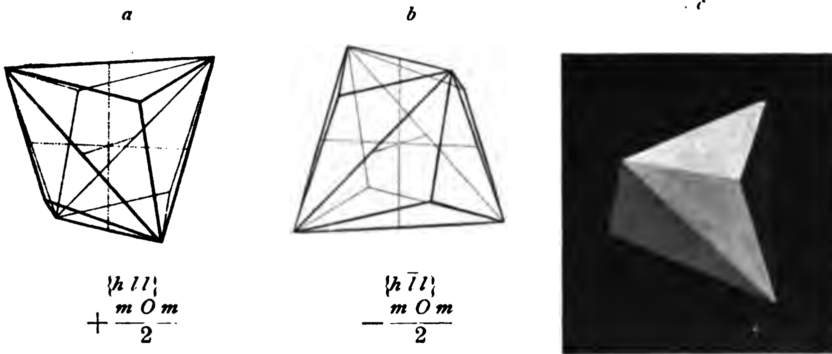


Fig. 112. Triakistetraeder.

Die Triakistetraeder oder Pyramidentetraeder werden umschlossen von 12 gleichen Flächen, welche in 6 + 12 gleichen Kanten zum Durchschnitt kommen, diese vereinigen sich in 4 dreikantigen und vier 3 + 3 kantigen Ecken. Die Nebensymmetrieebenen gehen durch die Kanten; die zweizähligen Achsen verbinden die Mitten der gegenüberliegenden 6 gleichen Kanten; die trigonalen Achsen verbinden je eine 3 kantige mit der gegenüberliegenden 3 + 3 kantigen Ecke.

4. Ebenso wie bei den drei vorhergehenden Formen verhält es sich mit den Flächen des Hexakisoktaeders. Auch hier verlangt die Symmetrie nur die Entwicklung der in den abwechselnden Oktanten gelegenen Flächen. Auch hier entsteht also eine positive und eine negative Formenreihe, die sich durch Drehung um 90° zur Deckung bringen lassen.

Die positiven Hexakistetraeder $\{h\,k\,l\}$, $+\frac{m\,O\,n}{2}$

und negativen Hexakistetraeder $\{h\,\bar{k}\,l\}$, $-\frac{m\,O\,n}{2}$

Die Hexakistetraeder haben 24 gleiche Flächen von der Form ungleichseitiger Dreiecke. Die Flächen schneiden sich in dreimal 12 gleichen Kanten, die miteinander zweimal vier 3 + 3 kantige und sechs 2 + 2 kantige Ecken bilden. Die Nebensymmetrieebenen gehen durch die Kanten; die zweizähligen Achsen verbinden die 2 + 2 kantigen, die trigonalen Achsen je eine stumpfe und eine spitze 3 + 3 kantige Ecke.

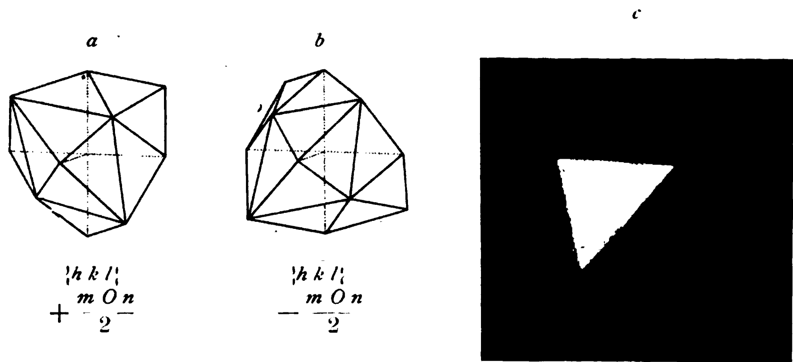


Fig. 113. Hexakistetraeder.

Bezüglich der Kombinationen ist folgendes zu sagen: Positive und negative Formen ergänzen sich zu scheinbaren Holoedern. Der Würfel stumpft entweder die 6 gleichen Kanten oder die 2 + 2 kantigen Ecken der hemiedrischen Formen gerade ab. Das Rhombendodekaeder tritt an den hemiedrischen Formen als dreiflächige Zuschärfung der spitzen 3 kantigen oder der spitzen 3 + 3 kantigen Ecken auf. Das Tetraeder stumpft an allen anderen Formen die 3 kantigen oder die 3 + 3 kantigen Ecken ab. Die Triakistetraeder endlich schärfen die 6 gleichen Kanten der hemiedrischen Formen mit gleichen Vorzeichen zu.

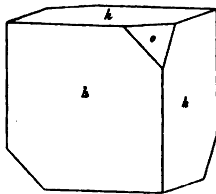


Fig. 114.
$h = \{100\}$, $o = \{111\}$
Würfel u. pos. Tetraeder.

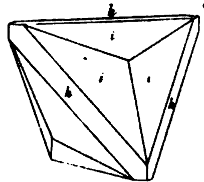


Fig. 115.
$i = \{211\}$, $h = \{100\}$
Pos. Triakistetraeder mit Würfel.

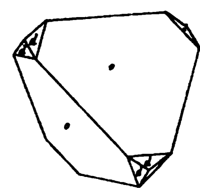


Fig. 116.
$o = \{111\}$, $d = \{110\}$
Pos. Tetraeder mit Rhombendodekaeder.

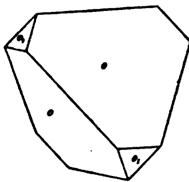


Fig. 117.
$o = \{111\}$, $o_1 = \{1\bar{1}1\}$
Pos. u. neg. Tetraeder.

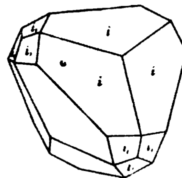


Fig. 118.
$i = \{211\}$, $i_1 = \{2\bar{1}1\}$
Pos. u. neg. Triakistetraeder.

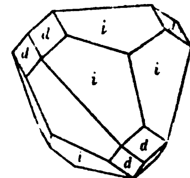


Fig. 119.
$i = \{211\}$, $d = \{110\}$
Pos. Triakistetraeder m. Rhombendodekaeder.

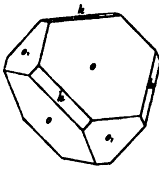


Fig. 120.
$o = \{111\}$, $o_1 = \{1\bar{1}1\}$, $h = \{100\}$.
Pos. mit neg. Tetraeder und Würfel.

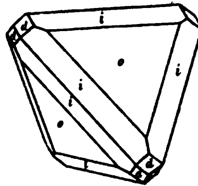


Fig. 121.
$o = \{111\}$, $i = \{211\}$, $d = \{110\}$. Pos. Tetraeder und Triakistetraeder mit Rhombendodekaeder.

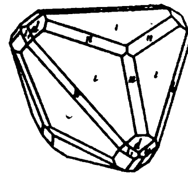


Fig. 122.
$i = \{211\}$, $h = \{100\}$, $n = \{323\}$, $d = \{110\}$, $i_1 = \{2\bar{1}1\}$.

3. **Pentagonale Hemiedrie oder dyakisdodekaedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: 3 zu einander senkrechte Hauptsymmetrieebenen, dazu senkrecht 3 zweizählige Achsen und in den acht von diesen gebildeten Oktanten 4 dreizählige Achsen, die zugleich sechszählige Achsen der Drehspiegelung sind; ein Zentrum der Symmetrie (Fig. 123).

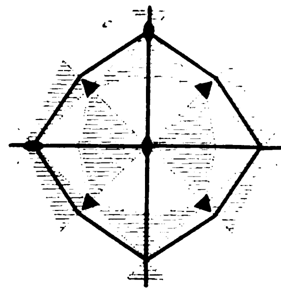


Fig. 123.

Vorkommende Formen: Die Koordinatenachsen sind zweizählige Symmetrieachsen, und da drei Hauptsymmetrieebenen vorhanden sind, alle 8 Oktanten gleichwertig. Eine Form, deren Flächen senkrecht zu den drei Achsen stehen, muß danach aussehen wie in der Holoedrie. Von Flächen, welche alle 3 Achsen in gleichem Abstand schneiden, wird in jedem Oktanten eine verlangt. Von den Flächen, welche zwei Achsen in gleichem Abstand schneiden, verlangt die Dreizähligkeit der trigonalen Achse in jedem der 8 gleichen Oktanten drei gleiche Flächen, also müssen auch diese Formen die gleiche Gestalt haben wie in der Holoedrie. Von anderem Aussehen können also nur Formen werden, deren Flächen alle drei Achsen in verschiedenem Abstand schneiden. Unverändert wie in der Holoedrie treten demnach folgende Formen auf:

Der Würfel $\{100\}$, $\infty O \infty$.
Das Rhombendodekaeder $\{110\}$, ∞O.
Das Oktaeder $\{111\}$, O.
Die Triakisoktaeder $\{h\,h\,l\}$, mO.
Die Ikositetraeder $\{h\,l\,l\}$, $m\,O\,m$.

Flächen mit den Indices $(h\,l\,0)$ und $(h\,k\,l)$ bilden von der Holoedrie abweichende Formen.

1. Zu einer Fläche eines Pyramidenwürfels, der die Indices $(h\,l\,0)$ zukommen, verlangt die trigonale Achse im rechten oberen vorderen Oktanten die zwei weiteren Flächen $(l\,h\,0)$ und $(0\,l\,h)$. Diese drei Flächen entsprechen den drei abwechselnden Flächen des Pyramidenwürfels. Sie müssen sich analog in allen 8 Oktanten wiederholen, da aber jede Fläche zwei Oktanten zugleich angehört, so müssen $\frac{3 \times 8}{2}$

Flächen vorhanden sein, welche nun, so verlangen es die zweizähligen Symmetrieachsen, derart liegen, daß an jedem Ende der Koordinaten-

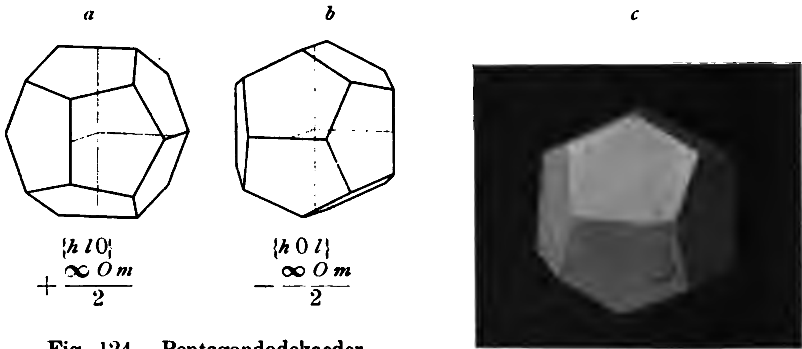


Fig. 124. Pentagondodekaeder.

achsen zwei Flächen liegen, die im Abstand l schneiden und um 180° gegeneinander gedreht sind. Es gibt demnach statt der Pyramidenwürfel zwei Formenreihen, die man durch Drehung um 90° zur Deckung bringen kann und die man aus den Flächen $(h\,l\,0)$ und $(h\,0\,l)$ entwickeln kann.

Die positiven Pentagondodekaeder $\{h\,l\,0\}$, $+\frac{\infty Om}{2}$

und negativen Pentagondodekaeder $\{h\,0\,l\}$, $-\frac{\infty Om}{2}$

Die Pentagondodekaeder haben 12 fünfeckig begrenzte Flächen, die sich in 6 + 12 gleichen Kanten schneiden. Diese treffen sich in 8 dreikantigen und 12 2 + 1 kantigen Ecken. Die Hauptsymmetrieebenen gehen durch die sechs gleichen Kanten; die zweizähligen Symmetrieachsen verbinden die Mitte dieser Kanten und die trigonalen Achsen die gegenüberliegenden dreikantigen Ecken. Die Formen werden mit steigendem Index h flacher und nähern sich dem Würfel. Das Pentagondodekaeder mit dem Symbol {210} bez. {201} nennt man auch das Pyritoeder $\frac{\infty O\,2}{2}$.

2. Auch von einer Fläche mit den Indices $(h\,k\,l)$ werden durch die trigonalen Achsen in jedem Oktanten drei verlangt, die aber in

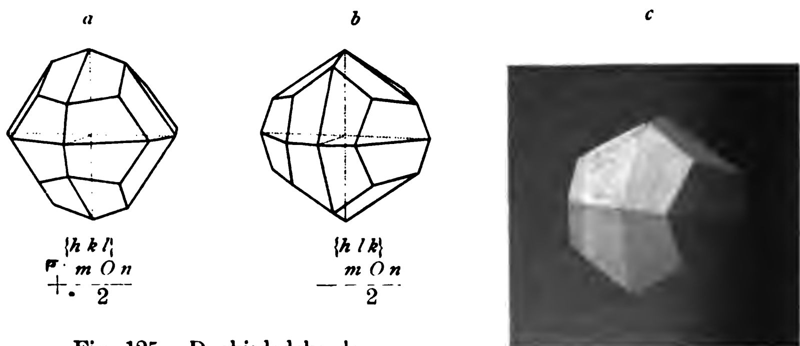


Fig. 125. Dyakisdodekaeder.

den benachbarten Oktanten symmetrisch nach den Hauptsymmetrieebenen liegen müssen. Es entstehen so statt der Hexakisoktaeder zwei Formenreihen mit je 24 gleichen Flächen, eine positive und eine negative, die sich aus den beiden Flächen $(h\,k\,l)$ und $(h\,l\,k)$ entwickeln lassen und durch Drehung um 90° zur Deckung gebracht werden können.

Die positiven Dyakisdodekaeder $\{hkl\}$, $+\frac{m\,On}{2}$

und negativen Dyakisdodekaeder $\{hlk\}$, $-\frac{m\,On}{2}$.

Die Dyakisdodekaeder haben 24 gleiche trapezoidförmige Flächen, die sich in 12 + 12 + 24 gleichen Kanten schneiden. Die Kanten treffen sich in 8 dreikantigen, sechs 2 + 2 kantigen und zwölf 2 + 1 + 1 kantigen Ecken. Die Hauptsymmetrieebenen gehen durch die 12 + 12 gleichen, die 2 + 2 kantigen Ecken bildenden Kanten, die 3 zweizähligen Achsen verbinden die gegenüberliegenden 2 + 2 kantigen, die vier trigonalen Achsen die 3 kantigen Ecken.

Bezüglich der Kombinationen ist im allgemeinen folgendes zu bemerken: Der Würfel stumpft die 6 gleichen Kanten der Pentagondodekaeder gerade ab, diese dagegen stumpfen die Kanten des Würfels schräg ab. An den Dyakisdodekaedern tritt der Würfel als gerade Abstumpfung der 2 + 2 kantigen, jene an dem Würfel als dreiflächige Zuschärfung der dreikantigen Ecken auf. Die Pentagondodekaeder schärfen mit zwei, die Dyakisdodekaeder mit vier Flächen die Ecken des Oktaeders zu und das Oktaeder tritt an jenen als gerade Abstumpfung der dreikantigen Ecken auf. Wenn das Pyritoeder und das Oktaeder im Gleichgewicht kombiniert sind, erhält man eine scheinbar einfache Form, das Ikosaeder, das jedoch von 8 gleichseitigen und 12 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt ist.

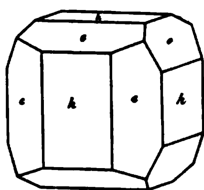


Fig. 126.
$h = \{100\}$, $e = \{210\}$
Würfel mit Pyritoeder.

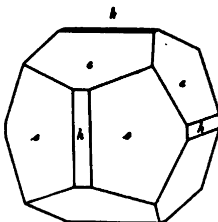


Fig. 127.
$e = \{210\}$, $h = \{100\}$
Pyritoeder mit Würfel.

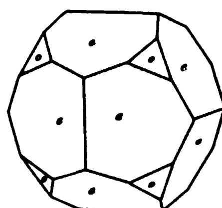


Fig. 128.
$e = \{110\}$, $o = \{111\}$
Pyritoeder mit Oktaeder.

a



b

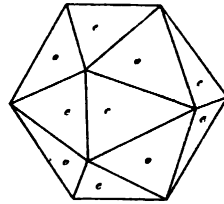


Fig. 129.
$o = \{111\}$, $e = \{210\}$
Oktaeder und Pyritoeder
im Gleichgewicht. Ikosaeder.

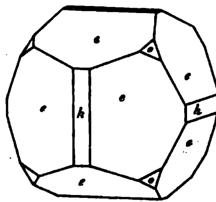


Fig. 130.
$e = \{210\}$, $h = \{100\}$,
$o = \{111\}$. Pyritoeder
mit Würfel u. Oktaeder.

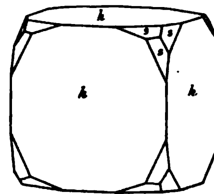


Fig. 131.
$h = \{100\}$, $s = \{321\}$
Würfel mit Dyakisdodekaeder.

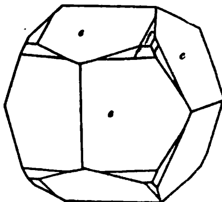


Fig. 132.
$e = \{210\}$,
$f = \{421\}$.
Pyritoeder m.
Dyakisdodekaeder.

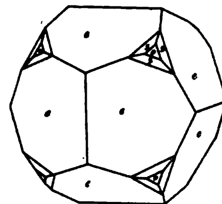


Fig. 133.
$e = \{210\}$,
$s = \{321\}$,
$o = \{111\}$.
Pyritoeder m.
Dyakisdodekaeder und
Oktaeder.

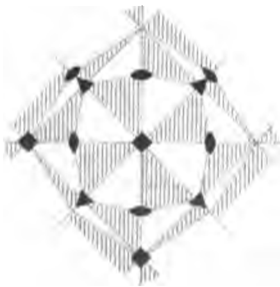


Fig. 134.

4. **Gyroedrische oder pentagonikositetraedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: 3 vierzählige Hauptachsen, 4 trigonale Achsen und 6 zweizählige Symmetrieachsen, alle gelegen wie in der Holoedrie (Fig. 134).

Vorkommende Formen: Da die 8 durch die Hauptachsen gebildeten Oktanten alle gleichwertig sind, so verlangen die trigonalen Achsen von jeder Fläche, welche alle drei Achsen im gleichen Abstand schneidet, in jedem Oktanten eine, von allen anderen dagegen drei. Hierbei muß gleichzeitig die Forderung erfüllt sein, daß an

jedem Ende der vierzähligen Achsen 4 gleiche Flächen vorhanden sind, wofern diese Flächen nicht senkrecht zu jenen Achsen stehen. In dem letzteren Fall wird für jedes Achsenende nur eine Fläche erfordert. Sechs Formen der Holoedrie genügen diesen Forderungen nur in vollflächigem Zustand und nur eine Formenreihe, die Hexakisoktaeder treten in anderer Gestalt auf. Unverändert erscheinen:

Der Würfel {100}, $\infty O \infty$
Das Rhombendodekaeder {110}, ∞O
Die Hexakistetraeder $\{h l 0\}$, $\infty O m$
Das Oktaeder {111}, O
Die Triakisoktaeder $\{h l h\}$, $m O$
Die Ikositetraeder $\{h l l\}$, $m O m$.

Von einer Fläche mit den Indices $h k l$ verlangt jedes Ende der vierzähligen Achsen 4 um je 90° gegeneinander gedrehte, welche alle das betreffende Ende im Abstand l schneiden. Sie müssen aber zugleich so liegen, daß in jedem Oktanten die Dreizähligkeit der trigonalen Achse vorhanden ist. Dies ist der Fall, wenn je die abwechselnden Flächen der Hexakisoktaeder vorhanden sind. Wir erhalten also statt jedes Hexakisoktaeders 2 Formen mit je 24 gleichen Flächen. Sie lassen sich aus den beiden Flächen $(h k l)$ und $(k h l)$ entwickeln. Die beiden Formen besitzen weder eine Ebene der einfachen noch der zusammengesetzten Symmetrie und können daher durch keine Drehung zur Deckung gebracht werden, sie sind enantiomorph; man kann sie nicht parallel, sondern nur symmetrisch zu einander stellen; sie verhalten sich zu einander wie die rechte Hand zur linken, und man hat daher eine rechte und eine linke Formenreihe.

Die rechten Pentagonikositetraeder $\{h k l\}$, $\frac{m O n}{2} r$

und linken Pentagonikositetraeder $\{k h l\}$, $\frac{m O n}{2} l$

Die Pentagonikositetraeder haben 24 gleiche pentagonal umgrenzte Flächen, die sich in $12 + 24 + 24$ gleichen Kanten scheiden. Die

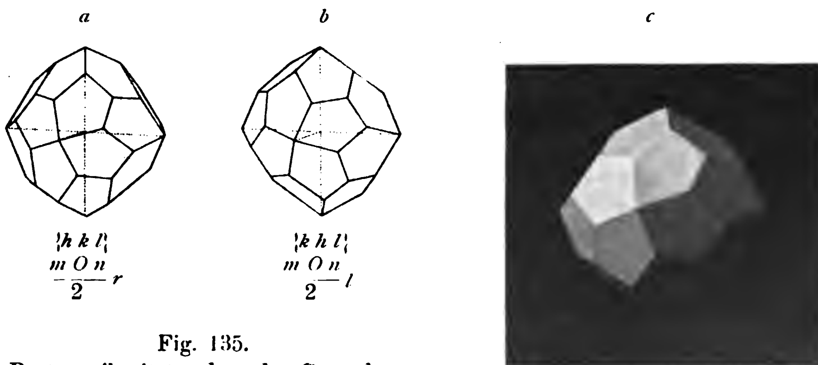
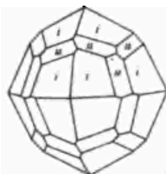


Fig. 135.
Pentagonikositetraeder oder Gyroeder.

Kanten treffen sich in 6 vierkantigen, in 8 dreikantigen und in vierundzwanzig $1 + 1 + 1$ kantigen Ecken. Die 3 vierzähligen Symmetrie-

achsen verbinden die gegenüberliegenden vierkantigen, die trigonalen Achsen die dreikantigen Ecken und die zweizähligen Symmetrieachsen die Mitte der gegenüberliegenden 12 gleichen Kanten.


Fig. 136. $i = \{211\}, u = \{758\}$. Leucitoeder mit rechtem Gyroeder.

Bezüglich der **Kombinationen** ist zu bemerken, daß sich rechte und linke Formen an einem Kristall, der nicht Zwilling ist, ausschlließen.


Fig. 137.

5. **Tetartoedrie oder tetraedrisch-pentagondodekaedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: 3 zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieachsen und vier in der Mitte der von diesen gebildeten Oktanten gelegene polare trigonale Achsen (Fig. 137).

Vorkommende Formen: Die Polarität der trigonalen Achsen führt dazu, daß sich die abwechselnden Oktanten verschieden verhalten. Dies erzeugt aber bei Flächen, welche mehreren Oktanten zugleich angehören nichts von der Holoedrie abweichendes, alle übrigen Flächen dagegen, also diejenigen, welche alle drei Achsen schneiden, werden den Habitus der tetraedrischen Hemiedrie besitzen, denn auch sie genügen ja den Forderungen der 3 zweizähligen Symmetrieachsen. Eine Fläche mit den Indices 111 liegt senkrecht zu den trigonalen Achsen, erscheint also nur in den abwechselnden Oktanten, eine Fläche, welche die Indices hhl oder hll hat, muß in den abwechselnden Oktanten je dreimal erscheinen. Diese Formen sind daher denen der tetraedrischen Hemiedrie gleich. Eine Form, deren Flächen die Indices $hl0$ haben, genügt nur so den Forderungen der Symmetrie, wie wir sie in der pentagonalen Hemiedrie getroffen haben. Nur die Flächen, welche alle drei Achsen und zwar in verschiedenem Abstand schneiden, treten als neue Formen auf. Wir haben demnach hier folgende bereits bekannte Formen:

Der Würfel $\{100\}$, $\infty O \infty$.
Das Rhombendodekaeder $\{110\}$, ∞O.
Die positiven Pentagondodekaeder $\{hl0\}$, $+\frac{\infty O m}{2}$
und negativen Pentagondodekaeder $\{h0l\}$, $-\frac{\infty O m}{2}$.
Das positive Tetraeder $\{111\}$, $+\frac{O}{2}$
und negative Tetraeder $\{1\bar{1}1\}$, $-\frac{O}{2}$.
Die positiven Deltoiddodekaeder $\{hlh\}$, $+\frac{mO}{2}$
und negativen Deltoiddodekaeder $\{h\bar{l}h\}$, $-\frac{mO}{2}$.

Die positiven Triakistetraeder $\{h\,l\,l\}, + \frac{m\,O\,m}{2}$

und negativen Triakistetraeder $\{h\,\bar{l}\,l\}, - \frac{m\,O\,m}{2}$.

Von einer Fläche mit den Indices (hkl) entwickeln sich entsprechend den Forderungen der Symmetrie nur in den abwechselnden Oktanten je drei, und es entstehen an Stelle eines Hexakisoktaeders in der Holoedrie Formen mit je nur 12 gleichen Flächen, deren es aber vier Reihen geben muß, je nachdem sie sich aus den Flächen (hkl) oder (khl) des positiven (rechtsliegenden) oberen, oder $(h\bar{k}l)$ und $(k\bar{h}l)$ des negativen (linksliegenden) oberen Oktanten ableiten. Man hat demnach je zwei positive und je zwei negative Formenreihen, die man als positive beziehungsweise negative rechte und linke bezeichnet. Die beiden einem Oktanten angehörigen Formen können, weil die trigonale Achse eben nur dreizählig ist, untereinander nicht zur Deckung gebracht werden, sie sind enantiomorph; wohl aber kann man die positive rechte Form mit der negativen rechten und ebenso die beiden linken durch Drehung von 90° um eine zweizählige Achse zur Deckung bringen, während die positive rechte und die negative linke und umgekehrt wieder enantiomorph sind.

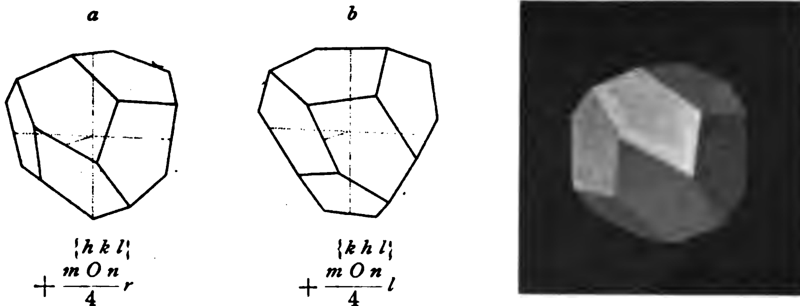


Fig. 138. Tetraedrisches Pentagondodekaeder.

Die positiven rechten tetraedrischen

Pentagondodekaeder $\{h\,k\,l\}, + \frac{m\,O\,n}{4}\,r$

Die positiven linken tetraedrischen

Pentagondodekaeder $\{k\,h\,l\}, + \frac{m\,O\,n}{4}\,l$

Die negativen rechten tetraedrischen

Pentagondodekaeder $\{k\,\bar{h}\,l\}, - \frac{m\,O\,n}{4}\,r$

Die negativen linken tetraedrischen

Pentagondodekaeder $\{h\,\bar{k}\,l\}, - \frac{m\,O\,n}{4}\,l$

Die tetraedrischen Pentagondodekaeder haben 12 gleiche pentagonale Flächen mit 6 + 12 + 12 gleichen Kanten und 4 + 4 dreikantigen, nebst zwölf 1 + 1 + 1 kantigen Ecken. Die zweizähligen Achsen verbinden die Mitte der 6 gleichen Kanten, die trigonalen Achsen je eine stumpfe und eine spitze dreikantige Ecke.

Bezüglich der Kombinationen ist zu beachten, daß hier abgesehen von dem Auftreten der Tetartoeder an einem Kristall gleichzeitig Formen beobachtet werden können, die scheinbar der Holoedrie oder der tetraedrischen oder der pentagonalen Hemiedrie angehören. Enantiomorphe Formen, also positive rechte und linke, oder negative rechte und linke, oder positive rechte und negative linke, oder positive linke und negative rechte schließen sich an einem Kristall, der nicht Zwilling ist, aus.



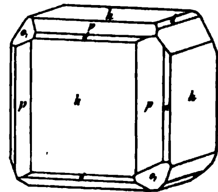


Fig. 139. $h = \{100\}$, $d = \{110\}$, $o_1 = \{1\bar{1}1\}$, $p = \{201\}$.
Würfel mit Rhombendodekaeder, negat. Tetraeder und pos. Pyritoeder.

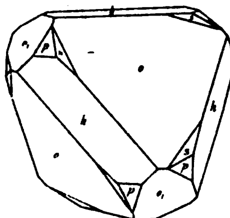


Fig. 140.

$o = \{111\}$, $o_1 = \{1\bar{1}1\}$, $h = \{100\}$, $p = \{201\}$, $s = \{312\}$. Posit. und negat. Tetraeder, Würfel, negat. Pyritoeder und posit. rechtes tetr. Pentagondodekaeder.

Zwillinge des regulären Kristallsystems.

Die nachstehenden Figuren stellen einige Zwillinge des regulären Kristallsystems dar und zwar gehören Fig. 141—145 zur Holoedrie, Fig. 146—148 zur tetraedrischen und Fig. 149 und 150 zur pentagonalen Hemiedrie. Wenn in den Kanten der Figuren dünne und dicke Linien vorkommen, dann bedeuten die ersteren einspringende, die letzteren ausspringende Winkel.

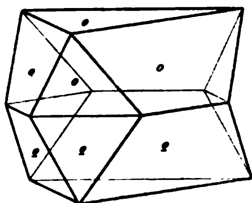


Fig. 141. Oktaeder. Zwilling symmetrisch nach der Oktaederfläche (Spinellgesetz). Berührungszwilling. Spinelle.

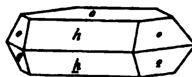
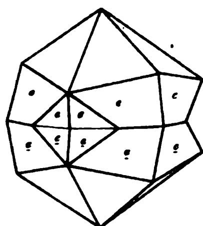
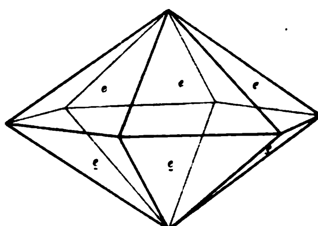


Fig. 142. Oktaeder (*o*) und Würfel (*h*). Zwillingsebene eine Oktaederfläche. Berührungszwilling, verkürzt in der Richtung der (vertikalen) trigonalen Achse. Bleiglanz, Gold.

a



b



c

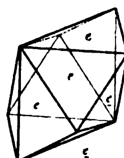


Fig. 143. Pyramidenwürfel. Zwilling nach der Oktaederfläche. Berührungszwilling. Fig. *a* und *b* trigonale Achse vertikal, Fig. *c* Normalstellung für *e*. Fig. *b* und *c* verkürzt in der Richtung der trigonalen Achse, daher der mittlere Teil der Fig. *a* fehlend. Kupfer.

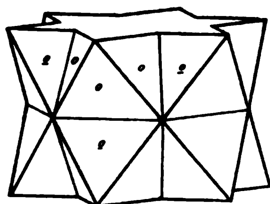
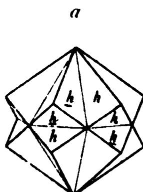


Fig. 144. Oktaeder. Zwillingsebene ist Oktaederfläche. Durchkreuzungszwilling. Die vertikal stehende trigonale Achse ist sechszählig geworden. Bleiglanz.

a



b



Fig. 145. Würfel. Zwillingsebene ist die Oktaederfläche. Durchkreuzungszwilling. In Fig. *a* trigonale (hexagonal gewordene) Achse vertikal. Fluorit.

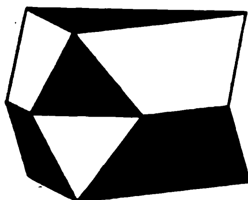


Fig. 146. Tetraeder und Gegentetraeder. Zwilling nach der trigonalen Achse, die sechszählig geworden ist. Berührungszwilling. Zinkblende.

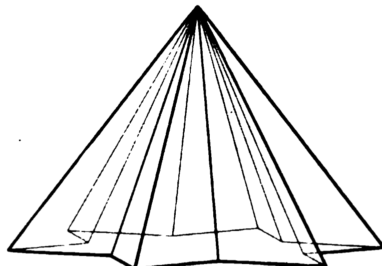


Fig. 147. Tetraeder. Durchkreuzungszwilling nach der trigonalen Achse, die sechszählig geworden ist. Fahlerz.

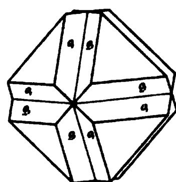


Fig. 148.
Tetraeder und Gegentetraeder. Durchkreuzungszwilling nach dem Würfel. In den einspringenden Winkeln überall das gleiche Tetraeder (Oktaeder mit gekerbten Kanten) Diamant.

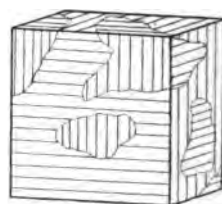


Fig. 149.
Würfel pentagonal-hemiedrisch. Durchdringungszwilling symmetrisch nach dem Rhombendodekaeder (Diagonalen des Würfels). Pyrit.



a



b

Fig. 150.

Pyritoeder. Zwillingsebene ist Rhombendodekaeder. Durchkreuzungszwilling (Zwilling des eisernen Kreuzes). Pyrit.

II. Hexagonales Kristallsystem. Koordinatenachsen: Die Hauptsymmetrieachse und drei gleiche zu jener senkrechte sich unter Winkeln von 60° schneidende Achsen, die drei gleichen Nebensymmetrieachsen entsprechen, wo diese vorhanden sind. Die Aufstellung geschieht so, daß die Hauptsymmetrieachse als c-Achse vertikal steht, während von den anderen eine quer vor dem Beschauer steht und die beiden anderen gleichmäßig auf den Beschauer zu divergieren. Die letzteren drei Achsen bezeichnet man abwechselnd als positiv und negativ und die positiven Enden von links nach rechts mit a_{I}, a_{II}, a_{III}.

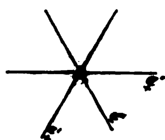


Fig. 151.

Daraus $a_{\text{I}} = a_{\text{II}} = a_{\text{III}}$ verschieden von c und $\alpha = \beta = 90^{\circ}$, $\gamma = 60^{\circ}$. Die allgemeinen Indices für eine Fläche, die alle Achsen schneidet, sind für die Achsen a_{I}, a_{II}, a_{III}, c gleich *hikl*. Hierbei $k > h > i$. (Vergleiche Abschn. 21 Seite 25). (Fig. 151. Achse c steht senkrecht zur Zeichnungsebene.)

6. **Holoedrie oder dihexagonal-bipyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine Hauptsymmetrieebene und darauf senkrecht zweimal drei gleiche Nebensymmetrieebenen, die miteinander Winkel von 30° einschließen und abwechselnd zu dreien gleich sind (Neben- und Zwischensymmetrieebenen); eine sechszählige Hauptachse lotrecht auf

der Hauptsymmetrieebene und parallel den Nebensymmetrieebenen; zweimal drei gleiche zweizählige Achsen in der Hauptsymmetrieebene und senkrecht zu den Nebensymmetrieebenen gelegen; Zentrum der Symmetrie.

Vorkommende Formen: Man hat für die Entwicklung der Formen dreierlei Flächen zu unterscheiden. 1. Solche, die sämtlichen horizontalen Achsen parallel gehen; 2. andere die der Achse c parallel verlaufen; 3. wieder andere, welche sowohl die c-Achse als horizontale Achsen schneiden.

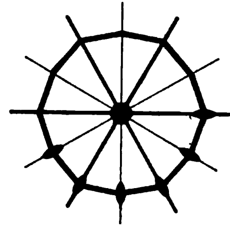


Fig. 152.

1. Die Fläche, welche sämtlichen horizontalen Achsen parallel geht, entspricht der Hauptsymmetrieebene. Sie erscheint als Kristallform infolge des Symmetriezentrums als paralleles Flächenpaar.

Die Basis {0001}, oP; Parameter $\infty a_{\text{I}} : \infty a_{\text{III}} : c$.

Die hexagonale Basis ist eine offene Form und besteht nur aus zwei parallelen Flächen, die demnach an einem Kristall für sich allein gar nicht auftreten können. Die Nebensymmetrieebene und die Hauptachse stehen senkrecht auf ihr, die zweizähligen Achsen liegen in ihr.

2. Die Flächen gehen der c-Achse parallel.

a) Sie gehen auch einer von den horizontalen Koordinatenachsen parallel und schneiden somit die beiden benachbarten in gleichem Abstand. Die Sechszähligkeit der Hauptachse verlangt sechs solcher Flächen, von denen jede folgende gegen die vorhergehende um 60° gedreht, also je die vierte der ersten parallel ist. Es sind drei parallele Flächenpaare, die in ihrer Lage drei gleichen Nebensymmetrieebenen entsprechen.

Das hexagonale Prisma I. Art {10$\bar{1}$0}, ∞P; Parameter $a_{\text{I}} : a_{\text{III}} : \infty c$.

Das hexagonale Prisma I. Art ist gleichfalls eine offene Form und hat drei gleiche parallele Flächenpaare, die sich in sechs gleichen



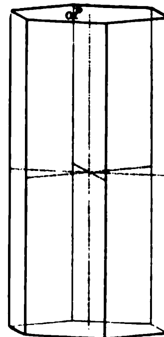


Fig. 153. Hexagonales Prisma I. Art {10$\bar{1}$0}, ∞P mit Basis $c = oP$ {0001}.

Kanten unter Winkeln von 120° schneiden. Dieses Prisma kann also einen Kristall für sich allein ebenfalls nicht begrenzen. Die Hauptsymmetrieebene steht auf den Kanten des Prismas senkrecht, drei Nebensymmetrieebenen werden durch das Prisma selbst dargestellt, drei andere (die Zwischensymmetrieebenen) stehen auf den Flächen senkrecht und gehen den Kanten parallel; die Hauptachse geht den Kanten parallel, drei zweizählige Achsen verbinden die gegenüberliegenden Kanten, drei andere (die Zwischensymmetrieachsen) stehen auf den Flächen senkrecht.

b) **Die Flächen schneiden die drei horizontalen Achsen** und zwar:

α) die nicht benachbarten a_{I} und a_{II} in gleichem Abstand, dann wird a_{III} als Höhenlinie eines gleichschenkeligen Dreiecks, dessen Winkel an der Spitze 120° ist, halb so groß sein als die Schenkel a_{I} bezw. a_{II}. Demnach wären die Indices einer solchen Fläche $(11\bar{2}0)$. Solcher Flächen werden durch die sechszählige Hauptachse sechs verlangt, die je 60° gegeneinander gedreht sind, so daß immer die vierte der ersten wieder parallel ist. Es sind drei parallele Flächenpaare, die in ihrer Lage den Zwischensymmetrieebenen entsprechen.

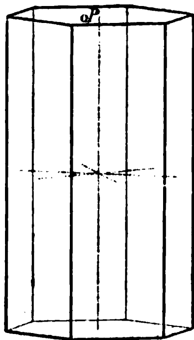


Fig. 154. Hexagonales Prisma II. Art. $\{11\bar{2}0\}$, $\infty P2$ mit Basis $\{0001\}$, oP.

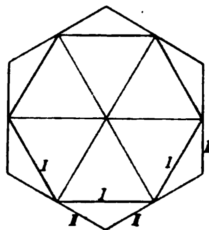


Fig. 155. Grundriß und Stellung der hexagonalen Prismen und Pyramiden I. und II Art.

Das hexagonale Prisma II. Art $\{11\bar{2}0\}$, $\infty P2$; Parameter $2a_{I} : a_{II} : \infty c$.

Das hexagonale Prisma II. Art ist ebenfalls eine offene Form und verhält sich auch sonst dem Prisma I. Art ganz analog, nur ist es gegen dieses 30° um die Vertikalachse gedreht.

β) Eine Fläche schneidet alle drei horizontalen Achsen in verschiedenem Abstand. Eine solche Fläche hat z. B. die Indices $(h i \bar{k} 0)$, dann verlangt die Zweizähligkeit der Achse a_{I} zu dieser rechts liegenden Fläche auch eine links liegende mit den Indices $(h \bar{k} i 0)$ und die Sechszähligkeit der Hauptachse erfordert zwei solcher Flächen für jedes der sechs Enden der Achsen a_{I} a_{II} a_{III}, wovon jedes Paar gegen das vorhergehende um 60° gedreht ist. Man erhält somit 6 Paare von parallelen Flächen, die sich je nach der Größe der Indices unter schwankenden Winkeln schneiden.

Die dihexagonalen Prismen $\{h i \bar{k} 0\}$, ∞Pn; Parameter $na_{I} : a_{II} : \infty c$, $(n > 2)$.

Die dihexagonalen Prismen sind offene Formen und haben 12 gleiche Flächen, die sich in 6 + 6 gleichen Kanten (dihexagonal) schneiden. Die Winkel an diesen Kanten sind abwechselnd gleich und können nie alle

gleich werden, weil sonst h, i, k irrationale Zahlen würden. Je kleiner die Zahl für i wird, um so ähnlicher werden die Formen dem Prisma I. Art und je mehr sich h und i einander nähern, um so ähnlicher werden sie dem Prisma II. Art. Die Hauptsymmetrieebene steht senkrecht auf den Prismenkanten, von den Nebensymmetrieebenen gehen je drei gleiche durch sechs gleiche Kanten; die Hauptachse geht den Flächen und Kanten parallel und die zweizähligen Achsen verbinden je zwei gegenüberliegende gleiche Kanten.

a

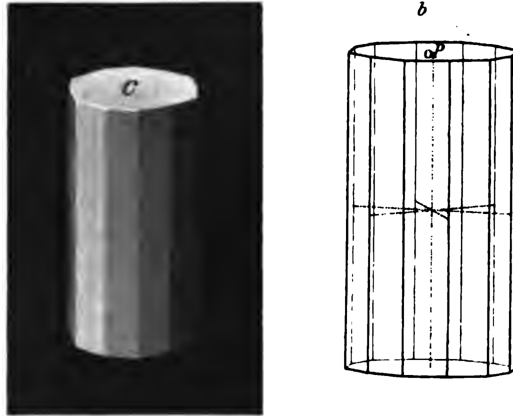


Fig. 156. Dihexagonale Prismen $\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$, ∞Pn mit der Basis $c = 0P$, $\{0001\}$.

3. **Die Flächen schneiden die Vertikalachse und horizontale Achsen.**

a) Sie gehen einer horizontalen Achse parallel und schneiden daher die beiden benachbarten Achsen in gleichem Abstand. Solcher Flächen verlangt die sechszählige Hauptachse für den oberen Pol sechs, die je 60° gegeneinander gedreht sind und also je zu zweien einer Nebenachse parallel gehen. Das Symmetriezentrum erfordert aber die 6 Parallelflächen am unteren Pol. So entstehen

die hexagonalen Bipyramiden I. Art $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$, mP;
Parameter $a_{\text{I}} : a_{\text{III}} : mc$.

Hexagonale Pyramiden erster Art gibt es eine unendliche Reihe, die je nach dem Verhältnis $h:l$ bald steiler, bald flacher sind. Lauten die Indices $\{10\bar{1}1\}$, so nennt man sie die **primäre Pyramide** (P). Sie

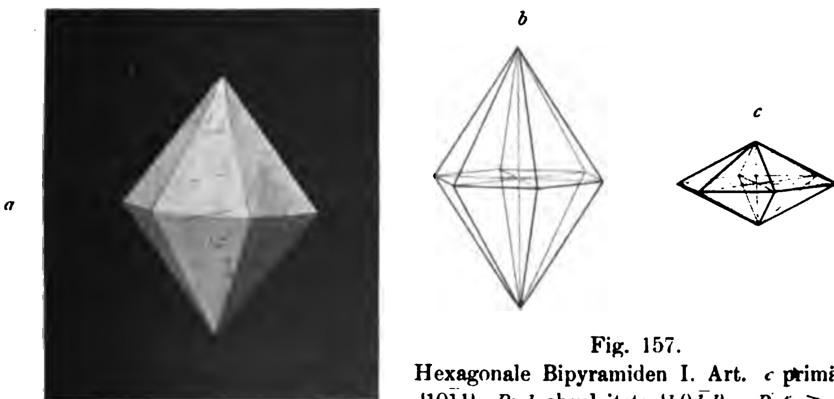


Fig. 157.
Hexagonale Bipyramiden I. Art. c primäre $\{10\bar{1}1\}$, P; b abgeleitete $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$ mP, $(m>1)$.

sind geschlossene Formen und haben 6 gleiche parallele Flächenpaare, die gleichschenklige Dreiecke darstellen und sich in 12 gleichen, je zu 6 dem oberen bezw. unteren Pol angehörigen Polkanten und in 6 gleichen in der Basis liegenden Basiskanten schneiden. Die Kanten treffen sich in zwei sechskantigen und sechs 2 + 2 kantigen Ecken. Die Hauptsymmetrieebene geht durch die 6 Basiskanten, drei gleiche Nebensymmetrieebenen durch die 12 Polkanten, drei andere stehen senkrecht auf den Flächen. Die Hauptachse verbindet die beiden sechskantigen, drei zweizählige Achsen die gegenüberliegenden 2 + 2 kantigen Ecken und drei andere stehen senkrecht auf je zwei parallelen Basiskanten.

b) Die Flächen schneiden alle drei horizontalen Achsen.

α) Die nicht benachbarten Achsen a_{I} und a_{II} in gleichem Abstand, dann wird der Index für die dritte Achse a_{III} doppelt so groß als für a_{I} und a_{II}, gerade wie beim hexagonalen Prisma zweiter Art. Solcher Flächen erfordert die sechszählige Hauptachse 6, die je um 60° gegeneinander gedreht sind, und das Zentrum der Symmetrie verlangt zu den 6 Flächen des oberen Pols die 6 Parallelflächen am unteren Pol.

Die hexagonalen Bipyramiden II. Art $\{h\,h\,\overline{2h}\,l\}$, $mP2$;
Parameter $2a_{I} : a_{III} : mc$.

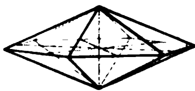


Fig. 158. Hexagonale Bipyramide II. Art $\{11\overline{2}\,l\}$ $mP2$.

Von den hexagonalen Bipyramiden II. Art gibt es ebenfalls je nach dem Verhältnis $h:l$ steilere und flachere, auch verhalten sie sich sonst ganz analog wie die Pyramiden I. Art nur sind sie gegen diese 30° um die Hauptachse gedreht. Die Flächen gehen daher den Zwischensymmetrieachsen parallel.

β) Eine Fläche schneidet alle drei Achsen a_{I} a_{II} a_{III} in verschiedenem Abstand. In analoger Weise wie beim dihexagonalen Prisma läßt sich das Erfordernis von 12 gleichen Flächen für den oberen Pol der Hauptachse ableiten, von denen die abwechselnden (erste gegen dritte usw.) je 60° gegeneinander gedreht sind und welche auf der Basis 6 + 6 gleiche Winkel miteinander einschließen. Das Symmetriezentrum verlangt die 12 parallelen Flächen für den unteren Pol.

Die dihexagonalen Bipyramiden $\{h\,i\,\overline{k}\,l\}$, mPn;
Parameter $na_{I} : a_{II} : mc$.



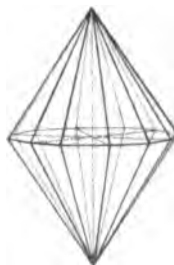


Fig. 159. Dihexagonale Bipyramiden $\{h\,i\,\overline{k}\,l\}$, mPn.

Die dihexagonalen Bipyramiden bilden Reihen, die sich nicht bloß durch die Länge der Vertikalachse, also durch größere oder geringere Steilheit, sondern auch durch das Verhältnis $h:i:k$, demnach durch die Größe der Winkel an den Polkanten voneinander unterscheiden. Gleich können diese Winkel nie werden, wie schon beim dihexagonalen Prisma auseinandergesetzt wurde.

Die dihexagonalen Pyramiden haben 12 gleiche parallele Flächenpaare, welche sich in 12 + 12 gleichen Polkanten und 12 gleichen Basiskanten schneiden. Von den Polkanten gehören je 6 + 6 dem oberen bzw. dem unteren Pol an. Man hat zwei 6 + 6 kantige und 6 + 6 2 + 2 kantige Ecken. Die Hauptsymmetrieebene geht durch die Basiskanten, je drei Nebensymmetrieebenen durch 12 gleiche Polkanten; die Hauptachse verbindet die zwei 6 + 6 kantigen, je drei zweizählige Achsen die gegenüber liegenden gleichen 2 + 2 kantigen Ecken.

Wichtigste Kombinationen: Prisma I. und II. Art stumpfen gegenseitig ihre Kanten gerade ab, jedes von ihnen tritt als gerade

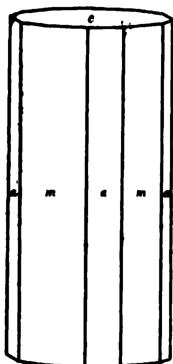


Fig. 160. Hexagonales Prisma I. Art. $m = \{10\bar{1}0\}$, ∞P und II. Art. $a = \{11\bar{2}0\}$, $\infty P2$ mit Basis $c = \{0001\}$, oP.

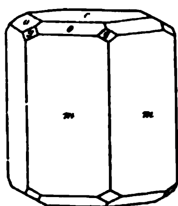


Fig. 161. Hexagonales Prisma I. Art. $m = \{10\bar{1}0\}$, ∞P mit Basis $c = \{0001\}$, oP; Pyramide I. Art $o = \{10\bar{1}1\}$, P; Pyramide II. Art $g = \{11\bar{2}1\}$, $P2$.

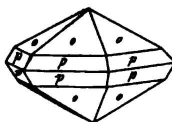


Fig. 162. Hexagonale Pyramiden I. Art. $o = \{10\bar{1}1\}$, P und $p = \{30\bar{3}1\}$, $3P$.

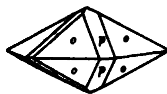


Fig. 163. Hexagonale Pyramide I. Art. $o = \{10\bar{1}1\}$, P mit hexagonaler Pyramide II. Art $p = \{11\bar{2}2\}$ $P2$.

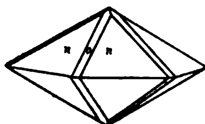


Fig. 164. Hexagonale Pyramide II. Art. $n = \{11\bar{2}2\}$, $P2$ mit hexagonaler Pyramide I. Art $o = \{30\bar{3}4\}$, $^3/_4 P$.

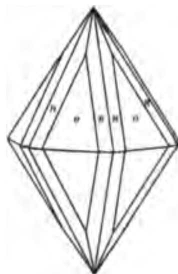


Fig. 165. Hexagonale Pyramide I. Art. $o = \{10\bar{1}1\}$, P mit dihexagonaler Pyramide $n = \{32\bar{1}3\}$, $P3$.

Abstumpfung von 6 gleichen Kanten der dihexagonalen Prismen auf, und diese bilden an jenen zweiflächige Zuschärfungen der Kanten. Die Basis begrenzt die Prismen oben und unten und stumpft bei allen Pyramiden die sechskantigen oder 6 + 6 kantigen Ecken gerade ab. Die Pyramiden I. bzw. II. Art von verschiedener Vertikalachse sind je unter sich so kombiniert, daß die Basiskanten parallel gehen. Die Polkanten einer Pyramide I. Art mit den Indices $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$ werden nach Abschnitt 22, S. 29 von den Flächen einer Pyramide II. Art gerade abgestumpft, welche die Indices $\{h\,h\,\overline{2h}\,2l\}$ hat:

$$\begin{array}{r} h\,0\,\bar{h}\,l\;+ \\ 0\,h\,\bar{h}\,l \\ \hline =h\,h\,\overline{2h}\,2l \end{array}$$

Umgekehrt werden die Polkanten einer Pyramide II. Art mit dem Symbol $\{h\,h\,\overline{2h}\,l\}$ von Flächen einer Pyramide I. Art gerade abgestumpft, der das Symbol $\{3h\,0\,\overline{3h}\,2l\}$ zugehört:

$$\begin{array}{r} h\,h\,\overline{2h}\;\;l\;+ \\ 2h\,\bar{h}\;\;\bar{h}\;\;l \\ \hline =3h\,0\,\overline{3h}\,2l \end{array}$$

Die Pyramiden I. und II. Art liegen je an sechs gleichen Kanten der dihexagonalen Pyramiden. Hexagonale Pyramiden und Prismen gleicher Art schneiden sich in horizontalen Basiskanten, ebenso dihexagonale Prismen und Pyramiden, wenn h, i, k bei beiden gleich sind.

7. **Hemiedrie nach der Hauptsymmetrieebene oder dihexagonal-pyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Sechs Symmetrieebenen, die sich unter Winkeln von 30⁰ schneiden und abwechselnd gleich sind; eine polare sechszählige Hauptachse (Fig. 166).

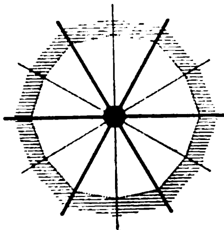


Fig. 166.

Vorkommende Formen: Da der Hauptunterschied gegenüber der Holoedrie offenbar nur darin beruht, daß die Hauptachse polar ist, wodurch Hauptsymmetrieebene, zweizählige Achsen und Zentrum der Symmetrie verschwinden, so werden die Formen mit Bezug auf einen Pol vollständig denen der Holoedrie entsprechen. Gehören ihre Flächen gleichzeitig zwei Polen der Hauptachse an, so müssen die Formen genau die gleichen sein wie in der Holoedrie; gehören sie aber nur einem Pol an, so entstehen obere und untere Formen, welche je den durch die Hauptsymmetrieebene hälftig geteilten Formen der Holoedrie entsprechen. Alle Formen sind offen und sie besitzen demnach keine Basiskanten, verhalten sich sonst aber den Formen der Holoedrie analog. Es sind folgende:

Die obere Basis $\{0001\}$, $\frac{0P}{2}o$ und untere Basis $\{000\bar{1}\}$, $\frac{0P}{2}u$.

Das hexagonale Prisma I. Art $\{10\bar{1}0\}$, ∞P.

Das hexagonale Prisma II. Art $\{11\bar{2}0\}$, $\infty P2$.

Die dihexagonalen Prismen $\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$, ∞Pn.

Die oberen hexagonalen Pyramiden I. Art $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$, $\frac{mP}{2}o$

und unteren hexagonalen Pyramiden I. Art $\{h\,0\,h\,\bar{l}\}$, $\frac{mP}{2}u$.

Die oberen hexagonalen Pyramiden II. Art $\{h\,h\,\overline{2h}\,l\}$, $\frac{mP2}{2}o$

und unteren hexagonalen Pyramiden II. Art $\{h h \overline{2h} \bar{l}\}$, $\frac{mP2}{2} u$.

Obere dihexagonale Pyramiden $\{h i \bar{k} l\}$, $\frac{mPn}{2} o$

und untere dihexagonale Pyramiden $\{h i \bar{k} \bar{l}\}$, $\frac{mPn}{2} u$.

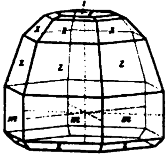




Fig. 167.
Hemimorpher Kristall von Schwefelkadmium. Beiden Polen der c-Achse angehörig: $m = \{10\bar{1}0\}$, ∞P; am oberen Pol: $s = \{20\bar{2}1\}$, $2P$; $x = \{10\bar{1}1\}$, P; $i = \{10\bar{1}2\}$, $^1/_2 P$; $c = \{0001\}$, oP; am unteren Pol: $z = \{20\bar{2}\bar{1}\}$, $2P$ und $c = \{000\bar{1}\}$, oP.

Mit Bezug auf die Kombinationen gilt das bei der Holoedrie gesagte mutatis mutandis auch hier, nur ist zu beachten, daß die Kombination am unteren Pol eine andere sein kann als am oberen, daß also die Kristalle sozusagen hemimorph ausgebildet sind.

8. **Pyramidale Hemiedrie oder hexagonal-bipyramidale Klasse.**

Symmetrieverhältnisse: Eine Hauptsymmetrieebene, senkrecht darauf eine sechszählige Hauptachse und ein Zentrum der Symmetrie (Fig. 168).

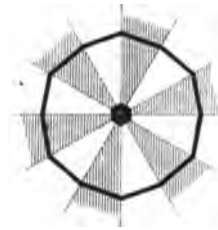


Fig. 168.

Vorkommende Formen: Zu einer Fläche, die senkrecht zur Hauptachse steht, verlangt das Symmetriezentrum die Parallelfläche; Flächen, die der Hauptachse parallel gehen, müssen in der Sechszahl um je 60^0 gedreht vorhanden sein; Flächen, welche schief gegen die Hauptachse liegen, müssen ebenfalls sechs vorhanden sein, und wegen des Symmetriezentrums sind hierzu sechs parallele Gegenflächen erforderlich. Demnach erscheinen unverändert wie in der Holoedrie alle jene Formen, welche an einem Pol eine oder sechs Flächen besitzen und nur jene mit 12 Flächen an einem Pol werden in veränderter Gestalt auftreten. Unverändert also wie in der Holoedrie erscheinen:

Die hexagonale Basis $\{0001\}$, $0P$.
Das hexagonale Prisma I. Art $\{h 0 \bar{h} 0\}$, ∞P.
Das hexagonale Prisma II. Art $\{h h \overline{2h} 0\}$, $\infty P2$.
Die hexagonalen Bipyramiden I. Art $\{h 0 \bar{h} l\}$ mP.
Die hexagonalen Bipyramiden II. Art $\{h h \overline{2h} l\}$, $mP2$.

Hat eine Fläche die Indices $(h\,i\,k\,0)$, geht sie also der Vertikalachse parallel und schneidet die drei anderen Achsen in verschiedenem Abstand, so stehen die Flächen senkrecht zur Hauptsymmetrieebene und die Hauptachse erfordert weiter nichts als eine sechsmalige Wiederholung dieser Fläche im Abstand von je 60^0; damit ist aber auch dem Zentrum der Symmetrie Genüge getan. Man erhält so ein hexagonales Prisma: welches der Fläche $(h\,\bar{k}\,i\,0)$, und eines, welches der Fläche $(h\,i\,\bar{k}\,0)$ entspricht, demnach statt jedes dihexagonalen Prismas zwei hexagonale:

Die positiven hexagonalen Prismen III. Art $\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$, $+\frac{\infty P n}{2}$

und negativen hexagonalen Prismen III. Art $\{h\,\bar{k}\,i\,0\}$, $-\frac{\infty P n}{2}$

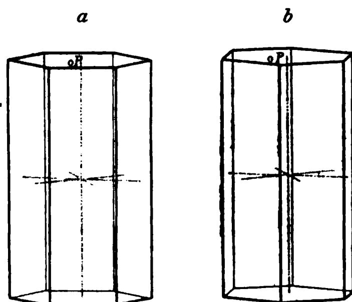


Fig. 169. Positives und negatives hexagonales Prisma III. Art

$\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$ $+\frac{\infty P n}{2}$ $\{h\,\bar{k}\,i\,0\}$ $-\frac{\infty P n}{2}$

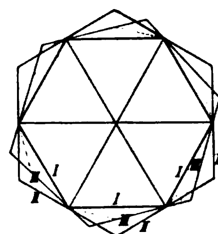


Fig. 170. Stellung der Prismen und Pyramiden I., II. u. III. Art.

Die hexagonalen Prismen III. Art haben die gleichen Eigenschaften wie die erster und zweiter Art, nur scheinen sie gegen beide um die Vertikalachse um einen Winkel gedreht, der zwischen 0^0 und 30^0 liegt. Die Hauptsymmetrieebene steht lotrecht auf den Kanten; die Hauptachse geht den Kanten parallel.

Analog verhält es sich mit einer Fläche, deren Symbol $(h\,i\,\bar{k}\,l)$ ist, die demnach außer den drei Nebenachsen auch die Hauptachse schneidet. Es werden für den oberen Pol der Hauptachse 6 je um 60^0 gegeneinander gedrehte Flächen und durch das Zentrum der Symmetrie die 6 Parallelflächen für den unteren Pol verlangt. Man erhält also statt jeder dihexagonalen Pyramide zwei hexagonale.

Die positiven hexagonalen Bipyramiden

III. Art $\{h\,i\,\bar{k}\,l\}$, $+\frac{mPn}{2}$

und negativen hexagonalen Bipyramiden

III. Art $\{h\,\bar{k}\,i\,l\}$, $-\frac{mPn}{2}$

Die hexagonalen Pyramiden III. Art sind denen I. und II. Art durchaus analog, nur gegen sie um 0^0 bis 30^0 gedreht (s. Fig. 170).

Die Hauptsymmetrieebene geht durch die Basiskanten; die Hauptachse verbindet die zwei sechskantigen Ecken. Positive und negative Prismen und Pyramiden III. Art lassen sich durch eine Drehung von 180° um eine der Nebenachsen zur Deckung bringen.

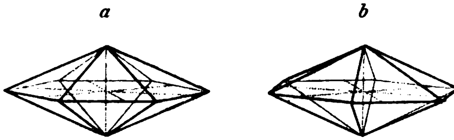


Fig. 171. Positive und negative hexagonale Pyramide III. Art.

$\{h\,i\,\bar{k}\,l\}$ $+\frac{mPn}{2}$ $\{h\,\bar{k}\,i\,l\}$ $-\frac{mPn}{2}$

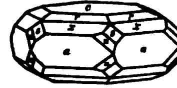


Fig. 172. Apatit. $a = \{10\bar{1}0\}$, ∞P; $x = \{10\bar{1}1\}$, P; $r = \{10\bar{1}2\}$, $\frac{1}{2}P$; $c = \{0001\}$, $0P$; $s = \{11\bar{2}1\}$, $2P2$; $u = \{21\bar{3}2\}$, $+\frac{3P^3/_2}{2}$.

Bezüglich der **Kombinationen** gilt in sinngemäßer Anwendung das bei der Holoedrie gesagte.

9. **Trapezoedrische Hemiedrie oder hexagonal-trapezoedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine sechszählige Hauptachse, 3 + 3 zweizählige Nebenachsen.

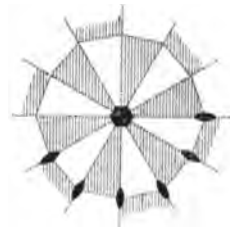


Fig. 173.

Vorkommende Formen: Da die Hauptachse sechszählig und nicht polar ist, so wird eine Form, deren Flächen zu jener Achse senkrecht stehen, aus einem parallelen Flächenpaar bestehen wie in der Holoedrie. Ebenso bleiben die aus drei Flächenpaaren bestehenden Formen, deren Flächen der Hauptachse parallel gehen und je zwei Nebenachsen in gleichen Abständen schneiden unverändert, gleichfalls die dihexagonalen Prismen, welche nur mit 6 parallelen Flächenpaaren den Forderungen der Nebenachsen genügen. Auch die Pyramiden I. und II. Art genügen nur mit der vollen Flächenzahl den hier geltenden Forderungen der Symmetrie. Nur die dihexagonalen Pyramiden haben mehr Flächen als die Symmetrie verlangt. Es erscheinen demnach unverändert wie in der Holoedrie:

Die Basis $\{0001\}$, $0P$.

Das hexagonale Prisma I. Art $\{h\,0\,\bar{h}\,0\}$, ∞P.

Das hexagonale Prisma II. Art $\{h\,h\,\bar{2h}\,0\}$, $\infty P2$.

Die hexagonalen Bipyramiden I. Art $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$, mP.

Die hexagonalen Bipyramiden II. Art $\{h\,h\,\bar{2h}\,l\}$, $mP2$.

Die dihexagonalen Prismen $\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$, ∞Pn.

Eine Fläche, welche die Indices $(h\,i\,\bar{k}\,l)$ hat, wird für den oberen Pol der Hauptachse in der Sechszahl verlangt. Jede der Flächen muß durch eine Drehung von 60° um die Hauptachse mit der benachbarten zur Deckung gebracht werden können. Auch der untere Pol erfordert sechs solcher Flächen, die aber mit den oberen Flächen nicht in Basis-

kanten zum Schnitt kommen können, weil die zweizähligen Achsen zu jeder oberen eine untere nach jener Achse um 180° gedrehte Fläche verlangt, also zur Fläche $(h\,i\,\bar{k}\,l)$ diejenige mit dem Symbol $(k\,\bar{i}\,\bar{h}\,\bar{l})$ oder $(i\,h\,\bar{k}\,\bar{l})$ usw. Die unteren Flächen sind also um einen zwischen 0° und 60° liegenden Winkel gegen die oberen um die Vertikalachse gedreht und die entstehende Form besteht so aus 12 Flächen, von denen keine der andern parallel ist. Sie gehören je zu sechsen dem oberen und unteren Pol an. Statt jeder dihexagonalen Pyramide entstehen zwei Hälftformen, die sich aus den beiden Flächen $(h\,i\,\bar{k}\,l)$ und $(k\,i\,\bar{h}\,\bar{l})$ ableiten lassen, welche man durch Drehung nicht zur Deckung bringen kann. Man erhält also zwei Reihen enantiomorpher Formen, rechte und linke, die sich zu einander verhalten wie die rechte Hand zur linken.

Die rechten hexagonalen Trapezoeder $\{h\,i\,\bar{k}\,l\}$, $\frac{mPn}{2}r$

und linken hexagonalen Trapezoeder $\{k\,\bar{i}\,\bar{h}\,l\}$, $\frac{mPn}{2}l$.

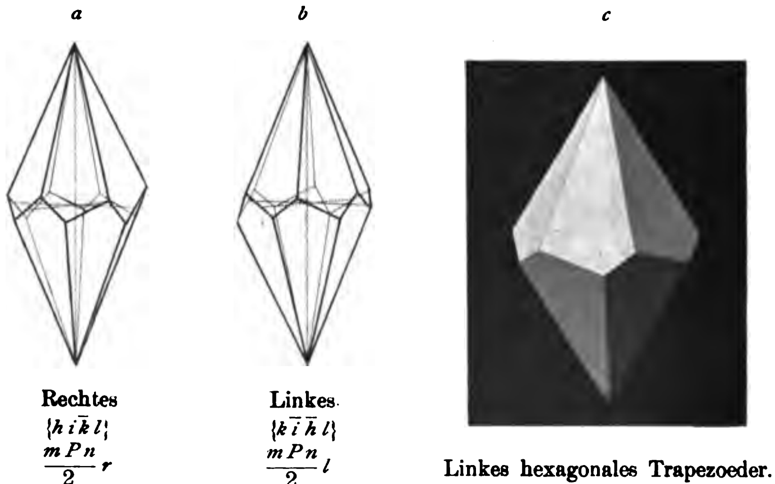


Fig. 174. Hexagonale Trapezoeder.

Die hexagonalen Trapezoeder haben 12 gleiche nicht parallele Flächen, die sich in 12 gleichen Polkanten und in 6 + 6 gleichen auf- und absteigenden Mittelkanten schneiden. Die Flächen sind daher trapezoidförmig begrenzt. Die Polkanten treffen sich in zwei sechskantigen und bilden mit den Mittelkanten zwölf 1 + 1 + 1-kantige Ecken. Die Formen sind um so steiler, je kleiner l im Verhältnis zu h ist. Die Hauptachse geht durch die beiden sechskantigen Ecken, je drei gleiche zweizählige Nebenachsen verbinden die Mitte zweier gegenüberliegender gleicher Mittelkanten.

10. Die hexagonal-pyramidale Tetartoedrie oder hexagonal-pyramidale Klasse. Symmetrieverhältnisse: Eine polare sechszählige Hauptachse (Fig. 175).

Vorkommende Formen: Der Unterschied dieser Klasse gegenüber der pyramidalen Hemiedrie beruht darin, daß keine Hauptsymmetrieebene mehr vorhanden ist. Der obere und untere Pol der Hauptachse haben also verschiedene Wertigkeit. Alle prismatischen Formen, welche zugleich dem oberen und unteren Pol angehören, werden also in diesen beiden Klassen gleich sein. Die anderen Formen dagegen, deren Flächen nur einem Pol zugehören, werden in zwei Formen zerlegt, von denen die eine die Flächen des oberen, die andere diejenigen des unteren Pols umfaßt. Es erscheinen demnach unverändert wie in der pyramidalen Hemiedrie:

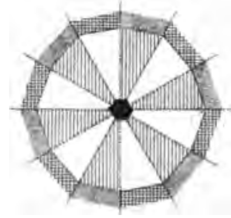


Fig. 175.

Das hexagonale Prisma I. Art $\{h 0 \bar{h} 0\}$, ∞P.

Das hexagonale Prisma II. Art $\{h h \overline{2h} 0\}$, $\infty P 2$.

Die positiven hexagonalen Prismen III. Art $\{h i \bar{k} 0\}$, $+\frac{\infty Pn}{2}$

und negativen hexagonalen Prismen III. Art $\{h \bar{k} i 0\}$, $-\frac{\infty Pn}{2}$

In zwei Formen treten auf:

Die obere hexagonale Basis $\{0001\}$, $\frac{0P}{2} o$

und untere hexagonale Basis $\{000\bar{1}\}$, $\frac{0P}{2} u$.

Die oberen hexagonalen Pyramiden I. Art $\{h 0 \bar{h} l\}$, $\frac{mP}{2} o$

und unteren hexagonalen Pyramiden I. Art $\{h 0 \bar{h} \bar{l}\}$, $\frac{mP}{2} u$.

Die oberen hexagonalen Pyramiden II. Art $\{h h \overline{2h} l\}$, $\frac{mP2}{2} o$

und unteren hexagonalen Pyramiden II. Art $\{h h \overline{2h} \bar{l}\}$, $\frac{mP2}{2} u$.

Die beiden Reihen der Pyramiden III. Art der pyramidalen Hemiedrie, die sich aus den beiden Flächen $(h i \bar{k} l)$ und $(h \bar{k} i l)$ entwickeln, bezeichnet man hier zweckmäßigerweise nicht mehr als positiv und negativ, sondern als rechts und links. Von beiden erhält man eine obere und untere Form, nämlich:

Die rechten oberen hexagonalen Pyramiden III. Art

$\{h i \bar{k} l\}$, $\frac{mPn}{4} r_o$

und rechten unteren hexagonalen Pyramiden III. Art

$\{h i \bar{k} \bar{l}\}$, $\frac{mPn}{4} r_u$

Die linken oberen hexagonalen Pyramiden III. Art

$\{k \bar{i} \bar{h} l\}$, $\frac{mPn}{4} l_o$

und linken unteren hexagonalen Pyramiden III. Art

$\{k \bar{i} \bar{h} \bar{l}\}$, $\frac{mPn}{4} l_u$

Die rechten und linken Formen des gleichen Pols können durch keine Drehung zur Deckung gebracht werden, sind also enantiomorph; ebenso sind enantiomorph die rechte obere und untere und die linke obere und untere, dagegen kann man die rechte obere und die linke untere und umgekehrt durch eine Drehung von 180° um eine Nebenachse der Holoedrie zur Deckung bringen.

Alle Formen sind offen. Ihre Eigenschaften lassen sich leicht an den Formen der pyramidalen Hemiedrie erkennen, wenn man bedenkt, daß hier alle Basiskanten fehlen.

Bezüglich der Kombinationen ist zu beachten, daß sie im allgemeinen eine hemimorphe Ausbildung der Vertikalachse demonstrieren.

11. **Trigonale Hemiedrie oder ditrigonal-pyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine Hauptsymmetrieebene und senkrecht darauf eine sechszählige Hauptachse, ebenfalls senkrecht auf der Hauptsymmetrieebene drei gleiche sich unter Winkeln von 60° schneidende Nebensymmetrieebenen, deren Schnittlinien mit der Hauptsymmetrieebene drei gleichen zweizähligen Nebenachsen entsprechen.

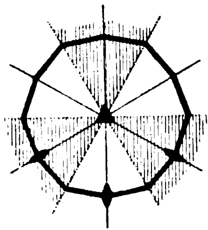


Fig. 176.

Vorkommende Formen: Die drei vorhandenen zweizähligen Symmetrieachsen liegen zwischen den Koordinatenachsen $a_{I}\ a_{II}\ a_{III}$. Oberer und unterer Pol der Vertikalachse sind gleich, daher ist eine Form, deren Flächen senkrecht zu ihr stehen, aus zwei parallelen Flächenpaaren gebildet wie in der Holoedrie. Alle anderen Flächen werden von der trigonalen Hauptachse in der Dreizahl, je um 120° gegeneinander gedreht und durch die Hauptsymmetrieebene in der gleichen Stellung für den oberen und unteren Pol verlangt. Stehen diese Flächen aber nicht senkrecht zu den vorhandenen drei Nebensymmetrieebenen, dann werden es für jeden Pol sechs Flächen. Demnach haben wir unverändert wie in der Holoedrie:

Die Basis $\{0001\}$, $0P$.

Das hexagonale Prisma II. Art $\{h\,h\,\overline{2h}\,0\}$, $\infty P2$.

Die hexagonalen Bipyramiden II. Art $\{h\,h\,\overline{2h}\,l\}$, $mP2$.

Eine Fläche mit den Indices $(h\,0\,\overline{h}\,0)$ gehört zugleich dem oberen und unteren Pol an und steht senkrecht auf einer Nebensymmetrieebene, sie erscheint also nur mit drei je um 120° gegeneinander gedrehten Flächen. Man erhält so statt des hexagonalen Prismas I. Art zwei trigonale Formen, die durch eine Drehung von 60° um die Vertikalachse zur Deckung gebracht werden können.

Das positive trigonale Prisma I. Art $\{h\,0\,\overline{h}\,0\}$, $+\frac{\infty P}{2}$

und negative trigonale Prisma I. Art $\{0\,h\,\overline{h}\,0\}$, $-\frac{\infty P}{2}$.

Diese offenen Formen haben drei gleiche Flächen mit drei gleichen Kanten. Die Hauptsymmetrieebene steht senkrecht zu den Kanten, die

Nebensymmetrieebenen gehen den Kanten parallel und stehen senkrecht auf den Flächen, die Hauptachse geht den Kanten parallel und die Nebenachsen stehen lotrecht auf den Flächen.

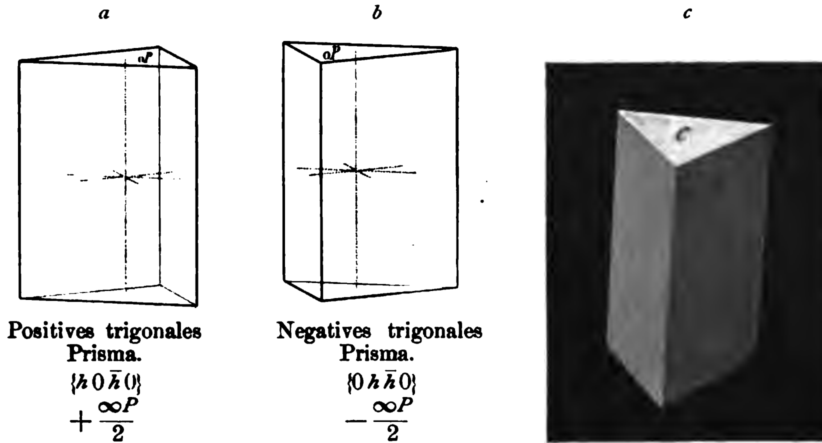
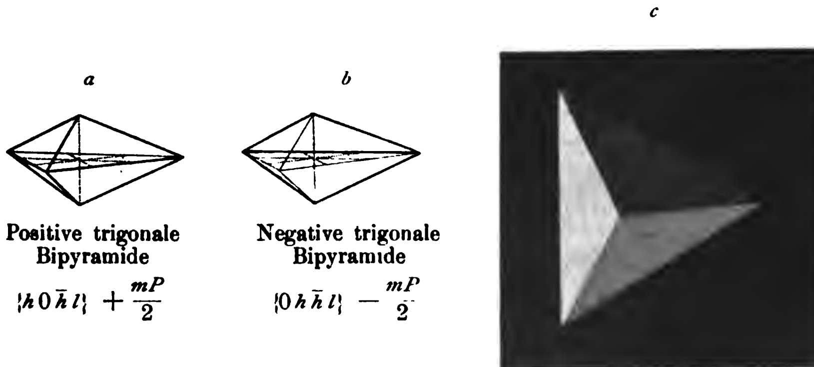


Fig. 177. Trigonale Prismen I. Art mit der Basis $c = 0P\{0001\}$.

Ganz analog verhält es sich mit den Flächen der Pyramiden I. Art. Es treten für jeden Pol nur die drei abwechselnden auf und man erhält so:

Die positiven trigonalen Bipyramiden I. Art $\{h0\bar{h}l\}$, $+\frac{mP}{2}$

und negativen trigonalen Bipyramiden I. Art $\{0h\bar{h}l\}$, $-\frac{mP}{2}$



Trigonale Bipyramide I. Art von oben gesehen.

Fig. 178. Trigonale Bipyramiden I. Art.

Sie haben sechs gleiche Flächen, von denen drei dem oberen und drei dem unteren Pol angehören. Diese schneiden sich in sechs gleichen Polkanten und drei gleichen Basiskanten. Die Polkanten bilden zwei dreikantige und die Basiskanten mit jenen drei 2 + 2kantige Ecken. Die Hauptsymmetrieebene geht durch die Basiskanten, die Neben-

symmetrieebenen stehen lotrecht auf den Flächen und gehen je durch eine obere und untere Polkante. Die Hauptachse verbindet die dreikantigen Ecken, die Nebensymmetrieachsen je die Mitte einer Basiskante mit der gegenüberliegenden $2 + 2$kantigen Ecke.

Eine Fläche, die die Indices $(h\,i\,\bar{k}\,0)$ hat, welche also nicht senkrecht zu den Nebensymmetrieebenen steht, verlangt durch diese eine zweite Fläche mit den Indices $(k\,\bar{i}\,\bar{h}\,0)$ und dieses Flächenpaar wird für die drei gleichen polaren Enden der drei zweizähligen Achsen dreimal je im Abstand von 120^0 verlangt. Statt der dihexagonalen Prismen entstehen demnach zwei Formenreihen, die man aus den beiden Flächen $(h\,i\,\bar{k}\,0)$ und $(i\,h\,\bar{k}\,0)$ entwickeln kann:

Die positiven ditrigonalen Prismen $\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$, $+\frac{\infty P n}{2}$

und negativen ditrigonalen Prismen $\{i\,h\,\bar{k}\,0\}$, $-\frac{\infty P n}{2}$.

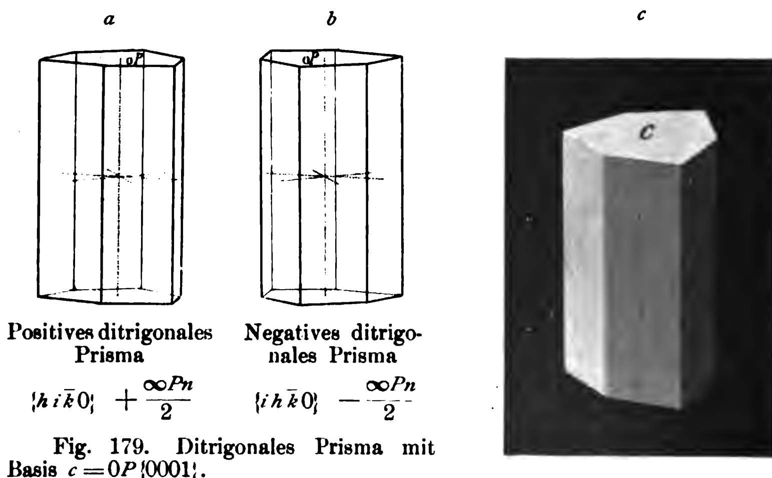


Fig. 179. Ditrigonales Prisma mit Basis $c = 0P\{0001\}$.

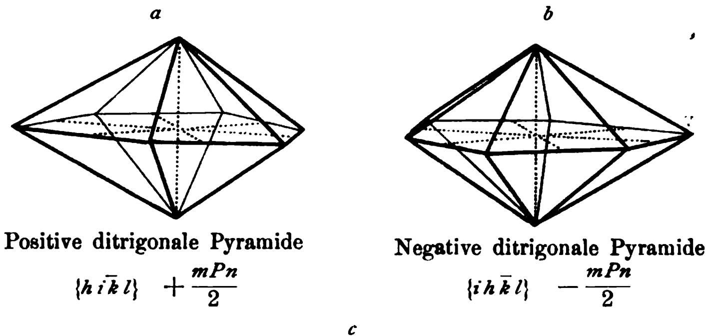
Die ditrigonalen Prismen sind offene Formen und haben sechs gleiche Flächen, die sich in drei scharfen und drei stumpfen parallelen Kanten schneiden. Positive und negative Formen werden durch Drehung von 60^0 um die Vertikalachse zur Deckung gebracht. Die Hauptsymmetrieebene steht lotrecht zu den Kanten, die Nebensymmetrieebenen gehen je durch eine stumpfe und eine scharfe Kante; die Hauptachse geht den Kanten parallel und die Nebenachsen verbinden je eine gegenüberliegende stumpfe und scharfe Kante.

Ganz ähnlich entwickeln sich statt der dihexagonalen Pyramiden aus den beiden Flächen $(h\,i\,\bar{k}\,l)$ und $(i\,h\,\bar{k}\,l)$ zwei ditrigonale Formenreihen:

Die positiven ditrigonalen Bipyramiden $\{h\,i\,\bar{k}\,l\}$, $+\frac{mPn}{2}$

und negativen ditrigonalen Bipyramiden $\{i\,h\,\bar{k}\,l\}$, $-\frac{mPn}{2}$.

Diese Formen haben 12 gleiche je zu sechsen dem oberen und unteren Pol angehörige Flächen, die sich in 6 + 6 gleichen Polkanten



a Positive ditrigonale Pyramide $\{h\,\bar{i}\,k\,l\}$ $+\frac{mPn}{2}$

b Negative ditrigonale Pyramide $\{i\,h\,\bar{k}\,l\}$ $-\frac{mPn}{2}$

c



Fig. 180. Ditrigonale Pyramide.

und sechs gleichen Basiskanten schneiden. Die Polkanten treffen sich in zwei 3 + 3 kantigen (ditrigonalen) Ecken. Die Basiskanten bilden mit den Polkanten 3 + 3 2 + 2 kantige Ecken. Die Hauptsymmetrieebene geht durch die Basiskanten, die Nebensymmetrieebenen durch zwei scharfe und zwei stumpfe Polkanten; die Hauptachse verbindet die zwei 3 + 3 kantigen, die Nebenachsen je zwei ungleiche 2 + 2 kantige Ecken. Positive und negative Formen können durch Drehung von 60^0 um die Vertikalachse zur Deckung gebracht werden.

12. **Rhomboedrische Hemiedrie oder ditrigonal-skalenoedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Drei gleiche durch eine Linie gehende, je um 60^0 gegeneinander gedrehte Nebensymmetrieebenen; jene Linie ist dreizählige Hauptachse und zugleich sechszählige Achse der zusammengesetzten Symmetrie; zu ihr und den Nebensymmetrieebenen senkrecht drei gleiche zweizählige Achsen; Symmetriezentrum.

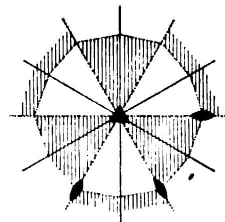


Fig. 181.

Vorkommende Formen: Die zweizähligen Achsen und die Hauptachse sind zugleich Koor-

dinatenachsen. Eine Fläche, welche senkrecht zur Hauptachse steht, erscheint infolge des Symmetriezentrums als paralleles Flächenpaar. Flächen, die den Nebensymmetrieebenen parallel gehen, treten in Form von drei parallelen Flächenpaaren auf, ebenso Flächen, welche der Hauptachse parallel gehen und senkrecht zu den Nebensymmetrieebenen stehen. Flächen, die der Hauptachse parallel liegen und schief zu den Nebensymmetrieebenen liegen, erscheinen infolge des Symmetriezentrums mit sechs parallelen Flächenpaaren. Flächen, die die Hauptachse und alle Nebenachsen schneiden, und zwar zwei von den letzteren in gleichem Abstand, werden für jeden Pol der Hauptachse sechs je um 60° gegeneinander gedrehte gleiche verlangt, wobei die am unteren Pol denen am oberen parallel sind. Dies alles führt zu Formen, welche uns aus der Holoedrie schon bekannt sind, nämlich:

Die Basis $\{0001\}$, $0P$ oder $0R$.

Das hexagonale Prisma I. Art $\{h0\bar{h}0\}$, ∞P oder ∞R.

Das hexagonale Prisma II. Art $\{hh\overline{2h}0\}$, $\infty P2$.

Die dihexagonalen Prismen $\{hik0\}$, ∞Pn.

Die hexagonalen Pyramiden II. Art $\{hh\overline{2h}l\}$, $mP2$.

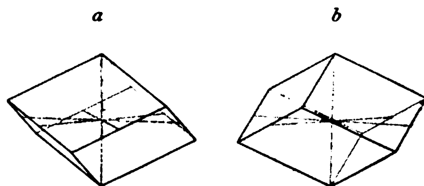
In veränderter Gestalt treten uns nur die hexagonalen Pyramiden I. Art und die dihexagonalen Pyramiden entgegen.

Eine Fläche mit den Indices $(h0\bar{h}l)$ steht nämlich senkrecht zu einer Nebensymmetrieebene, und es werden also am oberen Pol der trigonalen Achse drei solcher Flächen, die je 120° gegeneinander um die Vertikalachse gedreht sind, der Symmetrie genügen. Hierzu verlangt das Symmetriezentrum die drei Parallelflächen am unteren Pol. Es entstehen demnach Formen aus drei parallelen Flächenpaaren, und zwar statt der hexagonalen Pyramiden I. Art zwei Reihen, die man aus den beiden Flächen $(h0\bar{h}l)$ und $(0h\bar{h}l)$ ableiten und durch Drehung von 60° um die Hauptachse zur Deckung bringen kann:

Die positiven Rhomboeder $\{h0\bar{h}l\}$, $+\frac{mP}{2}$ oder $+mR$

und negativen Rhomboeder $\{0h\bar{h}l\}$, $-\frac{mP}{2}$ oder $-mR$.

Die Rhomboeder haben drei parallele rhombisch begrenzte Flächenpaare, welche sich in drei oberen und drei unteren gleichen Polkanten und in sechs gleichen auf- und absteigenden Mittelkanten schneiden. Die Polkanten treffen sich in zwei gleichen dreikantigen, die Mittelkanten mit jenen in sechs 2 + 1 kantigen Ecken. Mit größerer Vertikalachse werden die Rhomboeder steiler und umgekehrt flacher. Die positiven Rhomboeder haben vor dem Beschauer eine Fläche, die negativen eine Polkante. Die Nebensymmetrieebenen



Positives Rhomboeder $\{h0\bar{h}l\}$ $+R$ Negatives Rhomboeder $\{0h\bar{h}l\}$ $-R$

Fig. 182.

gehen durch die Polkanten bzw. stehen senkrecht auf den Flächen; die Hauptachse verbindet die dreikantigen Ecken, die Nebenachsen die Mitte gegenüberliegender Mittelkanten.

Eine Fläche, welche die Indices $(h\,i\,\bar{k}\,l)$ hat, die also schief sowohl gegen die Nebensymmetrieebenen als auch gegen die zweizähligen Achsen liegt, wird für jede der ersteren auch in symmetrischer Lage auf der anderen Seite verlangt und dieses Paar muß den Forderungen der trigonalen Achse entsprechend für jeden Pol dreimal im Abstand von 120° vorhanden sein. Aber das Symmetriezentrum erfordert, daß die unteren die Parallelflächen der oberen, also nach der Hauptachse um 60° dagegen gedreht seien. Wir erhalten somit Formen, welche aus sechs parallelen gleichen Flächenpaaren bestehen, und damit statt der dihexagonalen Bipyramiden zwei Reihen hemiedrischer Formen, die durch eine Drehung von 60° um die Vertikalachse zur Deckung gebracht werden können. Man kann sie entwickeln aus den beiden Flächen $(h\,i\,\bar{k}\,l)$ und $(i\,h\,\bar{k}\,l)$.

Die positiven ditrigonalen Skalenoeder

$$\{h\,i\,\bar{k}\,l\},\ +\frac{mPn}{2} \text{ oder } +mRn$$

und negativen ditrigonalen Skalenoeder

$$\{i\,h\,\bar{k}\,l\},\ -\frac{mPn}{2} \text{ oder } -mRn.$$

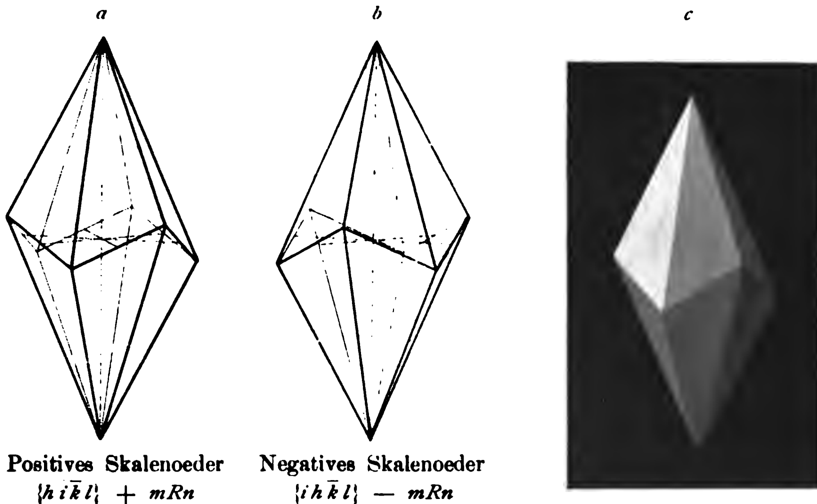


Fig. 183. Ditrigonale Skalenoeder.

Die Skalenoeder haben sechs gleiche parallele Flächenpaare, welche ungleichseitige Dreiecke (Skalene) darstellen, sich in 6 + 6 gleichen je zur Hälfte dem oberen und unteren Pol angehörigen Polkanten und in sechs gleichen auf- und absteigenden Mittelkanten schneiden. Die Polkanten vereinigen sich in zwei gleichen 3 + 3 kantigen, jene und die Mittelkanten in sechs 2 + 1 + 1 kantigen Ecken. An je sechs Polkanten sind stumpfere bezw. spitzere Kantenwinkel. Die Nebensym-

metrieebenen gehen durch je zwei schärfere und zwei stumpfere Polkanten; die Hauptachse verbindet die 3 + 3 kantigen Ecken, die Nebenachsen die Mitte der gegenüberliegenden Mittelkanten.

Bezüglich der wichtigsten Kombinationen ist folgendes zu bemerken: Positive und negative Rhomboeder, welche die Vertikalachse in gleichem Abstand schneiden, bilden miteinander eine scheinbare

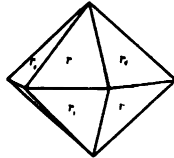


Fig. 184. Positives (r) und negatives (r_1) Rhomboeder. $\{10\bar{1}1\}$ $+R$ und $\{01\bar{1}1\}$ $-R$.

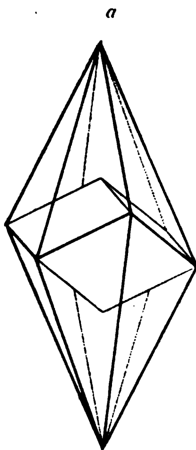


Fig. 185. $r = \{10\bar{1}1\}$ $+R$ und $e = \{01\bar{1}2\}$ $-\frac{1}{2}R$. (Calcit).

hexagonale Pyramide I. Art. Die Polkanten eines Rhomboeders werden gerade abgestumpft durch ein anderes Rhomboeder mit entgegengesetztem Vorzeichen und halb so großer Vertikalachse (Fig. 185), wie folgende Rechnung nach Abschnitt 22, S. 29 zeigt:

$$\begin{array}{r} h\,0\,\bar{h}\,l\ + \\ \bar{h}\,h\,0\,l \\ \hline 0\,h\,\bar{h}\,2l \end{array}$$

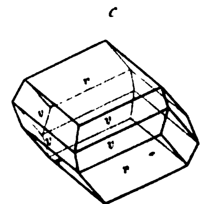
a



b



c



Skalenoeder $v = \{21\bar{3}1\}$ $+R3$ mit Rhomboeder der Mittelkanten $r = \{10\bar{1}1\}$ $+R$ (Calcit).

Fig. 186. Skalenoeder mit Rhomboeder der Mittelkanten.

Zu jedem Skalenoeder gibt es ein Rhomboeder, das mit ihm die gleichen Mittelkanten hat. Es kann nur ein solches geben, da seine Flächen ja zugleich in zwei Zonen des Skalenoeders liegen müssen. Es gründet sich hierauf eine andere weiter unten dargestellte Bezeichnung der Skalenoeder. Zu jedem Rhomboeder aber gibt es eine ganze Reihe von Skalenoedern, die mit ihm gleiche Mittelkanten haben, die demnach diese Mittelkanten mehr oder weniger zuschärfen. Welcher Bedingung diese Skalenoeder in bezug auf ihre Indices im Verhältnis zu denen des betreffenden Rhomboeders genügen müssen, läßt sich leicht mit Hilfe der Zonengesetze (s. Abschnitt 22, Einl.) ableiten: Die Indices des Rhomboeders seien $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$, so bilden die beiden Flächen $(h\,0\,\bar{h}\,l)$ und $(0\,h\,\bar{h}\,l)$ miteinander eine Zone, deren Symbol $\left(2\,1\,\frac{\bar{h}}{l}\right)$ ist: Man verwendet zur Berechnung nur die drei auf a_{I} a_{III} und c bezüglichen Indices, also

$$\begin{array}{c|cccc|c} h & \bar{h} & l & h & \bar{h} & l \\ 0 & \bar{h} & \bar{l} & 0 & \bar{h} & \bar{l} \end{array}$$

$$\begin{array}{lccc} & h\,l - \bar{h}\,l & 0 - \bar{l}\,h & h\,\bar{h} - 0 \\ \text{oder} & 2h\,l & h\,l & h\,\bar{h} \\ \text{oder} & 2 & 1 & \frac{\bar{h}}{l}. \end{array}$$

Seien nun die Indices eines zugehörigen Skalenoeders $h_{\text{I}}\; i_{\text{I}}\; \bar{k}_{\text{I}}\; l_{\text{I}}$ und wir verwenden wieder nur $h_{\text{I}}\; \bar{k}_{\text{I}}$ und l_{I}, so erhalten wir folgende Zonengleichung:

$$2h_{\text{I}} + \bar{k}_{\text{I}} + \frac{\bar{h}}{l}\,l_{\text{I}} = 0$$

$$\text{oder}\quad \frac{2h_{\text{I}}}{l_{\text{I}}} + \frac{\bar{k}_{\text{I}}}{l_{\text{I}}} + \frac{\bar{h}}{l} = 0$$

$$\text{oder}\quad 2\,\frac{h_{\text{I}}}{l_{\text{I}}} = \frac{k_{\text{I}}}{l_{\text{I}}} + \frac{h}{l}.$$

Dies ist die Bedingung für alle Skalenoeder, die mit dem Rhomboeder $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$ gleiche Mittelkanten haben. Für das Rhomboeder $\{10\bar{1}1\}$ bei dem $\frac{h}{l} = 1$ ist, entsprechen z. B. folgende Skalenoeder jener Bedingung $\{21\bar{3}1\}$, $\{3\bar{2}\bar{5}1\}$, $\{43\bar{7}1\}$ usw.

Ebenso wie es ein Rhomboeder der Mittelkanten der Skalenoeder gibt, so gibt es auch eines der Polkanten und ebenso wie zu jedem Skalenoeder nur ein Rhomboeder der Mittelkanten existiert, so gibt es auch nur je ein Rhomboeder der scharfen und der stumpfen Polkanten des Skalenoeders. Aber zu jedem Rhomboeder gehören viele Skalenoeder der Mittelkanten oder auch der Polkanten des Rhomboeders, die natürlich dann mit dem Rhomboeder in einer Zone liegen.

Weiter ist bezüglich der Kombinationen noch zu erwähnen, daß die Mittelkanten der Rhomboeder und Skalenoeder von dem Prisma II. Art gerade abgestumpft werden, während das Prisma I. Art als Abstumpfung der $2+1$kantigen Ecken der Rhomboeder und der $2+1+1$kantigen der Skalenoeder erscheint.

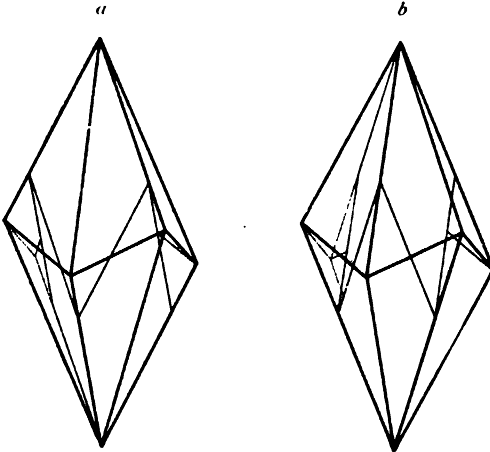


Fig. 187. Skalenoeder mit Rhomboedern der Polkanten.



Fig. 188.
Rhomboeder $r = \{10\bar{1}1\}$, $+R$ mit einem Skalenoeder der Mittelkanten $v = \{21\bar{3}1\}$, $+R3$ und einem der Polkanten $w = \{31\bar{4}5\}$ $+\frac{2}{5}R2$. (Calcit.)

Statt mit $\frac{mP}{2}$ bezeichnet man die Rhomboeder auch mit mR und schließt daran die Bezeichnung der Skalenoeder an, indem man zunächst das zu dem betreffenden Skalenoeder zugehörige Rhomboeder der Mittelkanten nennt und hinter den Buchstaben R die Zahl setzt, welche angibt in wievielfachem Abstand des Rhomboeders die Achse c von dem Skalenoeder geschnitten wird. Es heißt also mRn ein Skalenoeder, welches gleiche Mittelkanten hat mit dem Rhomboeder mR und die c-Achse in n-fachem Abstand schneidet. $+R3$ würde heißen: das Rhomboeder $+R$ hat die gleichen Mittelkanten wie das Skalenoeder und dieses schneidet die Achse c im dreifachen Abstand des primären.

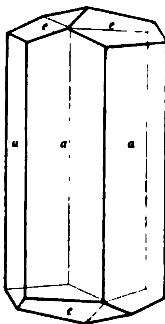


Fig. 189.
Negatives Rhomboeder $e = \{01\bar{1}2\}$, $-\frac{1}{2}R$ mit Prisma I. Art $a = \{10\bar{1}0\}$, ∞R. (Calcit.)

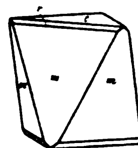


Fig. 190.
Zwei positive Rhomboeder $m = \{40\bar{4}1\}$, $+4R$ und $r = \{10\bar{1}1\}$, $+R$ mit der Basis $c = \{0001\}$, $0R$. (Calcit.)

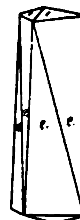


Fig. 191.
Zwei negative Rhomboeder. $\varrho = \{16\,0\,\overline{16}\,1\}$, $-16R$; $e = \{01\bar{1}2\}$, $-\frac{1}{2}R$. (Calcit.)

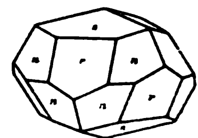


Fig. 192.
Zwei positive Rhomboeder $r = \{10\bar{1}1\}$, $+R$ und $s = \{10\bar{1}4\}$, $+\frac{1}{4}R$ mit einer Pyramide II. Art $n = \{22\bar{4}3\}$, $\frac{4}{3}P2$. (Haematit.)

13. **Ditrigonal-pyramidale Tetartoedrie oder ditrigonal-pyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Drei gleiche einer Zone angehörige Nebensymmetrieebenen, die sich unter Winkeln von 60° schneiden; eine polare dreizählige Hauptachse, durch welche die Nebensymmetrieebenen gehen.

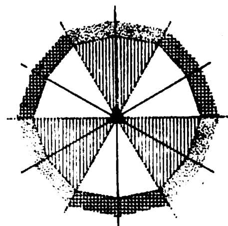


Fig. 193.

Vorkommende Formen: Der wesentliche Unterschied gegenüber der rhomboedrischen Hemiedrie beruht in der polaren Ausbildung der Hauptachse. Daraus folgt, daß die Flächen des unteren Pols andere Formen liefern als die des oberen. Jene Formen der rhomboedrischen Hemiedrie, welche die Vertikalachse schneiden, teilen sich demnach in zwei tetartoedrische Formen, deren eine je dem oberen bzw. unteren Pol angehört. Etwas anders ist es bei den Formen, deren Flächen der Vertikalachse parallel gehen. Hier ist von Bedeutung, daß das Symmetriezentrum fehlt. So genügen bei den Flächen des Prismas I. Art, welche senkrecht zu den Nebensymmetrieebenen stehen, die abwechselnden Flächen den Forderungen der Symmetrie und es entstehen zwei trigonale Prismen I. Art, die sich analog den positiven und negativen Rhomboedern aus den beiden Flächen $(h\,0\,\bar{h}\,0)$ und $(0\,h\,\bar{h}\,0)$ entwickeln. Das hexagonale Prisma II. Art genügt nur vollflächig der Symmetrie, weil seine Flächen unter 60° gegen die Nebensymmetrieebenen geneigt sind. Die dihexagonalen Prismen erscheinen wegen des mangelnden Symmetriezentrums nur mit dreimal zwei Flächen, die je mit gleicher Neigung zu den beiden Seiten der drei Nebensymmetrieebenen um je 120° um die Hauptachse gedreht erscheinen. Man erhält also statt der dihexagonalen Prismen je zwei ditrigonale, die sich analog den positiven und negativen Skalenoedern aus den beiden Flächen $(h\,i\,\bar{k}\,0)$ und $(i\,h\,\bar{k}\,0)$ ableiten lassen. Die vorkommenden Formen sind demnach folgende:

Die obere Basis $\{0001\}$, $\frac{0R}{2}o$ und untere Basis $\{000\bar{1}\}$, $\frac{0R}{2}u$.

Das positive trigonale Prisma I. Art $\{h\,0\,\bar{h}\,0\}$, $+\frac{\infty R}{2}$

und negative trigonale Prisma I. Art $\{0\,h\,\bar{h}\,0\}$, $-\frac{\infty R}{2}$.

Das hexagonale Prisma II. Art $\{h\,h\,\overline{2h}\,0\}$, $\infty P2$.

Die positiven ditrigonalen Prismen $\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$, $+\frac{\infty Pn}{2}$

und negativen ditrigonalen Prismen $\{i\,h\,\bar{k}\,0\}$, $-\frac{\infty Pn}{2}$.

Die oberen positiven trigonalen Pyramiden I. Art

$\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$, $+\frac{mR}{2}o$

und oberen negativen trigonalen Pyramiden I. Art

$\{0\,h\,\bar{h}\,l\}$, $-\frac{mR}{2}o$.

Die unteren positiven trigonalen Pyramiden I. Art

$$\{0 h \bar{h} \bar{l}\}, + \frac{mR}{2} u$$

und unteren negativen trigonalen Pyramiden I. Art

$$\{h 0 \bar{h} \bar{l}\}, - \frac{mR}{2} u.$$

Die oberen hexagonalen Pyramiden II. Art $\{h h \overline{2h} l\}$, $\frac{mP2}{2} o$

und unteren hexagonalen Pyramiden II. Art $\{h h \overline{2h} \bar{l}\}$, $\frac{mP2}{2} u$.

Die oberen positiven ditrigonalen Pyramiden

$$\{h i \bar{k} l\}, + \frac{mPn}{2} o.$$

Die oberen negativen ditrigonalen Pyramiden

$$\{i h \bar{k} l\}, - \frac{mPn}{2} o$$

und unteren positiven ditrigonalen Pyramiden

$$\{i h \bar{k} \bar{l}\}, + \frac{mPn}{2} u$$

und unteren negativen ditrigonalen Pyramiden

$$\{h i \bar{k} \bar{l}\}, - \frac{mPn}{2} u.$$

Diese Formen sind alle offen und es fehlen ihnen demnach sämtliche Basis- und Mittelkanten der Formen der rhomboedrischen Hemiedrie, sonst sind aber ihre Eigenschaften jenen analog, nur die trigonalen und ditrigonalen Prismen verhalten sich wie in der trigonalen Hemiedrie.

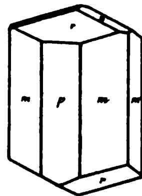


Fig. 194.
Trigonales Prisma I. Art. $p = \{10\bar{1}0\}$, $+ \frac{\infty R}{2}$; **hexagonales Prisma II. Art.** $m = \{11\bar{2}0\}$, $\infty P2$; **am oberen Pol: Positive trigonale Pyramide.** $r = \{10\bar{1}1\}$, $+ \frac{R}{2}$; **negative trigonale Pyramide.** $n = \{01\bar{1}2\}$, $- \frac{{}^1\!/_2 R}{2}$; **am unteren Pol: positive trigonale Pyramide.** $r = \{01\bar{1}\bar{1}\}$, $+ \frac{R}{2}$. **(Turmalin.)**



Fig. 195.
Hexagonales Prisma II. Art. $a = \{11\bar{2}0\}$, $\infty P2$; **am oberen Pol: negative ditrigonale Pyramide.** $q = \{16\bar{7}1\}$, $- \frac{5R^{7/5}}{2}$; **am unteren Pol: negative trigonale Pyramide.** $e = \{10\bar{1}\bar{2}\}$, $- \frac{{}^1\!/_2 R}{2}$. **(Rotgiltigerz.)**

Bezüglich der wichtigsten Kombinationen ist nur zu bemerken, daß die Kristalle infolge der Polarität der Hauptachse hemimorph aussehen. An jedem einzelnen Pol der Hauptachse sind die Kristalle den rhomboedrischen vollständig gleich.

14. **Trigonale Tetartoedrie oder trigonal-bipyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine Hauptsymmetrieebene und senkrecht zu ihr eine dreizählige Hauptachse.

Vorkommende Formen: Zu einer Fläche, welche senkrecht zur Hauptachse steht, verlangt die Hauptsymmetrieebene die Parallelfläche. Sämtliche Flächen, die der Hauptachse parallel gehen, werden in der Dreizahl, je 120° gegeneinander gedreht, erfordert; sie erscheinen demnach alle als trigonale Prismen, die sich nur durch ihre Stellung unterscheiden. Alle Flächen, die gegen die Hauptachse geneigt sind, treten an ihren beiden Polen je in der Dreizahl auf und zwar haben die unteren der Hauptsymmetrieebene entsprechend die entgegengesetzte Lage wie die oberen, d. h. sie stoßen mit ihnen in drei Basiskanten zusammen; alle pyramidalen Flächen treten also in Form von trigonalen Pyramiden auf, die sich nur durch ihre Stellung von einander unterscheiden. Man erhält nach dem Gesagten folgende Formen:



Fig. 196.

Die Basis {0001}, oP.

Das positive trigonale Prisma I. Art $\{h0\bar{h}0\}$, $+\frac{\infty P}{2}$

und negative trigonale Prisma I. Art $\{0h\bar{h}0\}$, $-\frac{\infty P}{2}$.

Das positive trigonale Prisma II. Art $\{hh\overline{2h}0\}$, $+\frac{\infty P2}{2}$

und negative trigonale Prisma II. Art $\{2h\bar{h}\bar{h}0\}$, $-\frac{\infty P2}{2}$.

Die positiven rechten trigonalen Prismen

III. Art $\{hi\bar{k}0\}$, $+\frac{\infty Pn}{4}r$,

positiven linken trigonalen Prismen

III. Art $\{k\bar{i}\bar{h}0\}$, $+\frac{\infty Pn}{4}l$,

negativen rechten trigonalen Prismen

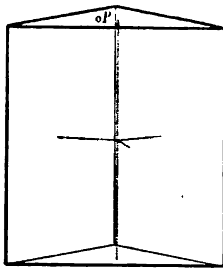
III. Art $\{\bar{i}hk0\}$, $-\frac{\infty Pn}{4}r$,

und negativen linken trigonalen Prismen

III. Art $\{k\bar{h}\bar{i}0\}$, $-\frac{\infty Pn}{4}l$.

Die positiven trigonalen Pyramiden I. Art $\{h0\bar{h}l\}$, $+\frac{mP}{2}$

und negativen trigonalen Pyramiden I. Art $\{0h\bar{h}l\}$, $-\frac{mP}{2}$.
Die positiven trigonalen Pyramiden II. Art $\{hh\overline{2h}l\}$, $+\frac{mP2}{2}$
und negativen trigonalen Pyramiden II. Art $\{2h\bar{h}\bar{h}l\}$, $-\frac{mP2}{2}$.
Die positiven rechten trigonalen Pyramiden
III. Art $\{hi\bar{k}l\}$, $+\frac{mPn}{4}r$,
positiven linken trigonalen Pyramiden
III. Art $\{k\bar{i}\bar{h}l\}$, $+\frac{mPn}{4}l$,
negativen rechten trigonalen Pyramiden
III. Art $\{\bar{i}h\bar{k}l\}$, $-\frac{mPn}{4}r$
und negativen linken trigonalen Pyramiden
III. Art $\{k\bar{h}\bar{i}l\}$, $-\frac{mPn}{4}l$.



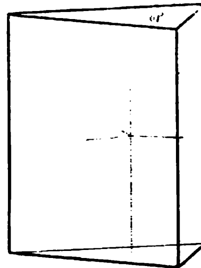


Fig. 197.
Rechtes und linkes positives trigonales Prisma III. Art mit der Basis $\{0001\}$, $0P$.

$\{hi\bar{k}0\}$ $+\frac{\infty Pn}{4}r$ $\{ki\bar{h}0\}$ $+\frac{\infty Pn}{4}l$

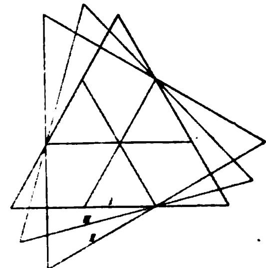
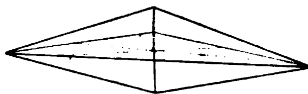
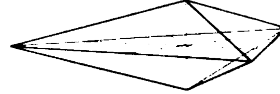


Fig. 199. Stellung des positiven trigonalen Prismas I. Art, des positiven trigonalen Prismas II. Art und des positiven rechten trigonalen Prismas III. Art.



Rechte positive trigonale Pyramide III. Art.

$\{hi\bar{k}l\}$ $+\frac{mPn}{4}r$



Linke positive trigonale Pyramide III. Art.

$\{k\bar{i}\bar{h}l\}$ $+\frac{mPn}{4}l$

Fig. 198.

Eine Erläuterung der Eigenschaften dieser Formen dürfte wohl, da wir sie schon in anderen Symmetrieklassen kennen gelernt haben, überflüssig sein. Erwähnt sei nur, daß die Hauptachse den Prismenkanten parallel geht und die Hauptsymmetrieebene darauf senkrecht steht. Bei den Pyramiden verbindet die Hauptachse die zwei dreikantigen Ecken und die Hauptsymmetrieebene geht durch die drei

Basiskanten. Die Stellung der Prismen und Pyramiden I., II. und III. Art gegeneinander ergibt sich aus beistehender Figur 199.

15. **Trapezoedrische Tetartoedrie oder trigonal-trapezoedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine dreizählige Hauptachse und darauf senkrecht drei zweizählige polare Symmetrieachsen, die sich unter Winkeln von 120° schneiden.

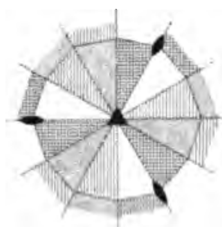
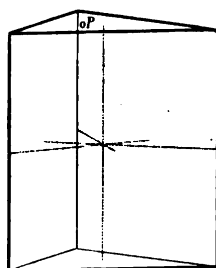
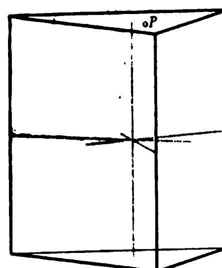


Fig. 200.



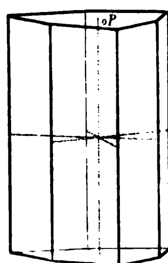
Rechtes trigonales Prisma II. Art. $\{hh\bar{2h}0\}$ $\frac{\infty P2}{2}\,r$ mit der Basis $\{0001\}$, $0P$.



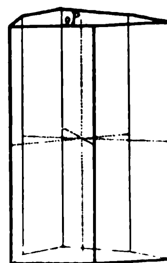
Linkes trigonales Prisma II. Art. $\{2h\bar{h}\bar{h}0\}$ $\frac{\infty P2}{2}\,l$ mit der Basis $\{0001\}$, $0P$.

Fig. 201.

Vorkommende Formen: Die zweizähligen Achsen und die Hauptachse sind zugleich Koordinatenachsen. Zu einer Fläche, welche am oberen Pol senkrecht zur Hauptachse steht, verlangen die zweizähligen Achsen am unteren Pol die Parallelfläche. Eine Fläche, die der Hauptachse parallel geht, wird durch diese dreimal im Abstand von je 120° verlangt, bildet sie aber mit den Nebenachsen Winkel von 60°, so erfordern diese die gleichen Flächen auch im Abstand von 60° und es erscheint daher das hexagonale Prisma unverändert. Liegen jene drei Flächen aber senkrecht zu den Nebenachsen, so genügen sie in der Dreizahl der Symmetrie und man erhält statt des Prismas II. Art zwei trigonale Prismen. Schließen die Flächen endlich mit den Nebenachsen Winkel ein, welche von 60° und 90° abweichen, so verlangt jedes der drei gleichen polaren Enden dieser Achsen zwei solche Flächen, die man durch Drehung von 180° um jene Achse zur Deckung bringen kann; man erhält so statt der dihexagonalen zwei Reihen von ditrigonalen Prismen. Flächen, die Haupt- und Nebenachsen schneiden, genügen in der Dreizahl je um



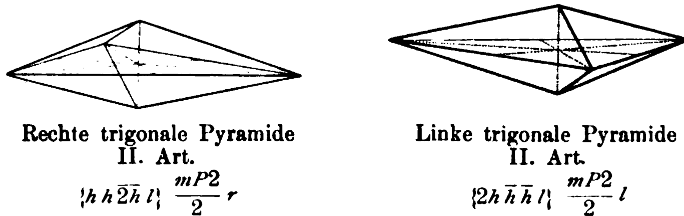
Linkes ditrigonales Prisma II. Art mit der Basis $\{0001\}$ $0P$. $\{k\bar{i}\bar{h}0\}$ $\frac{\infty Pn}{2}\,l$



Rechtes ditrigonales Prisma II. Art mit der Basis $\{0001\}$ $0P$. $\{hi\bar{k}0\}$ $\frac{\infty Pn}{2}\,r$

Fig. 202.

120° gegeneinander um die Hauptachse gedreht den Forderungen dieser Achse, aber die Nebenachsen erfordern für den anderen Pol drei gleiche Flächen, die man erhält, wenn man die ersten drei um eine Nebenachse um 180° dreht. Hat man eine Fläche dieser Art, welche zwei benachbarte Nebenachsen in gleichem Abstand schneidet, d. h. eine Fläche der hexagonalen Pyramide I. Art, so werden die drei unteren Flächen die Parallelflächen der oberen und man erhält zwei Reihen von Rhomboedern (positive und negative). Schneidet eine solche Fläche aber drei Nebenachsen und zwar zwei in gleichem Abstand also wie eine Fläche der Pyramiden II. Art, so erhält man durch Drehung von 180° um die Nebenachsen die unteren Flächen in der gleichen Lage wie die oberen und damit statt der hexagonalen Pyramiden II. Art zwei Reihen von trigonalen Pyramiden II. Art. Eine Fläche, welche die drei Nebenachsen in ungleichem Abstand



Rechte trigonale Pyramide II. Art. $\{h\,h\,\overline{2h}\,l\}$ $\frac{mP2}{2}r$

Linke trigonale Pyramide II. Art. $\{2h\,\bar{h}\,\bar{h}\,l\}$ $\frac{mP2}{2}l$

Fig. 203.

schneidet, muß für jeden Pol der Hauptachse ebenfalls dreimal im Drehungsabstand von je 120° vorhanden sein; aber die Flächen des unteren Pols haben weder die gleiche Lage wie die des oberen, noch sind sie ihnen parallel; dadurch bilden sie mit ihnen keine gleichen, sondern ungleiche auf- und absteigende Mittelkanten und es entstehen statt der dihexagonalen Pyramiden vier Reihen von trigonalen Trapezoedern (positive und negative, rechte und linke). Wir haben hier demnach folgende Formen:

Die Basis $\{0001\}$, $0P$.

Das hexagonale Prisma I. Art $\{h\,0\,\bar{h}\,0\}$, ∞P.

Das rechte trigonale Prisma II. Art $\{h\,h\,\overline{2h}\,0\}$, $\frac{\infty P2}{2}r$

und linke trigonale Prisma II. Art $\{2h\,\bar{h}\,\bar{h}\,0\}$, $\frac{\infty P2}{2}l$.

Die rechten ditrigonalen Prismen II. Art $\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$, $\frac{\infty Pn}{2}r$

und linken ditrigonalen Prismen II. Art $\{k\,\bar{i}\,\bar{h}\,0\}$, $\frac{\infty Pn}{2}l$.

Die positiven Rhomboeder $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$, $+mR$

und negativen Rhomboeder $\{0\,h\,\bar{h}\,l\}$, $-mR$.

Die rechten trigonalen Pyramiden II. Art $\{h\,h\,\overline{2h}\,l\}$, $\frac{mP2}{2}r$

und linken trigonalen Pyramiden II. Art $\{2h\,\bar{h}\,\bar{h}\,l\}$, $\frac{mP2}{2}l$.

Die positiven rechten trigonalen Trapezoeder

$$\{h\,i\,\bar{k}\,l\},\ +\frac{mPn}{4}\,r,$$

positiven linken trigonalen Trapezoeder $\{k\,\bar{i}\,\bar{h}\,l\},\ +\frac{mPn}{4}\,l,$

negativen rechten trigonalen Trapezoeder

$$\{i\,h\,\bar{k}\,l\},\ -\frac{mPn}{4}\,r,$$

negativen linken trigonalen Trapezoeder

$$\{k\,\bar{h}\,\bar{i}\,l\},\ -\frac{mPn}{4}\,l.$$

Die meisten dieser Formen haben wir schon in anderen Symmetrieklassen kennen gelernt und wir brauchen daher über ihre Eigenschaften nichts zu bemerken. Zu beachten ist, daß die hierher gehörigen linken und rechten ditrigonalen Prismen sich von den gleich aussehenden positiven und negativen Formen der trigonalen Hemiedrie und der ditrigonal-pyramidalen Tetartoedrie durch die Stellung unterscheiden (Fig. 204).

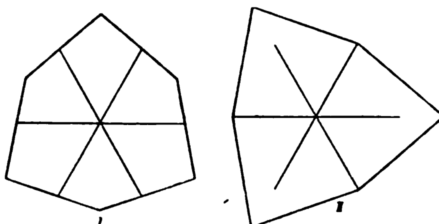
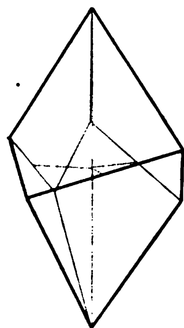
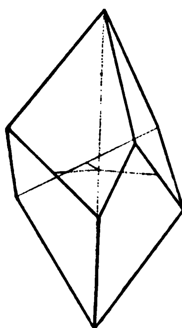


Fig. 204. Stellung der ditrigonalen Prismen I. Art und II. Art.



Positives rechtes trigonales Trapezoeder $\{h\,i\,\bar{k}\,l\}\ +\frac{mPn}{4}\,r$



Positives linkes trigonales Trapezoeder $\{k\,\bar{i}\,\bar{h}\,l\}\ +\frac{mPn}{4}\,l$



Negativ links.

Fig. 205. Trigonale Trapezoeder.

Einer näheren Beschreibung bedürfen nur die uns bis jetzt unbekannten trigonalen Trapezoeder. Sie haben sechs gleiche trapezoidförmige je zu dreien dem oberen bzw. unteren Pol angehörige Flächen, welche sich in 6 gleichen Polkanten und 3 + 3 gleichen Mittelkanten schneiden. Die ersteren treffen sich in zwei dreikantigen, die letzteren mit den ersteren in 6 gleichen 1 + 1 + 1 kantigen Ecken. Die Hauptachse verbindet die dreikantigen Ecken, die zweizähligen Achsen die Mitte von zwei ungleichen gegenüberliegenden Mittelkanten.

Rechte und linke positive Formen sind ebenso enantiomorph wie die beiden negativen; ebenfalls enantiomorph sind positive und negative rechte bzw. positive und negative linke Form je unter sich; dagegen können rechte und linke mit entgegengesetztem Vorzeichen durch eine Drehung von 60° um die Hauptachse zur Deckung gebracht werden.

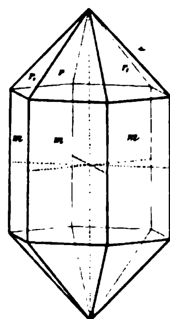


Fig. 206. Hexagonales Prisma I. Art. $m = \{10\bar{1}0\}$, ∞P; Positives und negatives Rhomboeder. $r = \{10\bar{1}1\}$, $+R$ und $r_1 = \{01\bar{1}1\}$, $-R$. (Quarz.)

Bezüglich der Kombinationen ist auf das bei der Holoedrie Gesagte zu verweisen, was auch hier sinngemäße Anwendung findet, nur ist zu beachten, daß an den beiden Enden je einer polaren Achse eine hemimorphe Ausbildung zu beobachten ist.





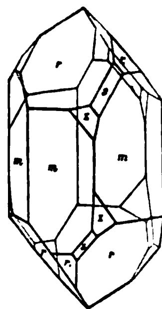


Fig. 207.

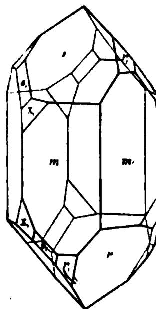


Fig. 208.

Hexagonales Prisma I. Art. $m = \{10\bar{1}0\}$, ∞P; Positives Rhomboeder $r = \{10\bar{1}1\}$, $+R$; Negatives Rhomboeder $r_1 = \{01\bar{1}1\}$, $-$R;

Rechte trigonale Pyramide II. Art $s = \{11\bar{2}1\}$, $\frac{2P2}{2} r$; Rechtes positives trigonales Trapezoeder $x = \{51\bar{6}1\}$, $+ \frac{6P^{6/5}}{4} r$ (Rechts-Quarz).

Linke trigonale Pyramide II. Art $s = \{2\bar{1}\bar{1}1\}$, $\frac{2P2}{2} l$; Linkes negatives trigonales Trapezoeder $x = \{6\bar{1}\bar{5}1\}$, $+ \frac{6P^{6/5}}{4} l$ (Links-Quarz).

16. Rhomboedrische Tetartoedrie oder trigonal-rhomboedrische Klasse. Symmetrieverhältnisse: Eine dreizählige Hauptachse, die zugleich sechszählige Achse der zusammengesetzten Symmetrie ist, und ein Symmetriezentrum.

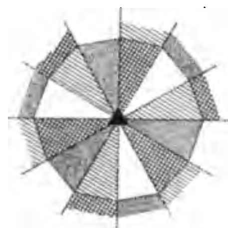


Fig. 209.

Vorkommende Formen: Die Basis tritt wegen des Symmetriezentrums als paralleles Flächenpaar auf. Prismenflächen, welche der Vertikalachse ja parallel gehen, müssen den Forderungen der Hauptachse entsprechend, drei vorhanden sein, die je um 120° gegeneinander gedreht sind. Es würden also trigonale Prismen entstehen, aber das Symmetriezentrum verlangt die drei Parallelflächen und so kommen wir zu hexagonalen Prismen I., II. und III. Art. Von den pyramidalen Flächen müssen an einem Pol der trigonalen Achse drei in um 120° verschiedener Stellung erscheinen und das Symmetriezentrum verlangt für den anderen Pol die drei Parallelflächen. So entstehen in jedem Falle statt der Bipyramiden der Holoedrie Rhomboeder und zwar solche I., II. und III. Art. Die vorkommenden Formen sind demnach folgende:

Die Basis $\{0001\}$, $0P$.

Das hexagonale Prisma I. Art $\{10\bar{1}0\}$, ∞P.

Das hexagonale Prisma II. Art $\{11\bar{2}0\}$, $\infty P2$.

Die rechten hexagonalen Prismen III. Art $\{h\,i\,\bar{k}\,0\}$, $\frac{\infty Pn}{2}\,r$

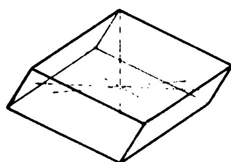
und linken hexagonalen Prismen III. Art $\{k\,\bar{i}\,\bar{h}\,0\}$, $\frac{\infty Pn}{2}\,l$.

Die positiven Rhomboeder I. Art $\{h\,0\,\bar{h}\,l\}$, $+mR$

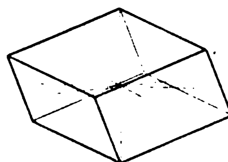
und negativen Rhomboeder I. Art $\{0\,h\,\bar{h}\,l\}$, $-mR$.

Die rechten Rhomboeder II. Art $\{h\,h\,\bar{2}h\,l\}$, $\frac{mP2}{2}\,r$

und linken Rhomboeder II. Art $\{2h\,\bar{h}\,\bar{h}\,l\}$, $\frac{mP2}{2}\,l$.



Rechtes Rhomboeder II. Art. $\{h\,h\,\bar{2}h\,l\}$ $\frac{mP2}{2}\,r$



Linkes Rhomboeder II. Art. $\{2h\,\bar{h}\,\bar{h}\,l\}$ $\frac{mP2}{2}\,l$

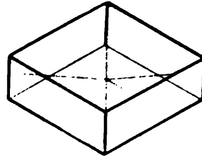
Fig. 210.

Die positiven rechten Rhomboeder III. Art $\{h\,i\,\bar{k}\,l\}$, $+\frac{mPn}{4}\,r$

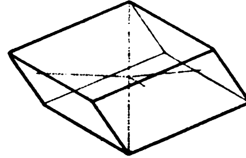
Die positiven linken Rhomboeder III. Art $\{k\,\bar{i}\,\bar{h}\,l\}$, $+\frac{mPn}{4}\,l$

und negativen rechten Rhomboeder III. Art $\{i h \bar{k} l\}$, $-\frac{mPn}{4} r$

und negativen linken Rhomboeder III. Art $\{k \bar{h} \bar{i} l\}$, $-\frac{mPn}{4} l$.



Positives rechtes Rhomboeder III. Art.
$\{h \bar{i} \bar{k} l\}$ $+\frac{mPn}{4} r$



Positives linkes Rhomboeder III. Art.
$\{k \bar{i} \bar{h} l\}$ $+\frac{mPn}{4} l$

Fig. 211.

Die Eigenschaften dieser Formen sind ja aus anderen Symmetrieklassen bekannt. Die Stellung der Rhomboeder gegeneinander ist aus den beistehenden Figuren ersichtlich.

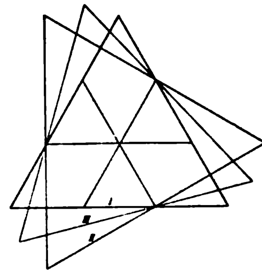


Fig. 212.
Basischer Durchschnitt durch das positive Rhomboeder I. Art, das rechte Rhomboeder II. Art und das positive rechte Rhomboeder III. Art.



Fig. 213.
Hexagonales Prisma II. Art. $m = \{11\bar{2}0\}$, $\infty P2$; positives Rhomboeder I. Art. $r = \{10\bar{1}1\}$, $+R$; rechtes positives Rhomboeder III. Art. $s = \{h \bar{i} \bar{k} l\}$, $+\frac{mPn}{4} r$.

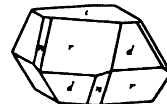


Fig. 214.
Basis $c = \{0001\}$. $0P$; Positives Rhomboeder I. Art. $r = \{10\bar{1}1\}$, $+R$; negatives Rhomboeder I. Art. $d = \{02\bar{2}1\}$, $-2R$; linkes Rhomboeder II. Art. $n = \{4\bar{2}\bar{2}3\}$, $-\frac{\frac{4}{3}P2}{2} l$. (Titaneisen.)

Bezüglich der **Kombinationen** können wir auch auf das früher Gesagte verweisen.

17. Ogdoedrie oder trigonal-pyramidale Klasse. Symmetrieverhältnisse. Eine dreizählige polare Hauptachse.

Vorkommende Formen: Da die beiden Pole der Hauptachse verschiedenwertig sind, so erscheint die Basis als obere und untere Form mit je einer Fläche. Alle Formen, deren Flächen der Hauptachse parallel gehen, erscheinen mit drei um 120° gegeneinander gedrehten Flächen als trigonale Prismen. Alle Formen, deren Flächen schief zur Hauptachse liegen, haben ebenfalls drei Flächen, je im Abstand von 120° und es entstehen daher stets trigonale Pyramiden, die entweder dem oberen oder dem unteren Pol angehören können. Die vorkommenden Formen sind demnach folgende:

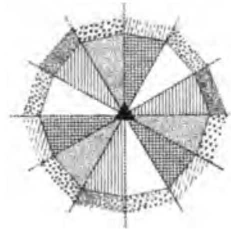


Fig. 215.

Die obere Basis $\{0001\}$, $\frac{0P}{2}o$ und untere Basis $\{000\bar{1}\}$, $\frac{0P}{2}u$.

Das positive trigonale Prisma I. Art $\{10\bar{1}0\}$, $+\frac{\infty P}{2}$

und negative trigonale Prisma I. Art $\{01\bar{1}0\}$, $-\frac{\infty P}{2}$.

Das rechte trigonale Prisma II. Art $\{11\bar{2}0\}$, $\frac{\infty P2}{2}r$

und linke trigonale Prisma II. Art $\{2\bar{1}\bar{1}0\}$, $\frac{\infty P2}{2}l$.

Die positiven rechten trigonalen Prismen III. Art

$\{hi\bar{k}0\}$, $+\frac{\infty Pn}{4}r$

und positiven linken trigonalen Prismen III. Art

$\{k\bar{i}\bar{h}0\}$, $+\frac{\infty Pn}{4}l$

Die negativen rechten trigonalen Prismen III. Art

$\{ih\bar{k}0\}$, $-\frac{\infty Pn}{4}r$

und negativen linken trigonalen Prismen III. Art

$\{k\bar{h}\bar{i}0\}$, $-\frac{\infty Pn}{4}l$.

Die oberen positiven trigonalen Pyramiden I. Art

$\{h0\bar{h}l\}$, $+\frac{mP}{4}o$

und oberen negativen trigonalen Pyramiden I. Art

$\{0h\bar{h}l\}$, $-\frac{mP}{4}o$

Die unteren positiven trigonalen Pyramiden I. Art

$\{0h\bar{h}\bar{l}\}$, $+\frac{mP}{4}u$

und unteren negativen trigonalen Pyramiden I. Art

$\{h0\bar{h}\bar{l}\}$, $-\frac{mP}{4}u$.

Die oberen rechten trigonalen Pyramiden II. Art

$$\{h\,h\,\overline{2h}\,l\}, \frac{mP2}{4}\,r.\,o.$$

und oberen linken trigonalen Pyramiden II. Art

$$\{2h\,\bar{h}\,\bar{h}\,l\}, \frac{mP2}{4}\,l.\,o.$$

Die unteren rechten trigonalen Pyramiden II. Art

$$\{h\,h\,\overline{2h}\,\bar{l}\}, \frac{mP2}{4}\,r.\,u.$$

und unteren linken trigonalen Pyramiden II. Art

$$\{2h\,\bar{h}\,\bar{h}\,\bar{l}\}, \frac{mP2}{4}\,l.\,u.$$

Die oberen positiven rechten trigonalen Pyramiden III. Art

$$\{h\,i\,\bar{k}\,l\}, +\frac{mPn}{8}\,o.\,r.$$

Die oberen positiven linken trigonalen Pyramiden III. Art

$$\{k\,\bar{i}\,\bar{h}\,l\}, +\frac{mPn}{8}\,o.\,l.$$

Die oberen negativen rechten trigonalen Pyramiden III. Art

$$\{i\,h\,\bar{k}\,l\}, -\frac{mPn}{8}\,o.\,r.$$

Die oberen negativen linken trigonalen Pyramiden III. Art

$$\{k\,\bar{h}\,\bar{i}\,l\}, -\frac{mPn}{8}\,o.\,l.$$

Die unteren positiven rechten trigonalen Pyramiden III. Art

$$\{i\,h\,\bar{k}\,\bar{l}\}, +\frac{mPn}{8}\,u.\,r.$$

Die unteren positiven linken trigonalen Pyramiden III. Art

$$\{k\,\bar{h}\,\bar{i}\,\bar{l}\}, +\frac{mPn}{8}\,u.\,l.$$

Die unteren negativen rechten trigonalen Pyramiden III. Art

$$\{h\,i\,\bar{k}\,\bar{l}\}, -\frac{mPn}{8}\,u.\,r.$$

Die unteren negativen linken trigonalen Pyramiden III. Art

$$\{k\,\bar{i}\,\bar{h}\,\bar{l}\}, -\frac{mPn}{8}\,u.\,l.$$

Sämtliche Formen sind natürlich offene Formen, über deren Eigenschaften nach dem vorausgegangenen nichts mehr zu bemerken ist. Über ihr Verhältnis zueinander ist nur hervorzuheben, daß die

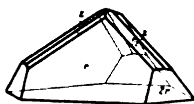


Fig. 216. Unterer Pol: Basis $\{0001\}$, $0P$; Oberer Pol: Positive trigonale Pyramide I. Art. $r = \{10\bar{1}1\}$, $+\frac{P}{4}o$; negative trigonale Pyramide I. Art. $2r = \{02\bar{2}1\}$, $-\frac{2P}{4}o$; negative trigonale Pyramide I. Art. $\frac{r}{2}$ $\{01\bar{1}2\}$, $-\frac{{}^1/_2P}{4}o$; negative rechte trigonale Pyramide III. Art. $z = \{\bar{1}4\bar{5}9\}$, $-\frac{{}^5/_4P{}^5/_9}{4}r\,o$. (Überjodsaures Natron.)

positiven rechten und negativen linken und ebenso die positiven linken und negativen rechten trigonalen Pyramiden III. Art des oberen bzw. unteren Pols durch eine Drehung von 60° um die Hauptachse zur Deckung gebracht werden können. Ebenso kann man die gleichnamigen oberen und unteren dieser Formen durch eine Drehung von 180° um eine Koordinatenachse zur Deckung bringen. Im übrigen aber sind die verschiedenen trigonalen Pyramiden III. Art enantiomorph.

Die Kombinationen zeigen hemimorphe Ausbildung nach der Hauptachse.

Zwillinge des hexagonalen Systems.

Nebenstehend sind einige Zwillinge abgebildet und erläutert. Fig. 217 u. 218 gehören der rhomboedrischen Hemiedrie an, Fig. 219 der rhomboedrischen Tetartoedrie, Fig. 220—224 der trapezoedrischen Tetartoedrie.

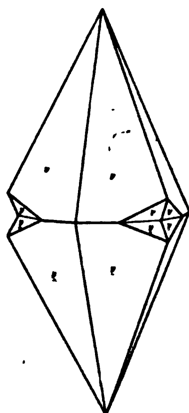
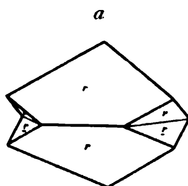


Fig. 217.
Calcit. Skalenoeder {2131}, + R3. Berührungszwilling nach der Basis {0001}, 0R.



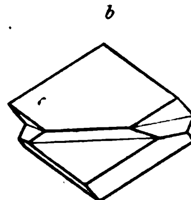


Fig. 218.
Calcit. Rhomboeder {10$\bar{1}$1}, + R. Berührungszwilling nach der Basis {0001}, 0R. b Zwillingslamelle.

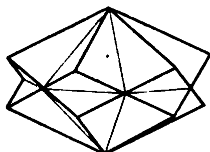


Fig. 219.
Rhomboeder {10$\bar{1}$1}, + R. Durchkreuzungszwilling nach der Basis {0001}, 0R. Dolomit.

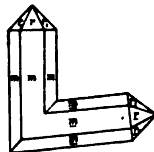
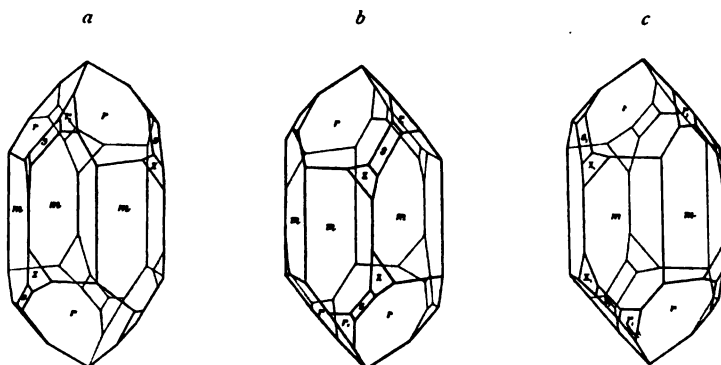
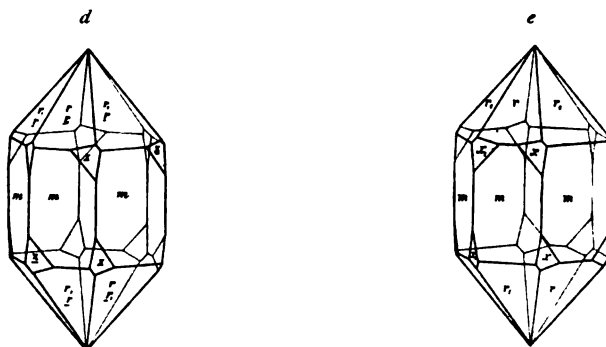


Fig. 220.
Quarz m = {1010}, ∞R; r = {10$\bar{1}$1}, + R; r_1 = {01$\bar{1}$1}, — R. Berührungszwilling nach {11$\bar{2}$2}, P2. Einspringender Winkel 84° 33′.



Rechtsquarz *a* gegen *b* um 60° gedreht nach der Vertikalachse.

Linksquarz *c* gegen *b* symmetrisch gestellt nach {11$\bar{2}$0}, ∞*P*2.



Durchdringungszwilling von *a* und *b*. Zwillingsachse ist *c*, sie ist sechszählig geworden. + *R* und — *R* fallen in eine Ebene. (Schweizer Gesetz.)

Durchdringungszwilling von *b* und *c*. Zwillingsebene eine Fläche von ∞*P*2. (Brasilianer Gesetz).

Fig. 221.

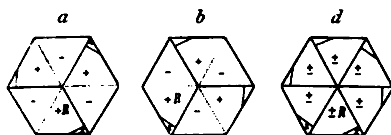


Fig. 222. Quarz. Schweizer Gesetz in Projektion auf die Basis.

Ergänzung zweier trapezoedrisch-tetartoedrischen Kristalle *a* und *b* zu einem trapezoedrisch hemiedrischen *d*.

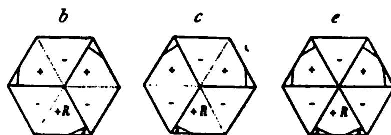


Fig. 223. Quarz. Brasilianer Gesetz in Projektion auf die Basis.

Ergänzung zweier trapezoedrisch-tetartoedrischer Kristalle *b* und *c* zu einem rhomboedrisch-hemiedrischen *e*.

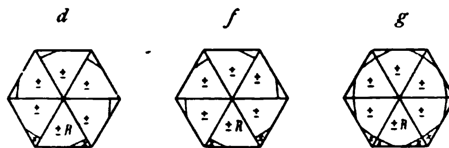


Fig. 224. Quarz. Zwei Zwillinge von zwei rechten Kristallen *d* und von zwei linken Kristallen *f* nach dem Schweizer Gesetz stehen symmetrisch zueinander nach dem Brasilianer Gesetz und bilden einen Ergänzungsvierling *g* zur Holoedrie.

III. Tetragonales oder quadratisches Kristallsystem.

Koordinatenachsen: Die Hauptsymmetrieachse und zwei zu ihr und aufeinander senkrechte gleiche Nebenachsen oder diesen entsprechende Richtungen. Aufstellung: Die Hauptachse wird Vertikalachse c, von den beiden anderen eine quer vor dem Beschauer b und eine auf den Beschauer zu gerichtet a. Demnach $a = b$ verschieden von c und $\alpha = \beta = \gamma = 90^0$.

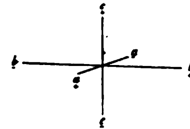


Fig. 225.

18. **Holoedrie oder ditetragonal-bipyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine Hauptsymmetrieebene und darauf senkrecht $2 + 2$ gleiche Nebensymmetrieebenen, die miteinander Winkel von 45^0 einschließen. Eine vierzählige Hauptachse auf der Hauptsymmetrieebene senkrecht und lotrecht zu den Nebensymmetrieebenen $2 + 2$ gleiche zweizählige Achsen. Symmetriezentrum.

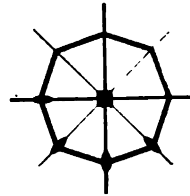


Fig. 226.

Vorkommende Formen: 1. Eine Fläche, welche der Hauptsymmetrieebene parallel geht, also senkrecht zur Hauptachse steht, genügt der Symmetrie als paralleles Flächenpaar.

Die Basis {001}, $0P$;
Parameter $\infty a : \infty a : c$.

2. Eine Fläche, die die beiden Achsen a und b in gleichem Abstand schneidet und der Vertikalachse parallel geht, genügt den Forderungen der Symmetrie mit zwei parallelen Flächenpaaren. Es entsteht:

Das tetragonale Prisma I. Art {110}, ∞P;
Parameter $a : a : \infty c$.

Das tetragonale Prisma I. Art ist ebenso wie die Basis und alle anderen Prismen eine offene Form, hat vier gleiche Flächen, die sich in vier gleichen Kanten unter rechten Winkeln schneiden. Die Flächen gehen zwei gleichen Nebensymmetrieebenen (den sogenannten Zwischensymmetrieebenen) parallel. Die beiden anderen Nebensymmetrieebenen gehen durch je zwei gleiche gegenüberliegende Kanten. Die Nebenachsen verbinden die Mitte dieser Kanten und die Zwischenachsen stehen auf den Flächen senkrecht.



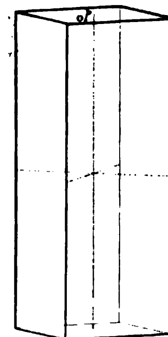


Fig. 227. Tetragonales Prisma I. Art. {110}, ∞P mit der Basis $c = 0P$, {001}.

3. **Eine Fläche, welche der Vertikalachse und einer der beiden anderen Achsen parallel geht, wird für jedes Ende der Achsen *a* und *b* je einmal verlangt und genügt also auch mit zwei parallelen Flächenpaaren der Symmetrie:**

Das tetragonale Prisma II. Art {100}, $\infty P \infty$;
Parameter $a : \infty a : \infty c$.

Das von vier gleichen Flächen gebildete Prisma II. Art geht mit seinen Flächen den beiden anderen Nebensymmetrieebenen (Koordinatenebenen) parallel und unterscheidet sich von dem I. Art nur durch seine um 45° gedrehte Stellung (Fig. 229).

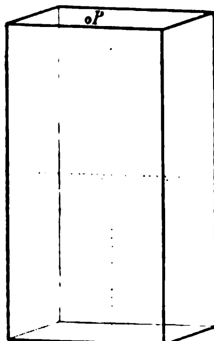


Fig. 228. Tetragonales Prisma II. Art. {100}, $\infty P \infty$ mit der Basis {001}, $0P$.

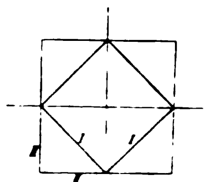


Fig. 229. Stellung der Prismen und Pyramiden I. und II. Art. Projektion auf die Basis.

4. Eine Fläche, welche der Vertikalachse parallel geht und die beiden Achsen *a* und *b* in verschiedenem Abstand schneidet, wird durch die Nebensymmetrieebenen für jedes Ende jener beiden Achsen in einer rechts und einer links liegenden Fläche verlangt und, da infolge der Vierzähligkeit der Hauptachsen die vier Enden von *a* und *b* gleich sind, so erhält man eine aus vier parallelen Flächenpaaren bestehende Form.



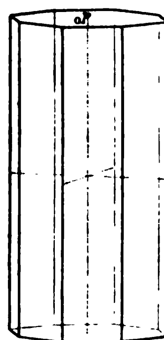


Fig. 230. Ditetragonales Prisma. {$hk0$}, ∞Pn mit der Basis $c = 0P$ {001}.

Die ditetragonalen Prismen {$hk0$}, ∞Pn;
Parameter $a : na : \infty c$.

Ditetragonale Prismen gibt es eine ganze Reihe, da die Werte für *h* und *k* zwischen 1 und ∞ liegen können. Sie haben alle acht gleiche Flächen, die sich in $4+4$ gleichen (ditetragonal) Kanten schneiden, an denen je nach dem Verhältnis von $h:k$ bald stumpfere, bald weniger stumpfe Winkel auftreten. Die Hauptsymmetrieebene liegt senkrecht, die Hauptachse parallel zu den Prismenkanten, je zwei gleiche Nebensymmetrieebenen gehen durch je zwei gegenüberliegende gleiche Prismenkanten, und die zweizähligen Achsen verbinden die Mitten solcher Kanten.

5. Eine Fläche, welche alle drei Achsen und dabei *a* und *b* in gleichem Abstand schneidet, genügt mit vier oberen Flächen und den

vier Parallelflächen unten der Symmetrie. Man erhält somit eine aus vier parallelen Flächenpaaren bestehende Form.

Die tetragonalen Bipyramiden I. Art $\{hhl\}$, mP; Parameter $a:a:mc$.

Von diesen Pyramiden I. Art gibt es eine unendliche Reihe, die bald flacher, bald steiler sind, je nach dem Verhältnis $h:l$. Sie haben acht gleiche Flächen, die gleichschenkelige Dreiecke sind und sich in acht gleichen Polkanten und vier gleichen Basiskanten schneiden. Die letzteren bilden ein Quadrat. Die Polkanten treffen sich in zwei vierkantigen, jene mit den Basiskanten in vier 2 + 2 kantigen Ecken. Die Hauptsymmetrieebene geht durch die Basiskanten, zwei Nebensymmetrieebenen gehen durch je vier Polkanten, zwei andere gleiche gehen durch die vierkantigen Ecken und stehen senkrecht auf den Flächen. Die Hauptachse verbindet die vierkantigen, zwei Nebenachsen (Koordinatenachsen) die gegenüberliegenden 2 + 2 kantigen Ecken und die beiden anderen Nebenachsen die Mitte zweier gegenüberliegender Basiskanten.

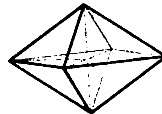


Fig. 232. Flachere tetragonale Pyramide I. Art. $\{hhl\}$, $\frac{1}{m}P$.

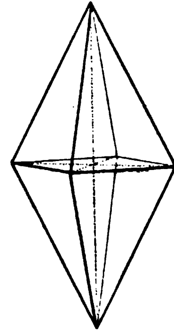


Fig. 231. Steile tetragonale Pyramide I. Art. $\{hhl\}$, mP.

6. Eine Fläche, welche die Vertikalachse und eine der horizontalen Achsen schneidet, der anderen aber parallel geht, wird durch die Hauptachse ebenfalls für jeden Pol viermal verlangt, und das Zentrum der Symmetrie bedingt, daß die Flächen des unteren Pols denen des oberen parallel sind. Man erhält wiederum eine Pyramide mit vier parallelen Flächenpaaren und quadratischem Grundriß, aber bei diesem Quadrat liegt eine Seite nach vorne, während bei dem I. Art eine Ecke auf den Beschauer zu gerichtet ist (Fig. 229).

Die tetragonalen Bipyramiden II. Art $\{h0l\}$, $mP\infty$; Parameter $a:\infty a:mc$.

Auch die Pyramiden II. Art bilden eine unendliche Reihe. Sie sind bald flacher, bald steiler, je nach dem Verhältnis von $h:l$. Gegen die Bipyramiden I. Art sind sie um 45° nach der Hauptachse gedreht, aber sonst sind die Eigenschaften der beiderlei Pyramiden völlig analog.



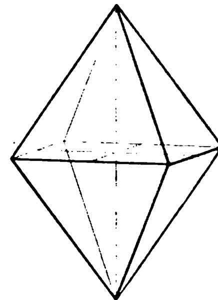


Fig. 233. Tetragonale Pyramide II. Art. $\{h0l\}$, $mP\infty$.

7. Eine Fläche, welche die Vertikalachse und die beiden Achsen *a* und *b*, aber die beiden letzteren in verschiedenem Abstand, schneidet, also die Indices $(h\,k\,l)$ hat, wird entsprechend der Zweizähligkeit der Achsen *a* und *b* oder entsprechend den Forderungen der Nebensymmetrieebenen für jedes Ende der Achsen *a* und *b* zweimal verlangt. So erhält man zugleich entsprechend der Vierzähligkeit der Hauptachse an jedem ihrer beiden Pole acht Flächen, von denen die unteren entsprechend dem Symmetriezentrum die Parallelflächen der oberen sind:

Die ditetragonalen Bipyramiden $\{h\,k\,l\}$, *mPn*;
Parameter $a : na : mc$.

Auch von diesen ditetragonalen Pyramiden gibt es eine unendliche Reihe, deren Glieder sich in doppelter Weise voneinander unterscheiden. Ist nämlich *k* größer als *h* und nähert sich dem Werte ∞, so wird diese ditetragonale einer Pyramide II. Art ähnlich, nähert sich aber *k* mehr dem Werte *h*, so wird sie der Pyramide I. Art ähnlicher, andererseits hängt von dem Verhältnis $h : l$ die größere oder geringere Steilheit der Pyramiden ab. Sie haben 16 gleiche Flächen in Form ungleichseitiger Dreiecke, die einander in 8 + 8 gleichen (ditetragonal) Polkanten, welche je zur Hälfte dem oberen bzw. unteren Pol angehören, und in acht gleichen Basiskanten schneiden. Eine ditetragonale Pyramide mit lauter gleichen Polkanten ist nach dem Gesetz von der Rationalität der Indices ebenso unmöglich wie ein ditetragonales Prisma mit lauter gleichen Kanten, weil die gleichen Achsen *a* und *b* von seinen Flächen in irrationalem Verhältnis geschnitten würden. Die Kanten treffen sich in zwei 4 + 4 kantigen und 4 + 4 2 + 2 kantigen Ecken. Die Hauptsymmetrieebene geht durch die Basiskanten, die Nebensymmetrieebenen je zu zweien durch die gleichen gegenüberliegenden Polkanten; die Hauptachse verbindet die zwei 4 + 4 kantigen, die Nebenachsen je zu zweien die gleichen gegenüberliegenden 2 + 2 kantigen Ecken.



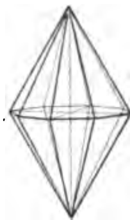


Fig. 234. Ditetragonale Pyramide. $\{h\,k\,l\}$, *mPn*.

Bezüglich der wichtigsten Kombinationen sei folgendes bemerkt: Die Basis begrenzt die Prismen oben und unten durch eine zur Prismenkante senkrechte Fläche, bei den Pyramiden stumpft sie die 4- oder 4 + 4 kantigen Ecken gerade ab. Tetragonale Pyramiden und Prismen gleicher Art bilden miteinander horizontale Kanten. Prismen I. und II. Art stumpfen gegenseitig ihre Kanten gerade ab.

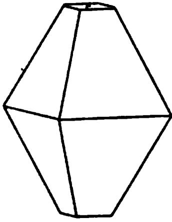


Fig. 235.
Tetragonale Pyramide I. Art $\{111\}$, P mit Basis $\{001\}$, $0P$. (Anatas.)

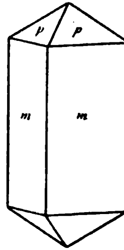


Fig. 236.
Tetragonale Pyramide und Prisma I. Art. $p = \{111\}$, P und $m = \{110\}$, ∞P. (Zirkon.)

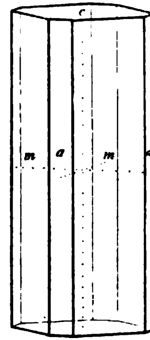


Fig. 237.
Tetragonales Prisma I. u. II. Art mit Basis. $m = \{110\}$, ∞P; $a = \{100\}$, $\infty P \infty$; $c = \{001\}$, $0P$.

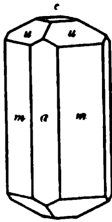


Fig. 238.
Tetragonales Prisma I. und II. Art mit Pyramide I. Art und Basis. $m = \{110\}$, ∞P; $a = \{100\}$, $\infty P \infty$; $u = \{111\}$, P; $c = \{001\}$, $0P$. (Vesuvian.)

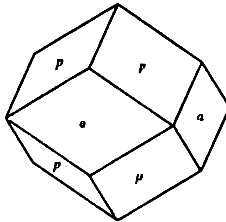


Fig. 239.
Tetragonale Pyramide I. Art und Prisma II. Art. $p = \{111\}$, P und $a = \{100\}$, $\infty P \infty$. (Zirkon).

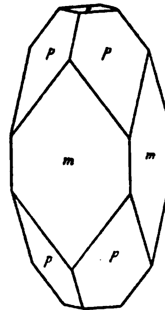


Fig. 240.
Tetragonale Pyramide I. Art, Prisma II. Art und Basis. $p = \{111\}$, P; $m = \{100\}$, $\infty P \infty$; $c = \{001\}$, $0P$. (Apophyllit.)

Die ditetragonalen Prismen treten als zweiflächige Zuschärfungen der Kanten der Prismen I. und II. Art auf. Die Prismen einer Art stumpfen die $2+2$ kantigen Ecken der Pyramiden anderer Art gerade ab.

Die Polkanten einer Pyramide I. Art $\{h\,h\,l\}$ werden durch die Flächen einer Pyramide II. Art gerade abgestumpft, welche gleiches h und l als Indices hat. Die Polkanten einer Pyramide II. Art $\{h\,0\,l\}$ werden durch die Flächen einer Pyramide I. Art gerade abgestumpft, welche die Indices $\{h\,h\,2l\}$ hat:

$$\begin{array}{r} h\,0\,l \\ +\,0\,h\,l \\ \hline =h\,h\,2l \end{array}$$ (Siehe Abschn. 22, S. 29.)

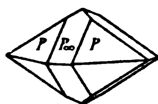


Fig. 241.
Tetragonale Pyramide II. Art {101}, $P\infty$ stumpft die Polkante der Pyramide I. Art {111}, P gerade ab.

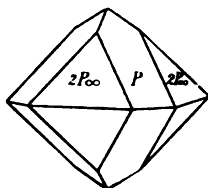


Fig. 242.
Tetragonale Pyramide I. Art {111}, P stumpft die Polkanten der Pyramide II. Art {201}, $2P\infty$ gerade ab.



Fig. 243.
Tetragonales Prisma I. und II. Art mit Pyramide I. und II. Art.
$m = \{110\}, \infty P$; $a = \{100\}, \infty P\infty$;
$s = \{111\}, P$; $e = \{101\}, P\infty$.
(Rutil.)

19. **Hemiedrie nach der Hauptsymmetrieebene oder ditetragonal-pyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine polare vierzählige Hauptachse und ihr parallel $2+2$ gleiche Nebensymmetrieebenen, die sich unter Winkeln von 45° schneiden (Fig. 244).

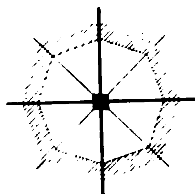


Fig. 244.

Vorkommende Formen: Der Unterschied gegenüber der Holoedrie beruht in der Polarität der Hauptachse bzw. in dem Fehlen des Symmetriezentrums. Daraus folgt, daß die Formen, wofern ihre Flächen gleichzeitig beiden Polen angehören, gleich sind wie in der Holoedrie; wofern aber die Flächen nur einem Pol angehören, werden statt der holoedrischen Formen eine obere und eine untere hemiedrische entstehen. Man erhält so folgende Formen:

Die obere Basis $\{001\}$, $\frac{0P}{2}o$ und untere Basis $\{00\bar{1}\}$, $\frac{0P}{2}u$.
Das tetragonale Prisma I. Art $\{110\}$, ∞P.
Das tetragonale Prisma II. Art $\{100\}$, $\infty P\infty$.
Die ditetragonalen Prismen $\{hk0\}$, ∞Pn.
Die oberen tetragonalen Pyramiden I. Art $\{hhl\}$, $\frac{mP}{2}o$
und unteren tetragonalen Pyramiden I. Art $\{hh\bar{l}\}$, $\frac{mP}{2}u$.

Die oberen tetragonalen Pyramiden II. Art $\{h0l\}$, $\frac{mP\infty}{2}o$

und unteren tetragonalen Pyramiden II. Art $\{h0\bar{l}\}$, $\frac{mP\infty}{2}u$.

Die oberen ditetragonalen Pyramiden $\{hkl\}$, $\frac{mPn}{2}o$

und unteren ditetragonalen Pyramiden $\{hk\bar{l}\}$, $\frac{mPn}{2}u$.

Alle Formen sind offene Formen und es sind daher keine Basiskanten vorhanden, im übrigen aber stimmen die Eigenschaften mit denen der Formen der Holoedrie überein.

Die Kombinationen zeigen hemimorphes Aussehen nach der Hauptachse.



Fig. 245. Tetragonales Prisma I. Art. $p = \{110\}$, ∞P; oberer Pol: $o' = \{221\}$, $\frac{2P}{2}o$; unterer Pol: $o' = \{22\bar{1}\}$, $\frac{2P}{2}u$; $o = \{11\bar{1}\}$, $\frac{P}{2}u$. o und o' sind Pyramiden I. Art. (Jodsuccinimid.)

20. **Pyramidale Hemiedrie oder tetragonal-bipyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine Hauptsymmetrieebene und dazu senkrecht eine vierzählige Hauptachse; ein Zentrum der Symmetrie (Fig. 246).

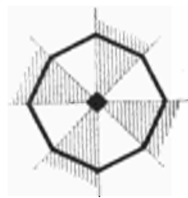


Fig. 246.

Vorkommende Formen: Gleich wie in der Holoedrie müssen sich diejenigen Formen verhalten, deren Flächen entweder senkrecht stehen zur Hauptachse, oder anders gegen sie liegen und in der Vierzahl vorhanden sind. Es erscheinen also unverändert folgende Formen:

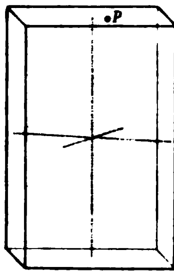
Die Basis $\{001\}$, $0P$.
Das tetragonale Prisma I. Art $\{110\}$, ∞P.
Das tetragonale Prisma II. Art $\{100\}$, $\infty P\infty$.
Die tetragonalen Pyramiden I. Art $\{hhl\}$, mP.
Die tetragonalen Pyramiden II. Art $\{h0l\}$, $mP\infty$.

Die ditetragonalen Prismen und Pyramiden dagegen treten in veränderter Gestalt auf. Es genügen nämlich je vier Flächen, die man durch eine Drehung von 90° um die Hauptachse zur Deckung bringen kann, den Forderungen der vierzähligen Hauptachse. Gehören die Flächen ihren beiden Polen an, so ist damit auch dem Symmetriezentrum Genüge getan. Es erscheinen somit statt der ditetragonalen Prismen zwei Reihen von tetragonalen Prismen, die sich voneinander und von denen I. und II. Art nur durch die Stellung unterscheiden.

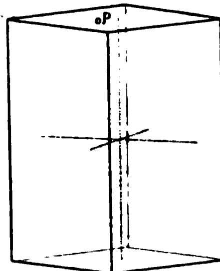
Gehören aber die Flächen nur dem einen Pol der Hauptachse an, dann erfordert das Zentrum der Symmetrie zu den vier Flächen des oberen Pols die vier parallelen am unteren Pol und man erhält statt der ditetragonalen Pyramiden je zwei Reihen von tetragonalen, die sich zu denen I. und II. Art verhalten wie die entsprechenden Prismen III. Art zu denen I. und II. Art. Man erhält so folgende neue Formen:

Die positiven tetragonalen Prismen III. Art $\{hk0\}$, $+\frac{\infty Pn}{2}$

und negativen tetragonalen Prismen III. Art $\{h\bar{k}0\}$, $-\frac{\infty Pn}{2}$.



Positives tetragonal. Prisma III. Art.
$\{hko\}+\frac{\infty Pn}{2}$



Negatives tetragonales Prisma III. Art.
$\{h\bar{k}o\}-\frac{\infty Pn}{2}$

Fig. 247.

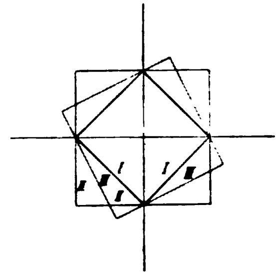
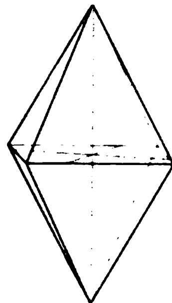


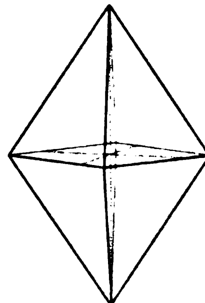
Fig. 248. Stellung der Prismen und Pyramiden I. und II. Art zu den positiven Prismen bzw. Pyramiden III. Art. Projektion auf die Basis.

Die positiven tetragonalen Pyramiden III. Art $\{hkl\}$, $+\frac{mPn}{2}$

und negativen tetragonalen Pyramiden III. Art $\{h\bar{k}l\}$, $-\frac{mPn}{2}$.



Positive tetragonale Pyramide III. Art.
$\{hkl\}+\frac{mPn}{2}$



Negative tetragonale Pyramide III. Art.
$\{h\bar{k}l\}-\frac{mPn}{2}$

Fig. 249.

Für die Kombinationen gilt das bei der Holoedrie Gesagte.



Fig. 250. Eine tetragonale Pyramide II. Art *e* in Kombination mit einer Pyramide I. Art *p* und einer positiven und einer negativen Pyramide III. Art *x* u. *g*. (Scheelit.)

21. **Sphenoidische Hemiedrie oder tetragonal-skalenoedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Zwei gleiche Nebensymmetrieebenen, die sich unter 90° schneiden. Ihre Durchschnittsrichtung ist zweizählige Achse der einfachen und vierzählige Achse der zusammengesetzten Symmetrie; zu ihr senkrecht zwischen den Symmetrieebenen gelegen zwei gleiche zweizählige Symmetrieachsen (Fig. 251).

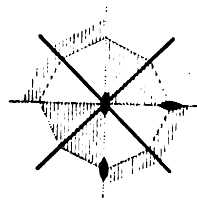


Fig. 251.

Vorkommende Formen: Die drei Symmetrieachsen sind zugleich Koordinatenachsen. Mit einem parallelen Flächenpaar wie in der Holoedrie wird durch die Zweizähligkeit der Nebenachsen die Basis verlangt. Gleichfalls unverändert erscheint das Prisma I. Art, dessen Flächen den zwei gleichen Nebensymmetrieebenen parallel gehen; ebenso das Prisma II. Art, dessen Flächen zu den beiden gleichen zweizähligen Achsen senkrecht stehen; ferner die ditetragonalen Prismen, weil für jedes Ende der beiden gleichen zweizähligen Achsen zwei Flächen verlangt werden; endlich genügen die Pyramiden II. Art nur vollflächig der hier waltenden Symmetrie, weil zu den durch die Symmetrieebenen verlangten vier Flächen des oberen Pols durch die beiden gleichen Symmetrieachsen auch die vier unteren erfordert werden. Unverändert wie in der Holoedrie erscheinen demnach die folgenden Formen:

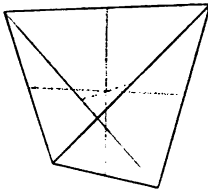
Die Basis {001}, $0P$.
Das tetragonale Prisma I. Art {110}, ∞P.
Das tetragonale Prisma II. Art {100}, $\infty P\infty$.
Die ditetragonalen Prismen $\{hk0\}$, ∞Pn.
Die tetragonalen Bipyramiden II. Art $\{h0l\}$, $mP\infty$.

In anderer Gestalt treten die Pyramiden I. Art und die ditetragonalen Pyramiden auf. Liegt eine Fläche so, daß sie die Vertikalachse und die beiden anderen Achsen, und zwar die letzteren in gleichem Abstand schneidet, so steht sie zugleich senkrecht zu einer Nebensymmetrieebene und die Vertikalachse verlangt sie für den einen Pol nur zweimal in um 180° gedrehter Stellung, die beiden gleichen Nebenachsen aber fordern die beiden entgegengesetzt gestellten Flächen

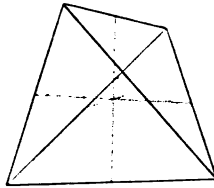
des unteren Pols. So erhält man statt der Pyramiden I. Art je zwei Reihen (positive und negative) tetragonale Sphenoide:

Die positiven tetragonalen Sphenoide $\{h\,h\,l\}$, $+\frac{mP}{2}$

und negativen tetragonalen Sphenoide $\{h\,\bar{h}\,l\}$, $-\frac{mP}{2}$.



Positives tetragonales Sphenoid.
$\{h\,h\,l\}+\frac{mP}{2}$



Negatives tetragonales Sphenoid.
$\{h\,\bar{h}\,l\}-\frac{mP}{2}$

Fig. 252. Tetragonale Sphenoide.



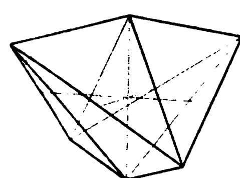
Die tetragonalen Sphenoide haben vier gleiche Flächen in Form von gleichschenkeligen Dreiecken, die sich in zwei gleichen Basiskanten und vier gleichen auf- und absteigenden Mittelkanten schneiden. Die Kanten vereinigen sich in vier gleichen $2+1$ kantigen Ecken. Die Nebensymmetrieebenen gehen durch die Basiskanten, die zweizählige Vertikalachse verbindet die Mitte der Basiskanten, die beiden gleichen zweizähligen Symmetrieachsen die Mitten gegenüberliegender Mittelkanten. Positive und negative Sphenoide kann man durch eine Drehung von 90° um die Vertikalachse zur Deckung bringen.

Haben wir dagegen eine Fläche, welche nicht senkrecht steht zu den Nebensymmetrieebenen, also eine Fläche der ditetragonalen Pyramide, so verlangt eine Nebensymmetrieebene zwei solcher Flächen mit entgegengesetzter Neigung und die Vertikalachse dieselben beiden Flächen in um 180° gedrehter Stellung, die beiden gleichen Nebenachsen aber die gleichen Flächen in entgegengesetzter Stellung für den unteren Pol. Man erhält so statt der ditetragonalen Pyramiden zwei Reihen, positive und negative, hemiedrischer Formen:

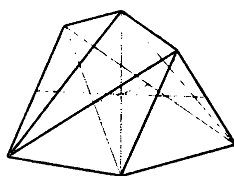
Die positiven tetragonalen Skalenoeder $\{h\,k\,l\}$, $+\frac{mPn}{2}$

und negativen tetragonalen Skalenoeder $\{h\,\bar{k}\,l\}$, $-\frac{mPn}{2}$.

Die tetragonalen Skalenoeder haben acht gleiche Flächen, die je zu vieren dem oberen und unteren Pol angehören. Sie sind ungleichseitige Dreiecke (Skalene) und schneiden sich in zweimal vier gleichen Polkanten und vier gleichen Mittelkanten. Die Polkanten treffen sich in zwei $2+2$ kantigen, je mit den Mittelkanten in vier $2+1+1$ kantigen Ecken. Die Nebensymmetrieebenen gehen durch die Polkanten; die zweizählige Vertikalachse verbindet die $2+2$ kantigen Ecken, die



Positives tetragonales Skalenoeder
$\{hkl\} + \frac{mPn}{2}$



Negatives tetragonales Skalenoeder
$\{h\bar{k}l\} - \frac{mPn}{2}$



Fig. 253. Tetragonale Skalenoeder.

beiden gleichen Nebenachsen die Mitte gegenüberliegender Mittelkanten. Positive und negative Formen können durch eine Drehung von 90° um die Vertikalachse zur Deckung gebracht werden. Die Formen werden den Sphenoiden um so ähnlicher, je mehr sich k dem Werte von h nähert.

Bezüglich der wichtigsten Kombinationen ist nur zu bemerken, daß das Prisma II. Art die Mittelkanten der Sphenoide und Skaleno-

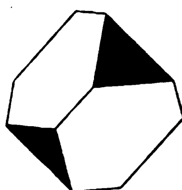


Fig. 254. Negatives und positives (schwarz) Sphenoid. $\{1\bar{1}1\}, -\frac{P}{2}$ und $\{111\} + \frac{P}{2}$. (Kupferkies.)

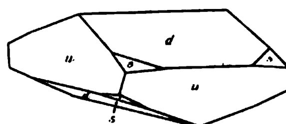


Fig. 255. Positives Sphenoid $d = \{114\}, + \frac{{}^1/_4 P}{2}$; negat. Sphenoid $u = \{4\bar{4}1\}, -\frac{4P}{2}$; tetragonales positives Skalenoeder $s = \{238\}, + \frac{{}^1/_4 P^3/_2}{2}$. (Kupferkies.)

eder, die Basis aber die Basiskanten der Sphenoide und die 2 + 2-kantigen Ecken der Skalenoeder gerade abstumpft. Positive und negative Formen mit gleichen Indices ergänzen sich zu Holoedern.

22. **Trapezoedrische Hemiedrie oder tetragonal-trapezoedrische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine vierzählige Hauptachse und senkrecht zu ihr 2 + 2 gleiche zweizählige Symmetrieachsen, welche untereinander Winkel von 45° einschließen.

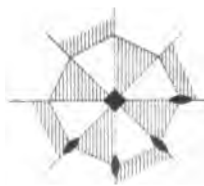


Fig. 256.

Vorkommende Formen: Da die Hauptachse vierzählig ist, so müssen alle jene Formen, die in der Holoedrie an einem der Pole der Hauptachse mit vier Flächen auftreten, hier in unveränderter Gestalt wiederkehren, ebenso aber

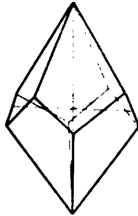
auch die Basis wegen der Zweizähligkeit der Nebenachsen. Aus dem letzteren Grunde erscheinen auch die ditetragonalen Prismen in unveränderter achtflächiger Gestalt. Wir haben demnach folgende uns aus der Holoedrie bereits bekannte Formen:

Die Basis $\{001\}$, $0P$.
Das tetragonale Prisma I. Art $\{110\}$, ∞P.
Das tetragonale Prisma II. Art $\{100\}$, $\infty P \infty$.
Die ditetragonalen Prismen $\{h k 0\}$, $\infty P n$.
Die tetragonalen Bipyramiden I. Art $\{h h l\}$, $m P$.
Die tetragonalen Bipyramiden II. Art $\{h 0 l\}$, $m P \infty$.

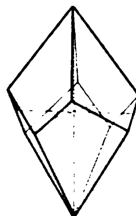
In anderer Form treten nur die ditetragonalen Pyramiden der Holoedrie auf. Eine Fläche einer solchen Form wird nämlich für die beiden Pole der Hauptachse nur je viermal verlangt, so daß die eine Fläche gegen die andere durch eine Drehung von 90° um die Hauptachse zur Deckung gebracht werden kann. Aber die zweizähligen Nebenachsen verlangen für die unteren vier Flächen eine andere Stellung derart, daß man sie durch Drehung um 180° nach diesen Nebenachsen mit den vier oberen zur Deckung bringen kann. So bilden sich zwischen den oberen und unteren Flächen auf- und absteigende Mittelkanten, und man erhält statt der ditetragonalen Pyramiden zwei Reihen anderer hemiedrischer Formen mit acht Flächen:

Die rechten tetragonalen Trapezoeder $\{h k l\}$, $\frac{mPn}{2} r$

und linken tetragonalen Trapezoeder $\{h \bar{k} l\}$, $\frac{mPn}{2} l$.



Rechtes tetragonales Trapezoeder.
$\{h k l\}$ $\frac{mPn}{2} r$



Linkes tetragonales Trapezoeder.
$\{h \bar{k} l\}$ $\frac{mPn}{2} l$

Fig. 257. Tetragonale Trapezoeder.



Die tetragonalen Trapezoeder haben acht gleiche trapezförmige Flächen, die sich in acht gleichen Polkanten und $4 + 4$ gleichen Mittelkanten schneiden. Die Polkanten treffen sich in zwei vierkantigen, jene und die Mittelkanten in acht $1 + 1 + 1$ kantigen Ecken. Die Hauptachse geht durch die vierkantigen Ecken, und die Nebenachsen verbinden je die Mitte zweier gleicher gegenüberliegender Mittelkanten. Die rechten und linken Trapezoeder sind enantiomorph, können also durch keine Drehung zur Deckung gebracht werden.

23. **Pyramidale Tetartoedrie oder tetragonal-pyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine vierzählige polare Hauptachse.

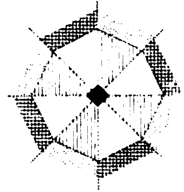


Fig. 258.

Vorkommende Formen: Der wesentliche Unterschied gegenüber der pyramidalen Hemiedrie beruht in dem Fehlen der Hauptsymmetrieebene bzw. in der verschiedenen Ausbildung der beiden Pole der Hauptachse in dieser Tetartoedrie. Es folgt daraus, daß alle jene Formen der pyramidalen Hemiedrie, welche mit ihren Flächen nicht beiden Polen zugleich angehören, hier als zwei Formen auftreten, wovon die eine die Flächen des oberen, die andere die Flächen des unteren Pols umfaßt. Wir haben demnach folgende Formen zu unterscheiden:

Die obere Basis $\{001\}$, $\frac{0P}{2}o$ und untere Basis $\{00\bar{1}\}$, $\frac{0P}{2}u$.
Das tetragonale Prisma I. Art $\{110\}$, ∞P.
Das tetragonale Prisma II. Art $\{100\}$, $\infty P\infty$.
Die positiven tetragonalen Prismen III. Art $\{hk0\}$, $+\frac{\infty Pn}{2}$
und negativen tetragonalen Prismen III. Art $\{h\bar{k}0\}$, $-\frac{\infty Pn}{2}$.
Die oberen tetragonalen Pyramiden I. Art $\{hhl\}$, $\frac{mP}{2}o$
und unteren tetragonalen Pyramiden I. Art $\{hh\bar{l}\}$, $\frac{mP}{2}u$.
Die oberen tetragonalen Pyramiden II. Art $\{h0l\}$, $\frac{mP\infty}{2}o$
und unteren tetragonalen Pyramiden II. Art $\{h0\bar{l}\}$, $\frac{mP\infty}{2}u$.
Die positiven oberen tetragonalen Pyramiden III. Art
$\{hkl\}$, $+\frac{mPn}{4}o$
und positiven unteren tetragonalen Pyramiden III. Art
$\{hk\bar{l}\}$, $+\frac{mPn}{4}u$.
Die negativen oberen tetragonalen Pyramiden III. Art
$\{h\bar{k}l\}$, $-\frac{mPn}{4}o$
und negativen unteren tetragonalen Pyramiden III. Art
$\{h\bar{k}\bar{l}\}$, $-\frac{mPn}{4}u$.

Alle Formen sind offen, die Basiskanten fehlen daher; im übrigen aber stimmen ihre Eigenschaften mit denen der entsprechenden Formen der pyramidalen Hemiedrie überein. Bei den Pyramiden III. Art sind positive und negative Formen des gleichen Pols enantiomorph, ebenso die Formen entgegengesetzter Pole mit gleichem Vorzeichen.

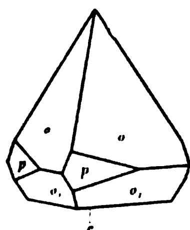


Fig. 259.

Tetragonales Prisma III. Art $p = \{430\}$, $+\frac{\infty P^{4}/_{3}}{2}$; oberer Pol: Pyramide I. Art $o = \{111\}$, $\frac{P}{2}o$; unterer Pol: Pyramide I. Art. $o_1 = \{11\bar{1}\}$, $\frac{P}{2}u$; $c = \{00\bar{1}\}$, $\frac{0P}{2}u$.
(Molybdänbleierz.)

Kombinationen sehen zumeist nach der Hauptachse hemimorph aus.

24. **Sphenoidische Tetartoedrie oder tetragonal-bisphenoidische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine zweizählige Achse der einfachen Symmetrie, die zugleich vierzählige der zusammengesetzten ist.

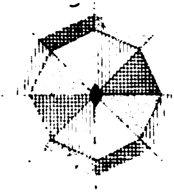


Fig. 260.

Vorkommende Formen: Eine Fläche, welche zur zweizähligen Achse senkrecht steht, ist für jeden Pol dieser Achse einmal erforderlich, erscheint also als paralleles Flächenpaar. Eine Fläche, die beiden Polen zugleich angehört, die also jener Achse parallel geht, würde mit einem parallelen Flächenpaar ihren Forderungen ebenfalls genügen, aber die Vierzähligkeit jener Achse in bezug auf die zusammengesetzte Symmetrie verlangt ein solches gleiches Flächenpaar noch einmal in um 90° um jene Achse gedrehter Stellung; so erscheinen Prisma I. und II. Art in gleichsam holoedrischer Form, und statt der ditetragonalen Prismen erhält man je ein positives und negatives Prisma III. Art. Alle Flächen, welche schief gegen die zweizählige Achse liegen, müssen an jedem ihrer beiden Pole in der Zweizahl je um 180° gegeneinander gedreht vorhanden sein, aber in Rücksicht auf die vierzählige Achse der zusammengesetzten Symmetrie müssen die des unteren Pols gegen die des oberen um 90° um die zweizählige Achse gedreht sein; so erscheinen Pyramiden I. und II. Art in Form von je zwei tetragonalen Sphenoiden, bei denen positive und negative Formen durch Drehung um 90°, I. und II. Art durch eine solche von 45° zur Deckung gebracht werden können. Analog erhält man statt der ditetragonalen Pyramiden vier tetragonale Sphenoide, und zwar zwei positive und zwei negative, die sich untereinander und von den anderen Sphenoiden nur durch die Stellung unterscheiden. Die hier vorkommenden Formen sind demnach folgende:

Die Basis $\{001\}$, $0P$.
Das tetragonale Prisma I. Art $\{110\}$, ∞P.
Das tetragonale Prisma II. Art $\{100\}$, $\infty P\infty$.
Die positiven tetragonalen Prismen III. Art $\{hk0\}$, $+\frac{\infty Pn}{2}$
und negativen tetragonalen Prismen III. Art $\{h\bar{k}0\}$, $-\frac{\infty Pn}{2}$.
Die positiven tetragonalen Sphenoide I. Art $\{hhl\}$, $+\frac{mP}{2}$

und negativen tetragonalen Sphenoide I. Art $\{h\bar{h}l\}$, $-\frac{mP}{2}$.

Die vorderen tetragonalen Sphenoide II. Art $\{h0l\}$, $\frac{mP\infty}{2}v$

und seitlichen tetragonalen Sphenoide II. Art $\{0hl\}$, $\frac{mP\infty}{2}s$.

Die positiven rechten tetragonalen Sphenoide III. Art

$$\{khl\},\ +\frac{mPn}{4}r$$

und positiven linken tetragonalen Sphenoide III. Art

$$\{hkl\},\ +\frac{mPn}{4}l.$$

Die negativen rechten tetragonalen Sphenoide III. Art

$$\{h\bar{k}l\},\ -\frac{mPn}{4}r$$

und negativen linken tetragonalen Sphenoide III. Art

$$\{k\bar{h}l\},\ -\frac{mPn}{4}l.$$

Zwillinge des tetragonalen Systems.

Die nachstehenden Figuren 261—264 zeigen einige Zwillinge, von denen Fig. 264 der sphenoidischen Hemiedrie, die übrigen der Holoedrie angehören.

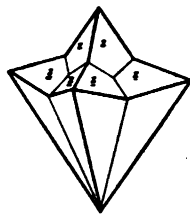
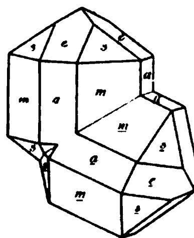


Fig. 261. Tetragonale Pyramide II. Art. $z = \{021\}$, $2P\infty$. Fünfling nach $\{111\}$, P, welches die Kanten von $2P\infty$ gerade abstumpft. Unten eine Pyramide $2P\infty$ bildend. (Kupferkies.)



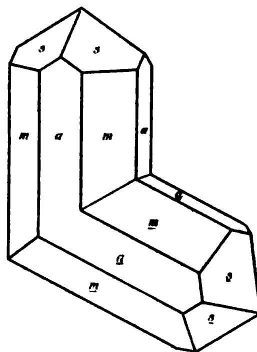


Fig. 262. Tetragonales Prisma I. *m* und II. Art *a* mit Pyramide I. *s* und II. Art *e*. Berührungszwillinge nach der Pyramide II. Art *e*. (Zinnstein und Rutil.)

Fig. 263. Wendezwilling. Achtling. Prisma I. *m* und II. Art *a*. Zwilling nach der Pyramide II. Art (siehe Fig. 262). (Rutil.)

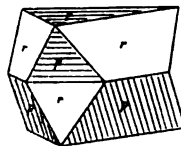


Fig. 264. Positives *p* und negatives *r* Sphenoid. Berührungszwilling. Der obere Kristall gegen den unteren um 180° um eine auf der oberen *p*-Fläche senkrechte Achse gedreht. (Kupferkies.)

IV. Rhombisches Kristallsystem. Als Koordinatenachsen dienen die drei ungleichen Symmetrieachsen der Holoedrie oder die drei ihnen entsprechenden Richtungen. Daraus folgt a, b und c verschieden und $\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$. Eine beliebige der drei Achsen wählt man zur Vertikalachse und stellt im übrigen die Kristalle so auf, daß im primären Achsenverhältnis $a < b$ wird. Man setzt $h > k \lesseqgtr l$.

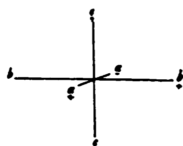


Fig. 265.

25. **Holoedrie oder rhombisch-bipyramidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Drei ungleiche zu einander senkrechte Symmetrieebenen; dazu senkrecht drei ungleiche zweizählige Achsen; ein Symmetriezentrum.

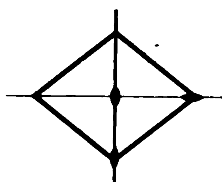


Fig. 266.

Vorkommende Formen: Die Flächen, welche nur eine Achse schneiden und den anderen beiden parallel gehen, verlaufen zugleich den Symmetrieebenen parallel und genügen je mit einem parallelen Flächenpaar der Symmetrie. Wir haben also drei Formen, die man als Pinakoide oder Endflächen bezeichnet:

Das Makropinakoid oder vordere Endfläche {100}, $\infty \bar{P} \bar{\infty}$;
Parameter, $a : \infty b : \infty c$.
Das Brachypinakoid oder seitliche Endfläche {010}, $\infty \breve{P} \breve{\infty}$;
Parameter, $\infty a : b : \infty c$.
Die Basis oder obere Endfläche {001}, $0P$;
Parameter, $\infty a : \infty b : c$.

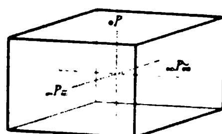


Fig. 267.
Basis {001}, $0P$. Brachypinakoid {010}, $\infty \breve{P} \breve{\infty}$. Makropinakoid {100}, $\infty \bar{P} \bar{\infty}$.

Ebenso hat man drei verschiedene Formen, wenn die Flächen zwei Achsen schneiden und der dritten parallel gehen, je nach der Achse, der sie parallel gehen. In jedem der drei Fälle genügen zwei parallele Flächenpaare der Symmetrie. Die Formen, deren Flächen der Vertikalachse parallel gehen, nennt man Prismen, die anderen beiden Domen, und zwar Makrodomen, wenn sie der b-Achse und Brachydomen, wenn sie der a-Achse parallel gehen. Man erhält also folgende Formen:

Die rhombischen Prismen $\{h\,k\,0\}$, $\infty \breve{P} \breve{n}$;
Parameter, $a : nb : \infty c$ oder $na : b : \infty c$.
Die Makrodomen $\{h\,0\,l\}$, $m \bar{P} \bar{\infty}$;
Parameter $a : \infty b : mc$.
Die Brachydomen $\{0\,h\,l\}$, $m \breve{P} \breve{\infty}$;
Parameter $\infty a : b : mc$.

Diese drei Reihen von Formen sind natürlich wie die Pinakoide offen. Sie haben vier parallele Kanten, von denen zwei stumpfer und zwei schärfer sind. Zwei Symmetrieebenen gehen durch diese Kanten und die dritte steht darauf senkrecht; eine Symmetrieachse geht den

Kanten parallel und zwei verbinden die gegenüberliegenden gleichen Kanten lotrecht. Da man das Achsenverhältnis eines rhombischen Kristalls so auswählt, daß die Achse a kürzer wird als b, so muß das primäre Prisma, welches die Indices {110} hat, vorne einen stumpfen Winkel besitzen und man hat dann bei den sonst noch möglichen

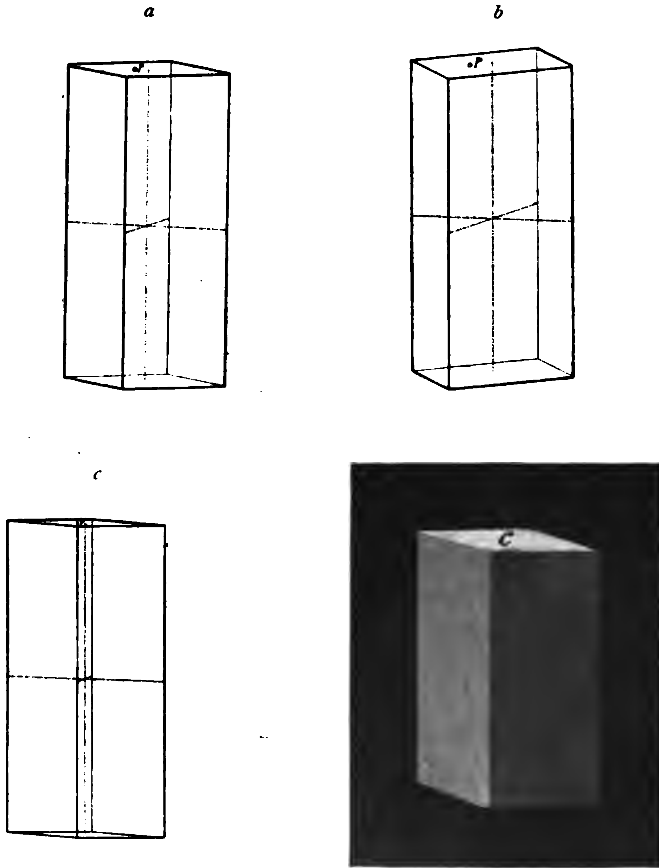


Fig. 268. **Rhombische Prismen mit Basis** $c = 0P$, {001}. *a* **Primäres Prisma** {110} ∞P; *b* **Prisma der makrodiagonalen Reihe** $\{h\,k\,0\}$, $\infty \bar{P} n$ $(n > 1)$; *c* **Prisma der brachydiagonalen Reihe** $\{k\,h\,0\}$, $\infty \breve{P} n$ $(n > 1)$.

Prismen zwei Reihen zu unterscheiden, je nachdem das Verhältnis $a:b$ größer oder kleiner als 1 wird. Die ersteren heißen Prismen der brachydiagonalen, die letzteren Prismen der makrodiagonalen Reihe. Die Prismen der makrodiagonalen Reihe schneiden die a-Achse in einfachem, die Achse b in mehrfachem Abstand, und bei denen der brachydiagonalen Reihe ist es umgekehrt. Wenn wir also $h > k$ setzen, so haben die Prismen der makrodiagonalen Reihe die Indices $\{h\,k\,0\}$ und die der brachydiagonalen die Indices $\{k\,h\,0\}$. Auch bei den Domen gibt es natürlich je nach dem Verhältnis von $a:c$ bzw. $b:c$ solche,

die den stumpfen Winkel oben und unten oder die ihn seitlich oder vorne und hinten haben.



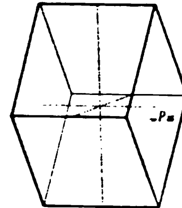
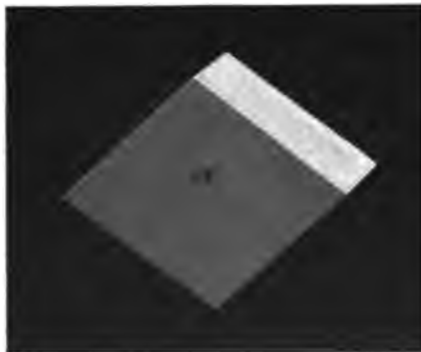


Fig. 269. **Makrodoma** $\{h0l\}$, $m\bar{P}\infty$ mit **Brachypinakoid** $b = \{010\}$, $\infty\breve{P}\infty$.



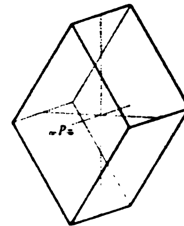


Fig. 270. **Brachydoma** $\{0hl\}$, $m\breve{P}\infty$ mit **Makropinakoid** $a = \{100\}$, $\infty\bar{P}\infty$.

Es verbleiben uns noch die Formen, deren Flächen alle drei Achsen schneiden. Diese Formen genügen der Symmetrie, wenn in jedem der acht durch die Symmetrieebenen gebildeten Oktanten je eine Fläche vorhanden ist. Es entstehen also Bipyramiden mit vier parallelen Flächenpaaren.

Die rhombischen Bipyramiden $\{hkl\}$, $mP\breve{\bar{n}}$;
Parameter $a : nb : mc$ oder $na : b : mc$.

Der Grundriß dieser Pyramiden ist ein Rhombus, ihre Flächen sind im allgemeinen ungleichseitige Dreiecke; es sind vier gleiche Basiskanten und $4 + 4$ gleiche Polkanten vorhanden. Die Polkanten treffen sich in zwei $2 + 2$ kantigen, die Basiskanten mit den Polkanten in $2 + 2$ $2 + 2$ kantigen Ecken. Die Symmetrieebenen gehen je durch vier gleiche Kanten, und die Symmetrieachsen verbinden je zwei gleiche Ecken. Diejenige Pyramide, welche die drei Achsen in dem einfachen

Abstande schneidet, die also die Indices {111} hat, bezeichnet man als primäre Pyramide, die anderen als abgeleitete. Da gibt es nun erstens solche, welche sich nur durch die Länge der c-Achse voneinander unterscheiden, die demnach bald flacher, bald stumpfer sind, aber den gleichen Grundriß wie die primäre besitzen. Es sind dies die von der primären abgeleiteten Pyramiden. Ferner gibt es, wie bei den Prismen, auch noch Pyramiden der makro- und der brachydiagonalen Reihe, von denen die ersteren, wenn wir $h > k$ setzen, die Indices $\{h\,k\,l\}$ und die letzteren die Indices $\{k\,h\,l\}$ haben. Auch hier gibt es natürlich wieder solche, die sich nur durch einen verschiedenen Wert von l voneinander unterscheiden und gleichen Grundriß besitzen.

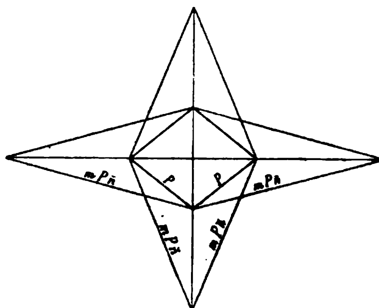
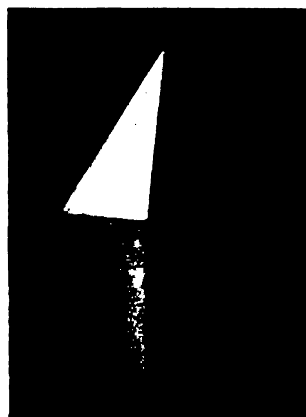


Fig. 271. Grundriß der Pyramiden und Prismen. P primäre Formen, $m\breve{P}n$ Formen der brachydiagonalen, $m\bar{P}n$ Formen der makrodiagonalen Reihe.



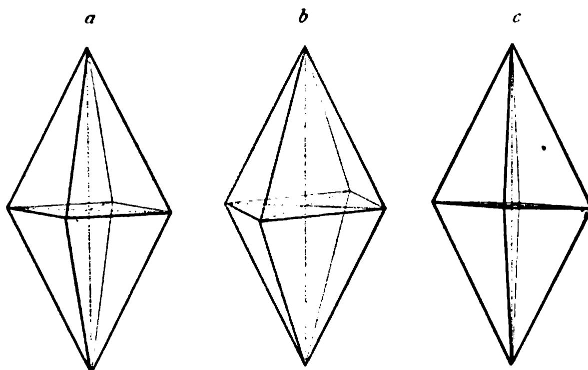


Fig. 272. Rhombische Pyramiden. a Primäre {111}, P; b der brachydiagonalen Reihe $\{k\,h\,l\}$, $m\breve{P}n$; c der makrodiagonalen Reihe $\{h\,k\,l\}$, $m\bar{P}n$.

Bezüglich der wichtigsten Kombinationen ist folgendes zu bemerken: Die drei Pinakoide bilden miteinander einen scheinbaren Würfel. Die Basis begrenzt die Prismen oben und unten, das Brachypinakoid die Makrodomen vorn und hinten, das Makropinakoid die Brachydomen rechts und links. Die Kanten der Prismen werden durch Makro- und Brachypinakoid, die Kanten der Brachydomen durch Basis und Brachypinakoid, die Kanten der Makrodomen durch Basis und Makropinakoid gerade abgestumpft. An dem primären Prisma treten die Prismen der makrodiagonalen Reihe an der vorderen stumpfen Kante, die der brachydiagonalen Reihe an der seitlichen scharfen Kante zuschärfend auf. An den Pyramiden werden die $2 + 2$ kantigen Ecken durch die drei Pinakoide, die Polkanten durch

die entsprechenden Domen mit gleichem h und l und die Basiskanten durch die Prismen mit gleichem h und k gerade abgestumpft. Pyramiden untereinander oder mit Prismen stoßen in horizontalen Basiskanten zusammen, wenn sie untereinander gleiches h und k haben.

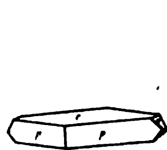


Fig. 273.
$c = \{001\}$, $0P$; $p = \{110\}$, ∞P; $q = \{011\}$, $P\breve{\infty}$. (Baryt.)

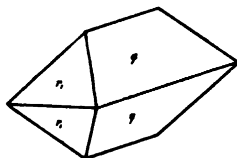


Fig. 274.
$q = \{011\}$, $P\breve{\infty}$; $r_1 = \{102\}$, $\frac{1}{2} P\bar{\infty}$. (Baryt.)

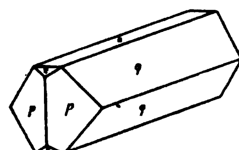


Fig. 275.
$q = \{011\}$, $P\breve{\infty}$; $c = \{001\}$, $0P$; $p = \{110\}$, ∞P; $r_1 = \{102\}$, $\frac{1}{2} P\bar{\infty}$. (Coelestin.)

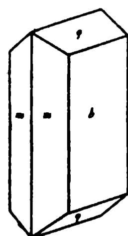


Fig. 276.
$b = \{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$; $m = \{110\}$, ∞P; $q = \{011\}$, $P\breve{\infty}$. (Aragonit.)

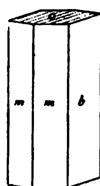


Fig. 277.
$b = \{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$; $m = \{110\}$, ∞P; $c = \{001\}$, $0P$. (Aragonit.)

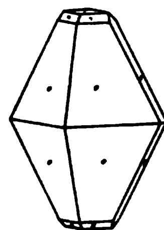


Fig. 278.
$o = \{111\}$, P; $n = \{113\}$, $\frac{1}{3} P$; $c = \{001\}$, $0P$; $q = \{011\}$, $P\breve{\infty}$. (Schwefel.)

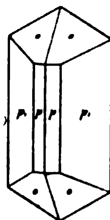


Fig. 279.
$p_1 = \{120\}$, $\infty P\breve{2}$; $p = \{110\}$, ∞P; $o = \{111\}$, P. (Topas.)

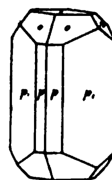


Fig. 280.
$p_1 = \{120\}$, $\infty P\breve{2}$; $p = \{110\}$, ∞P; $o = \{111\}$, P; $c = \{001\}$, $0P$; $n = \{021\}$, $2P\breve{\infty}$. (Topas.)

26. Hemiedrie nach einer Symmetrieebene oder rhombisch-pyramidale Klasse. Symmetrieverhältnisse: Zwei ungleiche zueinander senkrechte Symmetrieebenen, deren Durchschnittsrichtung eine zweizählige Achse ist.

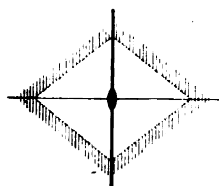


Fig. 281.

Vorkommende Formen: Man wählt die zweizählige Achse zur Vertikalachse, dann besteht der Unterschied der hier vorkommenden

Formen gegenüber der Holoedrie darin, daß diese Achse eine polare Ausbildung zeigt, und es werden demnach alle jene Formen der Holoedrie unverändert wiederkehren, deren Flächen beiden Polen der Vertikalachse zugleich angehören, deren Index für die Achse c gleich 0 wird. Alle übrigen Formen der Holoedrie dagegen werden hier als zwei Formen erscheinen, von denen die eine dem oberen, die andere dem unteren Pol der Vertikalachse angehört. Es treten demnach unverändert wie in der Holoedrie auf:

Das Makropinakoid $\{100\}$, $\infty P\bar{\infty}$.
Das Brachypinakoid $\{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$.
Die Prismen $\{h k 0\}$, $\infty P n$.

Als hemiedrische Formen treten auf:

Die obere Basis $\{001\}$, $\frac{0P}{2}o$. und untere Basis $\{00\bar{1}\}$, $\frac{0P}{2}u$.

Die oberen Makrodomen $\{h 0 l\}$, $\frac{mP\bar{\infty}}{2}o$.

und unteren Makrodomen $\{h 0 \bar{l}\}$, $\frac{mP\bar{\infty}}{2}u$.

Die oberen Brachydomen $\{0 h l\}$, $\frac{mP\breve{\infty}}{2}o$.

und unteren Brachydomen $\{0 h \bar{l}\}$, $\frac{mP\breve{\infty}}{2}u$.

Die oberen Pyramiden $\{h k l\}$, $\frac{mPn}{2}o$.

und unteren Pyramiden $\{h k \bar{l}\}$, $\frac{mPn}{2}u$.

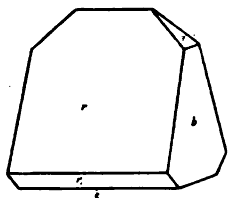


Fig. 282. $b = \{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$; oberer Pol: $r = \{101\}$, $\frac{P\bar{\infty}}{2}o$; $q = \{011\}$, $\frac{P\breve{\infty}}{2}o$; unterer Pol: $r_1 = \{10\bar{3}\}$, $\frac{{}^1/_3 P\bar{\infty}}{2}u$; $c = \{00\bar{1}\}$, $0P$. (Phosphorsaure Ammoniak-Magnesia.)



Fig. 283. $b = \{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$; $p = \{110\}$, ∞P; unterer Pol: $o = \{12\bar{1}\}$, $\frac{2P\breve{2}}{2}u$; ob. Pol: $r^1 = \{301\}$, $\frac{3P\bar{\infty}}{2}o$; $r = \{101\}$, $\frac{P\bar{\infty}}{2}o$; $c = \{001\}$, $0P$; $q = \{011\}$, $\frac{P\breve{\infty}}{2}o$; $q^1 = \{031\}$, $\frac{3P\breve{\infty}}{2}o$. (Kieselzinkerz.)

Bezüglich der wichtigsten Kombinationen ist nur zu bemerken, daß die Kristalle ein hemimorphes Aussehen besitzen.

27. **Sphenoidische Hemiedrie oder rhombisch-bisphenoidische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Drei zueinander senkrechte zweizählige ungleiche Symmetrieachsen.

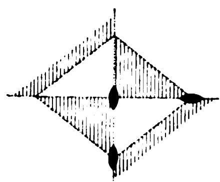


Fig. 284.

Vorkommende Formen: Die Zweizähligkeit der drei Achsen bedingt es, daß alle jene Formen der Holoedrie, die nur ein Flächenpaar haben, also nur eine Achse schneiden, und alle die nur aus zwei Flächenpaaren bestehen, also nur zwei Achsen schneiden, unverändert und vollflächig in dieser Klasse auftreten. Es sind dies:

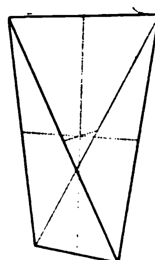
Die Basis {001}, $0P$.
Das Brachypinakoid {010}, $\infty \breve{P} \infty$.
Das Makropinakoid {100}, $\infty \bar{P} \infty$.
Die Prismen $\{h k 0\}$, $\infty P n$.
Die Makrodomen $\{h 0 l\}$, $m \bar{P} \infty$.
Die Brachydomen $\{0 h l\}$, $m \breve{P} \infty$.

In anderer Gestalt treten nur die Flächen der rhombischen Pyramiden auf. Infolge der Zweizähligkeit der Symmetrieachsen und infolge des Fehlens von Symmetrieebenen genügt je eine Fläche in den abwechselnden Oktanten den Forderungen der Symmetrie und man erhält so statt der Pyramiden je zwei Formen, die aus je zwei Flächen am oberen und zwei gegen jene um die Achsen a oder b um 180° gedrehte am unteren Pol bestehen. Man kann sie ableiten aus den beiden Flächen $(h k l)$ und $(h \bar{k} l)$.

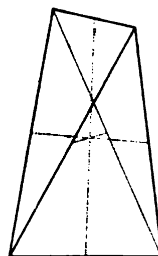
Die rechten rhombischen Sphenoide $\{h k l\}$, $\frac{mPn}{2} r$

und linken rhombischen Sphenoide $\{h \bar{k} l\}$, $\frac{mPn}{2} l$.





Rechtes rhombisches Sphenoid $\{h k l\}$ $\frac{mPn}{2} r$



Linkes rhombisches Sphenoid $\{h \bar{k} l\}$ $\frac{mPn}{2} l$

Fig. 285. Rhombische Sphenoide.

Sie haben vier gleiche je zu zweien dem oberen und unteren Pol angehörige Flächen, welche ungleichseitige Dreiecke sind und sich in dreimal zwei gleichen Kanten schneiden. Die Kanten treffen sich in vier $1+1+1$ kantigen Ecken. Je zwei gleiche Kanten sind um einen zwischen $0°$ und $90°$ liegenden Winkel gegeneinander gedreht und ihre Mitten verbinden die zweizähligen Achsen. Die Kanten werden gerade abgestumpft durch die drei Pinakoide. Rechte und linke Formen dieser Sphenoide sind enantiomorph, können durch keine Drehung zur Deckung gebracht werden.
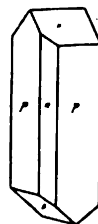


Fig. 286. $p = \{110\}$, ∞P; $a = \{100\}$, $\infty \bar{P} \infty$; $o = \{111\}$, $\frac{P}{2}$ r. (Bittersalz.)

Zwillinge des rhombischen Systems.

Untenstehend einige Zwillinge der Holoedrie des rhombischen Systems.

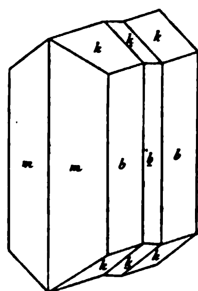
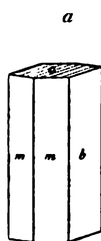
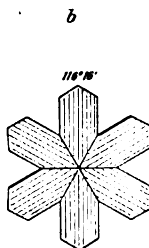


Fig. 287. Prisma $m = \{110\}$, ∞P; seitliche Endfläche $b = \{010\}$, $\infty \breve{P} \infty$; Brachydoma $k = \{011\}$, $\breve{P} \infty$. Wiederholungszwilling nach dem Prisma $\{1\bar{1}0\}$. (Aragonit.)

a 

b 

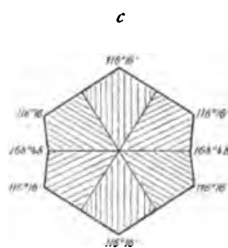
c 

Fig. 288. Prisma $m = \{110\}$, ∞P; seitliche Endfläche $b = \{010\}$, $\infty \breve{P} \infty$; Basis $c = \{001\}$, $0P$ gestreift in der Richtung der Brachydiagonale. — a einfacher Kristall. — b und c Projektion auf die Basis. Mimetrischer Drilling nach $\{110\}$, ∞P. Das hexagonale System nachahmend. (Aragonit.)

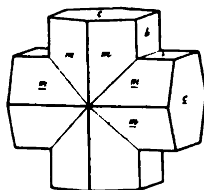


Fig. 289. Prisma $m = \{110\}$, ∞P; seitliche Endfläche $b = \{010\}$, $\infty \breve{P} \infty$; Basis $c = \{001\}$, $0P$. Durchkreuzungszwilling nach dem Brachydoma $\{032\}$; $^3/_2 \breve{P} \infty$. (Staurolith.)

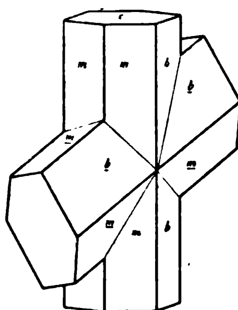


Fig. 290. Prisma $m = \{110\}$, ∞P; seitliche Endfläche $b = \{010\}$, $\infty \breve{P} \infty$; Basis $c = \{001\}$, $0P$. Durchkreuzungszwilling nach der Pyramide $\{232\}$, $^3/_2 P ^3/_2$. (Staurolith.)

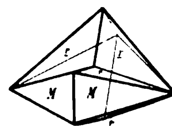


Fig. 291. Prisma $M = \{110\}$, ∞P; Brachydoma $r = \{014\}$, $^1/_4 \breve{P} \infty$. Berührungszwilling nach dem Makrodoma $\{101\}$, $\bar{P} \infty$. (Arsenkies.)

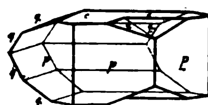


Fig. 292. **Prisma** $p = \{110\}$, ∞P; **Brachydomen** $q = \{011\}$, $\breve{P}\infty$ **und** $q_1 = \{013\}$, $\frac{1}{3}\breve{P}\infty$; **Basis** $c = \{001\}$, $0P$. **Berührungszwilling nach dem Prisma** $\{110\}$, ∞P. **(Markasit oder Speerkies.)**

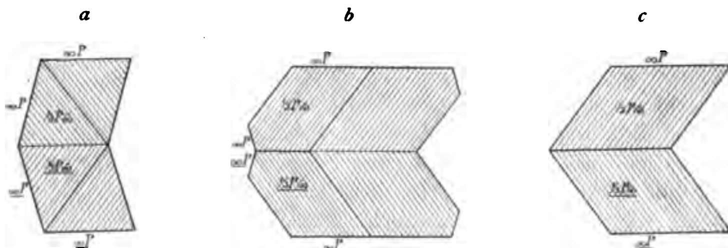


Fig. 293. Projektion auf die Basis. Prisma ∞P, $\{110\}$; **Brachydoma** $\frac{1}{3}\breve{P}\infty$, $\{013\}$, **gestreift nach der Brachydiagonale. Zwillinge nach dem Prisma** $\{110\}$, ∞P. **Verschiedene Ausbildungen. In Fig.** *a*. **Winkel der beiden Streifungen = stumpfem Prismenwinkel 106° 2'. In Fig.** *b* **einspringender Winkel vorne 147° 56'. Fig.** *c* **= dem vorderen Teil von** *b* **mit einem ausspringenden Winkel von 106° 2' vorne. (Speerkies.)**

V. Monoklines Kristallsystem. Als Koordinatenachsen nehmen wir die Symmetrieachse oder die ihr entsprechende Richtung und zwei darauf senkrechte mögliche Kristallkanten. Die Symmetrieachse wird *b*-Achse, von den beiden anderen wird eine zur Vertikalachse genommen und die andere so aufgestellt, daß sie nach vorne auf den Beschauer zu geneigt ist. Aus diesen Angaben folgt: *a*, *b* und *c* verschieden, ferner α der Winkel zwischen *b* und *c* und ebenso γ der Winkel zwischen *b* und *a* gleich 90°, aber β der Winkel zwischen *a* und *c* schwankend mit der Substanz.

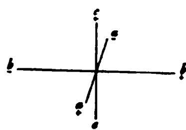


Fig. 294.

28. **Holoedrie oder monoklin-prismatische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine Symmetrieebene, senkrecht dazu eine zweizählige Achse, Zentrum der Symmetrie.

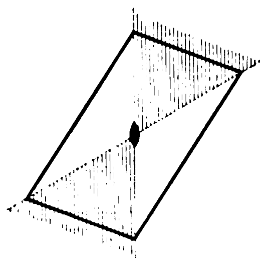


Fig. 295. Projektion auf die Symmetrieebene.

Vorkommende Formen: Flächen, die senkrecht zur Symmetrieebene stehen oder ihr parallel gehen, genügen als paralleles Flächenpaar auch den Forderungen der zweizähligen Achse und des Symmetriezentrums. Es sind das alle jene Flächen, welche 0 als Index für die *b*-Achse allein oder für zwei Achsen zugleich haben. Eine Fläche, die *a* und *b* parallel geht, heißt Basis, eine solche, die *c* und *b* parallel geht, heißt Orthopinakoid oder vordere Endfläche; eine solche endlich, die *a* und *c* parallel verläuft, die also der Symmetrieebene entspricht, nennt man Klinopinakoid, weil sie der nach vorne geneigten Achse parallel geht, oder seitliche Endfläche. Flächen, die

der b-Achse parallel gehen und a und c schneiden, nennt man Hemidomen, weil sie mit einem Flächenpaar der Symmetrie genügen. Wir haben demnach:

Die Basis oder obere Endfläche {001}, $0P$;
Parameter, $\infty a : \infty b : c$.
Das Klinopinakoid oder seitliche Endfläche {010}, $\infty P\overset{\backslash}{\infty}$;
Parameter, $\infty a : b : \infty c$.
Das Orthopinakoid oder vordere Endfläche {100}, $\infty P\overset{|}{\infty}$;
Parameter, $a : \infty b : \infty c$.
Die Hemidomen $\{h0l\}$, $mP\overset{|}{\infty}$;
Parameter, $a : \infty b : mc$.

Diese Formen sind natürlich alle offen und bestehen nur aus einem einzigen parallelen Flächenpaar. Es gibt nur eine Basis, nur ein Klinopinakoid und nur ein Orthopinakoid, aber es gibt unendlich viele Hemidomen je nach dem Verhältnis $h:l$. Von den Hemidomen gibt es aber zwei Reihen, die man als positive und negative bezeichnet, je nachdem ihre Flächen in dem vorderen unteren und hinteren oberen, oder in dem vorderen oberen und hinteren unteren Oktanten liegen. Man unterscheidet somit

Die positiven Hemidomen $\{h0\bar{l}\}$, $+mP\overset{|}{\infty}$
und negativen Hemidomen $\{h0l\}$, $-mP\overset{|}{\infty}$.

Die Hemidomen mit den Indices $\{10\bar{1}\}$ bzw. {101} bezeichnet man als primäre.

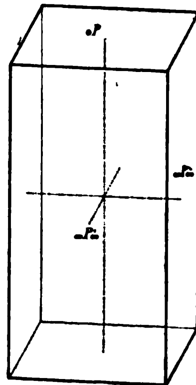


Fig. 296. Basis $0P$, {001}; Klinopinakoid $\infty P\overset{\backslash}{\infty}$, {010}; Orthopinakoid $\infty P\overset{|}{\infty}$, {100}.

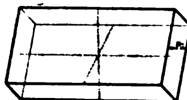


Fig. 297. Positives Hemidoma $\{h0\bar{l}\}$, $+mP\overset{|}{\infty}$ (vorne unten und hinten oben) und negatives Hemidoma $\{h0l\}$, $-mP\overset{|}{\infty}$ mit dem Klinopinakoid $\infty P\overset{\backslash}{\infty}$, {010}.

Alle übrigen Flächen nun, welche schief zur Symmetrieebene liegen, treten als Formen mit zwei parallelen Flächenpaaren auf. Man unterscheidet hier zwischen solchen, die einer Koordinatenachse parallel gehen und solchen, die alle drei Achsen schneiden. Die letzteren nennt man Pyramiden, die ersteren, wenn sie der Vertikalachse parallel gehen, Prismen, wenn sie aber der a-Achse parallel gehen, Klinodomen. Alle sind offene Formen und bestehen aus zwei gleichen parallelen Flächenpaaren, die sich in 2 + 2 gleichen Kanten schneiden. Durch zwei dieser Kanten geht die Symmetrieebene und auf den beiden anderen Kanten steht die Symmetrieachse senkrecht.

Die monoklinen Prismen $\{hk0\}$, ∞Pn;
Parameter, $a : nb : \infty c$.
Die Klinodomen $\{0hl\}$, mP;
Parameter, $\infty a : b : mc$.

Bei den Pyramiden hat man allerdings wie bei den Hemidomen zwei Reihen zu unterscheiden. Die Flächen der einen Reihe liegen in



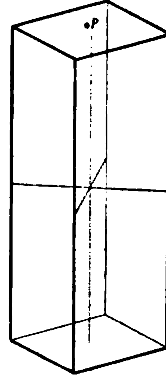


Fig. 298. Monokline Prismen $\{hk0\}$, ∞Pn mit der Basis $c = \{001\}$, $0P$.

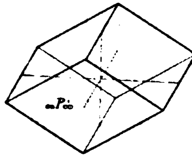


Fig. 299. Klinodoma $\{0hl\}$, $mP\grave{\infty}$ mit dem Orthopinakoid $\infty P\bar{\infty}$, $\{100\}$.

den vorderen unteren und hinteren oberen, die der anderen in den vorderen oberen und hinteren unteren Oktanten. Die ersteren nennt man positive, die letzteren negative Hemipyramiden.

Die positiven Hemipyramiden $\{hk\bar{l}\}$, $+mPn$
und negativen Hemipyramiden $\{hkl\}$, $-mPn$;
Parameter, $a : nb : mc$.

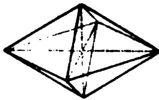


Fig. 300. Negative Hemipyramide $\{hkl\}$, $-mPn$ (vorne oben und hinten unten) und positive Hemipyramide $\{hk\bar{l}\}$, $+mPn$.

Das Prisma mit den Indices $\{110\}$, das Klinodoma mit den Indices $\{011\}$ und die Hemipyramiden mit den Indices $\{11\bar{1}\}$ bzw. $\{111\}$ nennt man primäre.

Bei den Prismen und Pyramiden kann man ähnlich wie im rhombischen System solche der klinodiagonalen und andere der orthodiagonalen Reihe unterscheiden. Die ersteren schneiden die Achse b in 1, dagegen die Achse a (Klinodiagonale) in einem Abstand, der größer ist als 1. Bei den Formen der orthodiagonalen Reihe ist es umgekehrt. Also

Prismen der klinodiagonalen Reihe $(h > k)$ $\{kh0\}$, $\infty P\grave{n}$;
Parameter, $na : b : \infty c$ $(n > 1)$.

Pyramiden der klinodiagonalen Reihe $\begin{cases} (h > k) \; \{khl\}, \; -mP\grave{n}; \\ \text{oder } \{kh\bar{l}\}, \; +mP\grave{n}. \end{cases}$
Parameter, $na : b : mc$ $(n > 1)$.

Prismen der orthodiagonalen Reihe $\{h\,k\,0\}$, $\infty \overset{|}{P} n$;
Parameter, $a : nb : \infty c$.

Pyramiden der orthodiagonalen Reihe $\begin{cases} \{h\,k\,l\}, & -m\overset{|}{P}n; \\ \{h\,k\,\bar{l}\}, & +m\overset{|}{P}n; \end{cases}$
Parameter, $a : nb : mc$.

Bezüglich der wichtigsten Kombinationen ist zu bemerken: Die im Gleichgewicht kombinierten drei Pinakoide sehen aus wie die Kombination eines rhombischen Prismas mit der Basis Fig. 39. Die Kanten zwischen Basis und Klinopinakoid werden abgestumpft durch die Klinodomen, die zwischen Basis und Orthopinakoid durch die Hemidomen, die zwischen Orthopinakoid und Klinopinakoid durch die Prismen. Die Kanten der Prismen werden durch Ortho- und Klinopinakoid, die der Klinodomen durch Klinopinakoid und Basis gerade abgestumpft. Die Polkanten der Pyramiden werden durch die Flächen eines Hemidomas mit gleicher a- und c-Achse gerade abgestumpft. Die seitlichen Kanten der Pyramiden stumpft die Symmetrieebene gerade ab. Pyramiden und Prismen mit gleichem h und k bilden Basiskanten.



Fig. 302. Prisma $p = \{110\}$, ∞P; Klinopinakoid $b = \{010\}$, $\infty \overset{\backslash}{P} \infty$; Basis $c = \{001\}$, $0P$; Klinodoma $q = \{011\}$, $\overset{\backslash}{P} \infty$; Positives Hemidoma $r = \{20\bar{1}\}$, $+2\overset{|}{P}\infty$; Positive Pyramide $o = \{11\bar{1}\}$, $+P$. ($K_2SO_4 \cdot MgSO_4 \cdot 6H_2O$.)

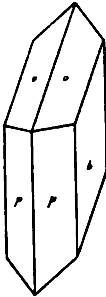


Fig. 301. Prisma $p = \{110\}$, ∞P; Klinopinakoid $b = \{010\}$, $\infty \overset{\backslash}{P} \infty$; Negative Pyramide $o = \{111\}$, $-P$. (Gips.)

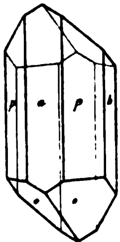


Fig. 303. Prisma $p = \{110\}$, ∞P; Orthopinakoid $a = \{100\}$, $\infty \overset{|}{P} \infty$; Klinopinakoid $b = \{010\}$, $\infty \overset{\backslash}{P} \infty$; Positive Pyramide $o = \{11\bar{1}\}$, $+P$. (Augit.)

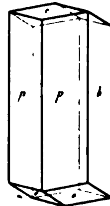


Fig. 304. Prisma $p = \{110\}$, ∞P; Klinopinakoid $b = \{010\}$, $\infty \overset{\backslash}{P} \infty$; Basis $c = \{001\}$, $0P$; Positive Pyramide $o = \{11\bar{1}\}$ $+P$. (Hornblende.)

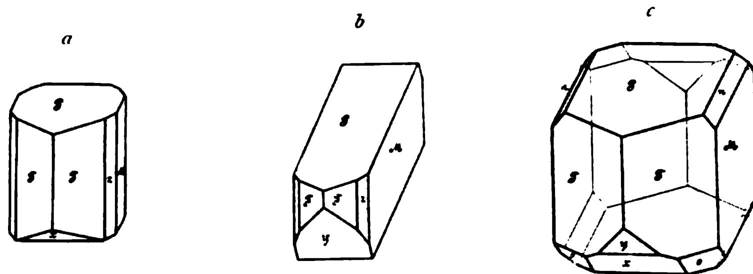


Fig. 305.

a. Basis $P = \{001\}$, $0P$; Klinopinakoid $M = \{010\}$, $\infty P \grave{\infty}$; Prismen $T = \{110\}$, ∞P und $z = \{120\}$, $\infty P \grave{2}$; Hemidoma $x = \{10\bar{1}\}$, $+P\bar{\infty}$.

b. $P = \{001\}$, $0P$; $M = \{010\}$, $\infty P \grave{\infty}$; $T = \{110\}$, ∞P; $z = \{120\}$, $\infty P \grave{2}$; $y = \{201\}$, $+2P\bar{\infty}$.

(Alkalifeldspat.)

c. $P = \{001\}$, $0P$; $M = \{010\}$, $\infty P \grave{\infty}$; $T = \{110\}$, ∞P; $x = \{10\bar{1}\}$, $+P\bar{\infty}$; $y = \{20\bar{1}\}$, $+2P\bar{\infty}$; $o = \{11\bar{1}\}$, $+P$; $n = \{021\}$, $2P\grave{\infty}$.

29. Hemiedrie nach der Symmetrieachse oder monoklin-domatische Klasse. Symmetrieverhältnisse: Eine Symmetrieebene.



Fig. 306.

Vorkommende Formen: Die charakteristische Abweichung der Symmetrie dieser Klasse gegenüber der Holoedrie beruht in dem Fehlen des Symmetriezentrums. Daraus ergibt sich, daß alle Formen der Holoedrie mit Ausnahme einer einzigen hier in zwei Formen auftreten, von denen die eine die Parallelflächen der anderen darstellt. Die Ausnahme ist die Symmetrieebene selbst, welche mit einem parallelen Flächenpaar als Klinopinakoid erscheint. Alle anderen Formen haben, soweit ihre Flächen zu der Symmetrieebene senkrecht stehen, nur je eine, und soweit sie gegen die Symmetrieebene geneigt sind, je nur zwei Flächen. Demnach haben wir folgende Formen:

Das Klinopinakoid $\{010\}, \infty P \grave{\infty}$.

Das vordere Orthopinakoid $\{100\}, \dfrac{\infty P \bar{\infty}}{2} v$

und hintere Orthopinakoid $\{\bar{1}00\}, \dfrac{\infty P \bar{\infty}}{2} h$.

Die obere Basis $\{001\}, \dfrac{0P}{2} o$

und untere Basis $\{00\bar{1}\}, \dfrac{0P}{2} u$.

Die positiven vorderen Tetartodomen (Hemidomen)

$\{h 0 \bar{l}\}, + \dfrac{m P \bar{\infty}}{2} v$

die positiven hinteren Tetartodomen (Hemidomen)

$$\{\bar{h}\,0\,l\},\ +\frac{m\grave{P}\infty}{2}\,h$$

und negativen vorderen Tetartodomen (Hemidomen)

$$\{h\,0\,l\},\ -\frac{m\grave{P}\infty}{2}\,v$$

und negativen hinteren Tetartodomen (Hemidomen)

$$\{\bar{h}\,0\,\bar{l}\},\ -\frac{m\grave{P}\infty}{2}\,h.$$

Die oberen Hemi-Klinodomen $\{0\,h\,l\},\ \frac{m\grave{P}\infty}{2}\,o$

und unteren Hemi-Klinodomen $\{0\,h\,\bar{l}\},\ \frac{m\grave{P}\infty}{2}\,u.$

Die vorderen Prismen $\{h\,k\,0\},\ \frac{\infty Pn}{2}\,v$

und hinteren Prismen $\{\bar{h}\,k\,0\},\frac{\infty Pn}{2}\,h.$

Die positiven vorderen Tetartopyramiden $\{h\,k\,\bar{l}\},\ +\frac{mPn}{2}\,v$

die positiven hinteren Tetartopyramiden $\{\bar{h}\,k\,l\},\ +\frac{mPn}{2}\,h$

und negativen vorderen Tetartopyramiden $\{h\,k\,l\},\ -\frac{mPn}{2}\,v$

und negativen hinteren Tetartopyramiden $\{\bar{h}\,k\,\bar{l}\},\ -\frac{mPn}{2}\,h.$

Die Kombination zeigen hemimorphen Habitus.



Fig. 307. $a = \{100\}$, $\infty\grave{P}\infty$; $m = \{110\}$, ∞P; $c = \{001\}$, $0P$; $q = \{011\}$, $\frac{\grave{P}\infty}{2}\,o$; $o = \{11\bar{1}\}$, $+\frac{P}{2}\,u$; $v = \{13\bar{3}\}$, $+\frac{\grave{P}3}{2}\,u$.
(Tetrathionsaures Kalium.)

30. **Hemiedrie nach der Symmetrieebene oder monoklin-sphenoidische Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Eine zweizählige Symmetrieachse.

Vorkommende Formen: Das charakteristische dieser Klasse ist die polare Ausbildung der b-Achse, also der Symmetrieachse. Eine

Fläche, die senkrecht steht zu dieser Achse genügt also der Symmetrie als einzelne Kristallfläche. Flächen, welche jener Achse parallel gehen, müssen in um 180° gedrehter Stellung noch einmal, also als paralleles Flächenpaar vorhanden sein. Dahin gehören Orthopinakoid, Basis und Hemidomen der Holoedrie. Liegt eine Fläche aber geneigt zur Symmetrieachse, so erfordert diese eine zweite gleiche um 180° gedrehte Fläche und diese beiden genügen miteinander den Forderungen der Symmetrie. So erhält man statt der holoedrischen Klinodomen, Prismen und Hemipyramiden zweiflächige Hälftformen, die entweder dem rechten oder dem linken Pol der Symmetrieachse angehören. Man hat demnach folgende Formen:

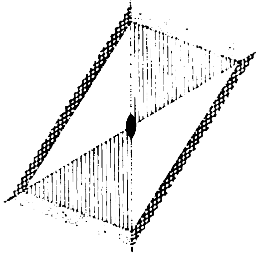


Fig. 308.

Das rechte Klinopinakoid $\{010\}$, $\frac{\infty P \grave{\infty}}{2} r$

und linke Klinopinakoid $\{0\bar{1}0\}$, $\frac{\infty P \grave{\infty}}{2} l$.

Das Orthopinakoid $\{100\}$, $\infty P \bar{\infty}$.

Die Basis $\{001\}$, $0P$.

Die Ortho-Hemidomen $\{h0l\}$, $mP\bar{\infty}$.

Die rechten Hemiprismen $\{hk0\}$, $\frac{\infty Pn}{2} r$

und linken Hemiprismen $\{h\bar{k}0\}$, $\frac{\infty Pn}{2} l$.

Die rechten Hemiklinodomen $\{0hl\}$, $\frac{mP\grave{\infty}}{2} r$

und linken Hemiklinodomen $\{0\bar{h}l\}$, $\frac{mP\grave{\infty}}{2} l$.

Die positiven rechten Tetartopyramiden $\{hk\bar{l}\}$, $+\frac{mPn}{2} r$

und positiven linken Tetartopyramiden $\{h\bar{k}\bar{l}\}$, $+\frac{mPn}{2} l$

und negativen rechten Tetartopyramiden $\{hkl\}$, $-\frac{mPn}{2} r$

und negativen linken Tetartopyramiden $\{h\bar{k}l\}$, $-\frac{mPn}{2} l$.

Sämtliche rechten und linken Formen sind enantiomorph.

Bei den Kombinationen ist deren hemimorphes Aussehen zu beachten.



Fig. 309. $a = \{100\}$, $\infty P\overset{|}{\infty}$; $p = \{110\}$, $\frac{\infty P}{2} r$; $p_l = \{1\bar{1}0\}$, $\frac{\infty P}{2} l$; $c = \{001\}$, $0P$; $r = \{101\}$, $-P\overset{|}{\infty}$; $\varrho = \{10\bar{1}\}$, $+P\overset{|}{\infty}$; $q = \{011\}$, $\frac{P\overset{\backslash}{\infty}}{2} r$. (Rechtsweinsäure.)

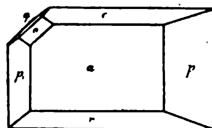


Fig. 310. $a = \{100\}$, $\infty P\overset{|}{\infty}$; $p = \{110\}$ $\frac{\infty P}{2} r$; $p_l = \{1\bar{1}0\}$, $\frac{\infty P}{2} l$; $c = \{001\}$, $0P$; $r = \{10\bar{1}\}$, $+P\overset{|}{\infty}$; $q = \{0\bar{1}1\}$, $\frac{P\overset{\backslash}{\infty}}{2} l$; $o = \{1\bar{1}1\}$, $-\frac{P}{2} l$. (Rohrzucker.)

Zwillinge des monoklinen Systems.

Nachstehende Zwillinge gehören alle der Holoedrie an.

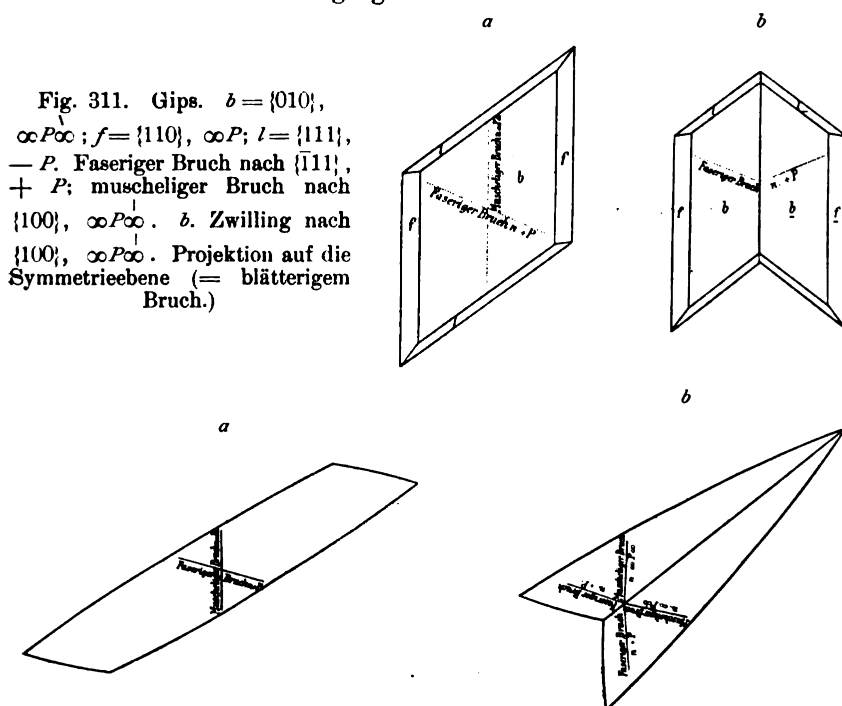


Fig. 311. Gips. $b = \{010\}$, $\infty P\overset{\backslash}{\infty}$; $f = \{110\}$, ∞P; $l = \{111\}$, $-P$. Faseriger Bruch nach $\{\bar{1}11\}$, $+P$; muscheliger Bruch nach $\{100\}$, $\infty P\overset{|}{\infty}$. *b*. Zwilling nach $\{100\}$, $\infty P\overset{|}{\infty}$. Projektion auf die Symmetrieebene (= blätterigem Bruch.)

Fig. 312. Gips. Linsenförmige Kristalle auf die Symmetrieebene projiziert. *b*. Zwilling nach $\{101\}$, $-P\overset{|}{\infty}$. Winkel des muscheligen Bruchs zur Zwillingstrace 61° 16′; Winkel des faserigen Bruchs zur Zwillingstrace 61° 31′. Es fällt also der faserige Bruch des einen Kristalls fast genau in die Richtung des muscheligen Bruchs im anderen Kristall.

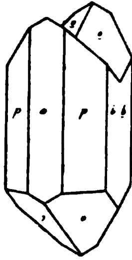


Fig. 313. **Augit.** $p = \{110\}$, ∞P; $a = \{100\}$, $\infty P\stackrel{|}{\infty}$; $b = \{010\}$, $\infty P\stackrel{\backslash}{\infty}$; $o = \{10\bar{1}\}$, $+P$. **Berührungszwilling nach** $\{100\}$, $\infty P\stackrel{|}{\infty}$.

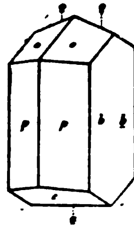


Fig. 314. **Hornblende.** $p = \{110\}$, ∞P; $b = \{010\}$, $\infty P\stackrel{\backslash}{\infty}$; $c = \{001\}$, $0P$; $o = \{11\bar{1}\}$, $+P$. **Berührungszwilling nach** $\{100\}$, $\infty P\stackrel{|}{\infty}$.

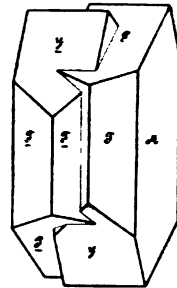


Fig. 315. **Orthoklas.** $T = \{110\}$, ∞P; $M = \{010\}$, $\infty P\stackrel{\backslash}{\infty}$; $P = \{001\}$, $0P$; $y = \{20\bar{1}\}$, $+2P\stackrel{|}{\infty}$. **Durchkreuzungszwilling nach** $\infty P\stackrel{|}{\infty}$, $\{100\}$. **(Karlsbader Zwilling.) Verwachsungsebene** $\infty P\stackrel{\backslash}{\infty}$, $\{010\}$.

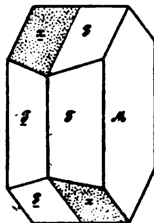


Fig. 316. **Orthoklas. Ausgebildet wie Fig. 315, aber statt** y **mit** $x = \{10\bar{1}\}$, $+P\stackrel{|}{\infty}$, **das gegen die Achse** c **fast genau ebenso geneigt ist wie die Basis** P. **Berührungszwilling symmetrisch n.** $\{100\}$, $\infty P\stackrel{|}{\infty}$ **verwachsen mit** $M = \{010\}$. **(Karlsbader Gesetz.)**

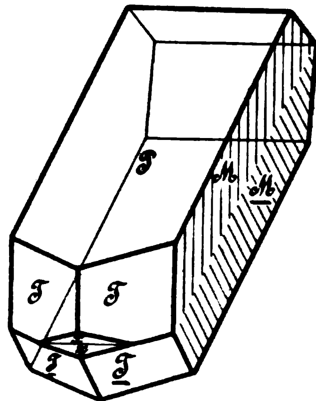


Fig. 317. **Orthoklas.** $T = \{110\}$, ∞P; $P = \{001\}$, $0P$; $M = \{010\}$, $\infty P\stackrel{\backslash}{\infty}$; $x = \{10\bar{1}\}$, $+P\stackrel{|}{\infty}$. **Berührungszwilling nach** $\{001\}$, $0P$. **(Manebacher Gesetz.)**

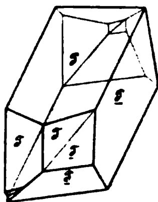
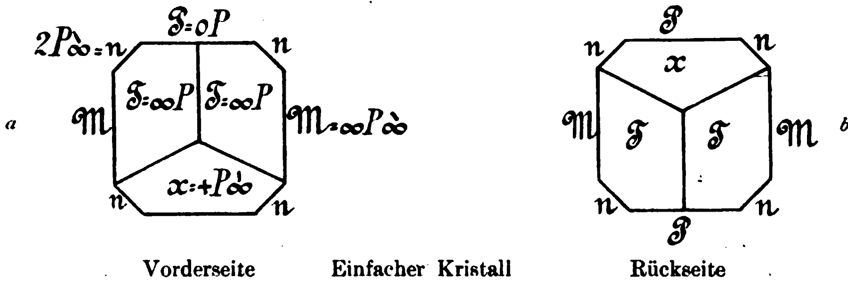
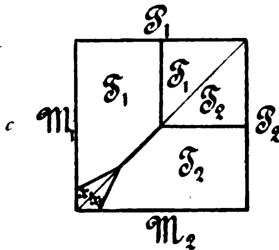
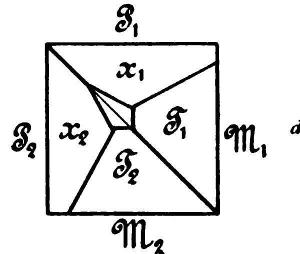


Fig. 318. **Orthoklas.** $T = \{110\}$, ∞P; $P = \{001\}$, $0P$; $M = \{010\}$, $\infty P\stackrel{\backslash}{\infty}$; $x = \{10\bar{1}\}$, $+P\stackrel{|}{\infty}$. **Berührungszwilling nach** $\{021\}$, $2P\stackrel{\backslash}{\infty}$, **welches die Kante zwischen** P **und** M **fast gerade abstumpft. Neigung der Zwillingsebene zu** $P = 40^\circ\ 57'$, **daher** $P : \underline{P} = 89^\circ\ 54'$. **(Bavenoer Gesetz.)**

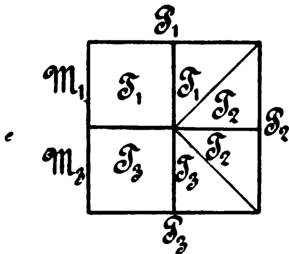


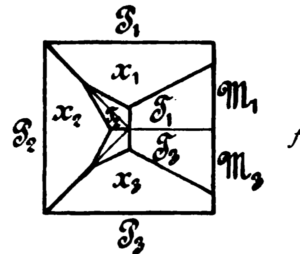
Vorderseite Einfacher Kristall Rückseite





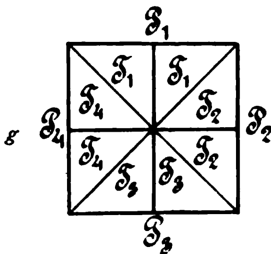
Vorderseite Zwilling Rückseite

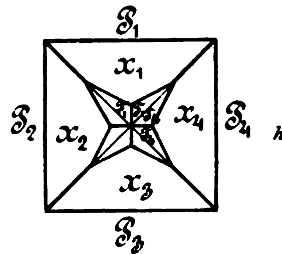




Vorderseite Drilling Rückseite

1 gegen 2 und 2 gegen 3 symmetrisch nach $n = \{021\}$, $2P\grave{\infty}$, oder auch 1 gegen 3 symmetrisch nach $\mathfrak{P} = \{001\}$, $0P$.





Vorderseite Vierling Rückseite

1 : 2, 2 : 3, 3 : 4 oder 1 : 2, 1 : 4, 2 : 3 symmetrisch nach $n = \{021\}$, $2P\grave{\infty}$ oder auch 1:2 symmetrisch nach $n = \{021\}$, $2P\grave{\infty}$ aber 3:1 und 4:2 symmetrisch nach $\mathfrak{P} = \{001\}$, $0P$. (Dünne Linien bedeuten einspringende, dicke Linien ausspringende Winkel.)

Fig. 319. Orthoklas. Zwillinge, Drillinge und Vierlinge nach dem Bavenoer Gesetz (siehe Fig. 305). Projektion auf eine Fläche senkrecht zur Achse *a* oder zur Zone $\mathfrak{P} : M$.

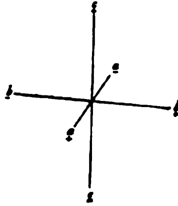


Fig. 320.

VI. Triklines Kristallsystem. Als Koordinatenachsen dienen drei beliebige Kristallkanten. Daraus folgt a, b, c verschieden und ebenso α, β, γ verschieden. Man setzt $a < b \lesseqgtr c$.

31. **Holoedrie oder pinakoidale Klasse.** Symmetrieverhältnisse: Ein Zentrum der Symmetrie und eine zweizählige Achse der zusammengesetzten Symmetrie. (Vgl. Fig. 16, 17, S. 9.

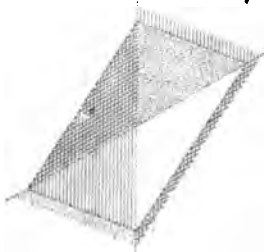


Fig. 321. Projektion auf das Brachypinakoid (seitliche Endfläche).

Vorkommende Formen: Jede Fläche mit ihrer parallelen Gegenfläche ist eine vollständige Kristallform. Wir haben nun nach der Lage zu den Koordinatenachsen zu unterscheiden: Drei Pinakoide, deren Flächen je zwei Achsen parallel gehen; prismatische Formen, deren Flächen je einer Achse parallel gehen und welche man, wenn sie der Vertikalachse parallel verlaufen, Prismen, wenn sie der (kürzeren) a-Achse parallel gehen, Brachydomen, und wenn sie der (längeren) b-Achse parallel gehen, Makrodomen nennt; pyramidale Formen, deren Flächen alle drei Achsen schneiden und die man Tetartopyramiden nennt. Bei den Prismen, Domen und Pyramiden muß man angeben, in welchen Oktanten eine ihrer Flächen liegt. So hat man folgende Formen:

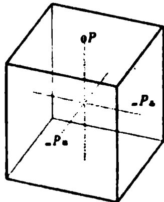


Fig. 322. Basis $0P$, $\{001\}$; Brachypinakoid $\infty P\breve{\infty}$, $\{010\}$; Makropinakoid $\infty P\bar{\infty}$, $\{100\}$.

Das Makropinakoid $\{100\}$, $\infty P\bar{\infty}$
Parameter, $a : \infty b : \infty c$.

Das Brachypinakoid $\{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$
Parameter, $\infty a : b : \infty c$.

Die Basis $\{001\}$, $0P$
Parameter, $\infty a : \infty b : c$.

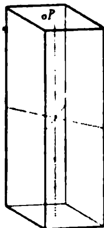


Fig. 323. Rechtes $\{hk0\}$, $\infty P_{,}'$, und linkes Hemiprisma $\{h\bar{k}0\}$, $\infty_{,}'P$ mit der Basis $\{001\}$, $0P$.

Die rechten Hemiprismen
$\{hk0\}$, $\infty P_{,}'$
und linken Hemiprismen
$\{h\bar{k}0\}$, $\infty_{,}'P$
Parameter, $a : nb : \infty c$.

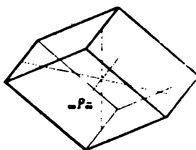


Fig. 324. Rechtes $\{0hl\}$, $m_{,}P'\breve{\infty}$ und linkes Hemibrachydoma $\{0\bar{h}l\}$, $m'P_{,}\breve{\infty}$ mit dem Makropinakoid $\{100\}$, $\infty P\bar{\infty}$.

Die rechts oben und links unten liegenden Hemi-Brachydomen $\{0hl\}$, $m_{,}P'\breve{\infty}$ bzw. links oben und rechts unten liegenden Hemi-Brachydomen $\{0\bar{h}l\}$, $m'P_{,}\breve{\infty}$
Parameter, $\infty a : b : mc$.

Die vorn oben und hinten unten liegenden Hemi-Makrodomen $\{h0l\}$, $m'P'\bar{\infty}$

bzw. vorn unten und hinten oben liegenden Hemi-Makrodomen $\{h0\bar{l}\}$, $m_{|}P_{|}\bar{\infty}$

Parameter, $a : \infty b : mc$.

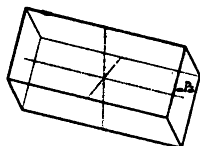


Fig. 325. Oberes $\{h0l\}$, $m'P'\bar{\infty}$ und unteres Hemimakrodoma $\{h0\bar{l}\}$, $m_{|}P_{|}\bar{\infty}$ mit dem Brachypinakoid $\{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$.

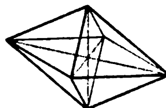


Fig. 326. 4 Tetartopyramiden.
$\{hkl\}$ $mP'n$
$\{h\bar{k}l\}$ $m'Pn$
$\{hk\bar{l}\}$ $mP_{|}n$
$\{h\bar{k}\bar{l}\}$ $m_{|}Pn$.

Die rechten oberen vorderen Tetartopyramiden $\{hkl\}$, $mP'n$.
Die linken oberen vorderen Tetartopyramiden $\{h\bar{k}l\}$, $m'Pn$.
Die rechten unteren vorderen Tetartopyramiden $\{hk\bar{l}\}$, $mP_{|}n$.
Die linken unteren vorderen Tetartopyramiden $\{h\bar{k}\bar{l}\}$, $m_{|}Pn$.

Parameter, $a : nb : mc$.

Bezüglich der verschiedenen Prismen, Domen und Pyramiden, die infolge des schwankenden Verhältnisses zwischen h, k und l möglich sind, verhält es sich hier ganz analog wie im rhombischen Kristallsystem, d. h. man unterscheidet Prismen und Pyramiden der brachy- und der makrodiagonalen Reihe (Fig. 327).

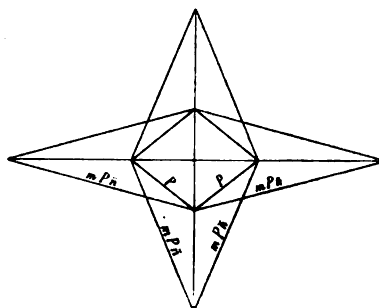


Fig. 327. Grundriß der Prismen und Pyramiden der makro- und brachydiagonalen Reihe. Auf der Basis.

Auch in bezug auf die wichtigsten Kombinationen findet das bei den rhombischen und monoklinen Kristallen Gesagte sinngemäße Anwendung.

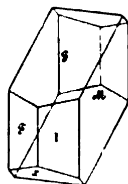


Fig. 328. P = $\{001\}$, $0P$; $M = \{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$; $T = \{1\bar{1}0\}$, $\infty{}'P$; $l = \{110\}$, $\infty P'_{,}$; $x = \{10\bar{1}\}$, $_{|}P_{,}\bar{\infty}$.
(Plagioklas.)

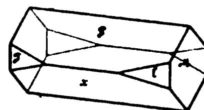


Fig. 329. P = $\{001\}$, $0P$; $M = \{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$; $x = \{10\bar{1}\}$, $_{|}P_{|}\bar{\infty}$; $T = \{1\bar{1}0\}$, $\infty{}'P$; $l = \{110\}$, $\infty P'_{,}$.
(Plagioklas, Periklinausbildung.)



Fig. 330. $a = \{100\}$, $\infty P\bar{\infty}$; $b = \{010\}$, $\infty P\breve{\infty}$; $c = \{001\}$, $0P$; $p = \{110\}$, $\infty P_{|}$; $p' = \{1\bar{1}0\}$, $\infty_{|}P$; $o = \{11\bar{1}\}$, $P_{|}$; $q = \{011\}$, ${}_{|}P'\breve{\infty}$; $q' = \{0\bar{1}1\}$, $'P\breve{\infty}$; $t = \{0\bar{2}1\}$, $2'P_{|}\breve{\infty}$; $\sigma = \{12\bar{1}\}$, $2P_{|}\breve{2}$. (Kupfervitriol.)



Fig. 331.

32. **Hemiedrie oder asymmetrische Klasse.** Die Kristalle besitzen keinerlei Symmetrie.

Vorkommende Formen: Das mangelnde Symmetriezentrum bedingt, daß alle Formen der Holoedrie hier in zwei zerfallen, weil jede einzelne Fläche auch ohne Parallelfläche als Form möglich ist. Wir haben den Verhältnissen der Holoedrie entsprechend folgende Formen:

Das vordere Makropinakoid $\{100\}$, $\frac{\infty P\bar{\infty}}{2}v$

und hintere Makropinakoid $\{\bar{1}00\}$, $\frac{\infty P\bar{\infty}}{2}h$.

Das rechte Brachypinakoid $\{010\}$, $\frac{\infty P\breve{\infty}}{2}r$

und linke Brachypinakoid $\{0\bar{1}0\}$, $\frac{\infty P\breve{\infty}}{2}l$.

Die obere Basis $\{001\}$, $\frac{0P}{2}o$

und untere Basis $\{00\bar{1}\}$, $\frac{0P}{2}u$.

Die rechten vorderen Prismen $\{hk0\}$, $\frac{\infty Pn}{2}r\,v$.

Die linken vorderen Prismen $\{hk0\}$, $\frac{\infty Pn}{2}l\,v$.

Die rechten hinteren Prismen $\{hk0\}$, $\frac{\infty Pn}{2}r\,h$.

Die linken hinteren Prismen $\{\bar{h}\,\bar{k}\,0\}$, $\frac{\infty P n}{2}\, l\, h$.

Die rechten oberen Brachydomen $\{0\,h\,l\}$, $\frac{m P \breve{\infty}}{2}\, r\, o$.

Die rechten unteren Brachydomen $\{0\,h\,\bar{l}\}$, $\frac{m P \breve{\infty}}{2}\, r\, u$.

Die linken oberen Brachydomen $\{0\,\bar{h}\,l\}$, $\frac{m P \breve{\infty}}{2}\, l\, o$.

Die linken unteren Brachydomen $\{0\,\bar{h}\,\bar{l}\}$, $\frac{m P \breve{\infty}}{2}\, l\, u$.

Die vorderen oberen Makrodomen $\{h\,0\,l\}$, $\frac{m P \bar{\infty}}{2}\, v\, o$.

Die vorderen unteren Makrodomen $\{h\,0\,\bar{l}\}$, $\frac{m P \bar{\infty}}{2}\, v\, u$.

Die hinteren oberen Makrodomen $\{\bar{h}\,0\,l\}$, $\frac{m P \bar{\infty}}{2}\, h\, o$.

Die hinteren unteren Makrodomen $\{\bar{h}\,0\,\bar{l}\}$, $\frac{m P \bar{\infty}}{2}\, h\, u$.

Die vorderen rechten oberen Pyramiden (Ogdopyramiden)
$\{h\,k\,l\}$, $\frac{m P' n}{2}\, v$.

Die vorderen rechten unteren Pyramiden (Ogdopyramiden)
$\{h\,k\,\bar{l}\}$, $\frac{m P_{|} n}{2}\, v$.

Die vorderen linken oberen Pyramiden (Ogdopyramiden)
$\{h\,\bar{k}\,l\}$, $\frac{m\, P n}{2}\, v$.

Die vorderen linken unteren Pyramiden (Ogdopyramiden)
$\{h\,\bar{k}\,l\}$, $\frac{m_{|} P n}{2}\, v$.

Die hinteren rechten oberen Pyramiden (Ogdopyramiden)
$\{\bar{h}\,k\,l\}$, $\frac{m\, P' n}{2}\, h$.

Die hinteren rechten unteren Pyramiden (Ogdopyramiden)
$\{\bar{h}\,k\,\bar{l}\}$, $\frac{m\, P_{|} n}{2}\, h$.

Die hinteren linken oberen Pyramiden (Ogdopyramiden)
$\{\bar{h}\,\bar{k}\,l\}$, $\frac{m' P n}{2}\, h$.

Die hinteren linken unteren Pyramiden (Ogdopyramiden)
$\{\bar{h}\,\bar{k}\,\bar{l}\}$, $\frac{m\, P n}{2}\, h$.

Die Formen gleicher Art, soweit sie nicht Parallelflächen darstellen, sind enantiomorph. Sonst ist über die Formen und ihre Kombinationen nichts besonderes zu sagen.

Zwillinge des triklinen Systems.

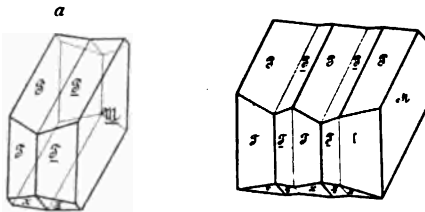


Fig. 332. Plagioklas. 𝔓 = {001}, $0P$; M = {010}, $\infty P \breve{\infty}$; 𝔗 = {1̄10}, $\infty ,\!'P$; l = {110}, $\infty P'_{,}$; x = {101̄}, $_{,}P_{,}\breve{\infty}$. *a.* Einfacher Berührungszwilling, *b.* Wiederholungzwilling (polysynthetischer Zwilling) nach M = {010}, $\infty P \breve{\infty}$. (Albitgesetz.)

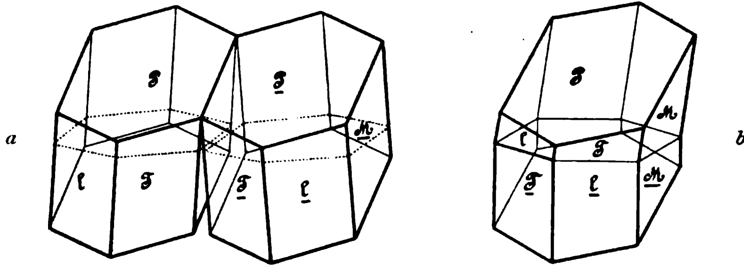


Fig. 333.

Albit (Periklin). 𝔐 = $\infty P \breve{\infty}$, {010}; 𝔓 = oP, {001}; 𝔗 = $\infty ,\!'P$, {1̄10}; $l = \infty P'_{,}$, {110}. Die Winkel am einfachen Kristall sind folgende:

(001) : (010) = 93° 30′
(010) : (110) = 119° 25½′
(01̄0) : (1̄10) = 119° 53′
(110) : (1̄10) = 120° 41½′.

Es wird der zweite Kristall gegen den ersten um eine in der Fläche 𝔓 und senkrecht auf der Kante 𝔓𝔐 liegende Achse um 180° gedreht, so daß jetzt die beiden spitzen von 𝔓 und 𝔐 gebildeten Winkel nebeneinander liegen. Sodann stehen die beiden Kristalle symmetrisch nach einer Ebene, welche senkrecht auf 𝔓 steht und in der Zone 𝔓𝔐 liegt. Denkt man sich nun beide Kristalle durchschnitten nach dem punktiert eingezeichneten, sogenannten rhombischen Schnitt, welcher so durch den Kristall gelegt ist, daß in ihm die ebenen Winkel 𝔗𝔐 und l𝔐 gleich werden, und bringt den oberen Teil des linken Kristalles auf den unteren Teil des rechten, so erhält man einen Zwilling, welcher eine im rhombischen Schnitt liegende, senkrecht auf der Zwillingsgrenze auf der Fläche 𝔐 stehende 2zählige polare Symmetrieachse besitzt. (Periklingesetz.) 𝔐 des einen und anderen Kristalls stoßen auf der einen Seite mit einspringendem, auf der anderen mit ausspringendem Winkel aneinander, und ähnlich verhält es sich mit den Flächen 𝔗 und l der beiden Kristalle. Die Zwillingstrace auf der Fläche 𝔐 ist geneigt gegen die Kante 𝔓𝔐 und zwar bald in dem Sinne wie in Fig. 333 *b*, bald in entgegengesetztem Sinne, je nach den Kristallwinkeln der Kalknatronfeldspäthe, bei denen diese Zwillingsbildung allenthalben vorkommt. Beim Albit, für welchen die Figuren gefertigt sind, beträgt dieser Winkel σ 21° 57′ gegen die Brachydiagonale $\breve{a}$ im stumpfen Winkel β.

Die physikalischen Eigenschaften der Kristalle.

I. Die Grundgesetze.

Bei der Betrachtung der physikalischen Eigenschaften der Kristalle ist stets im Auge zu behalten, daß die Kristalle physikalisch anisotrop sind, daß verschiedene Richtungen im allgemeinen verschiedenwertig, parallele und symmetrisch gelegene Richtungen gleichwertig sind. Ferner ist von Wichtigkeit, daß jede Symmetrie in geometrischer Hinsicht auch solche in physikalischer Hinsicht bedingt. Endlich muß bei den allgemeinen Betrachtungen vorausgesetzt werden, daß der Kristall ein mechanisch und chemisch homogenes Individuum darstellt.

II. Das spezifische Gewicht.

Unter „spezifischem Gewicht" versteht man das Gewicht der Volumeinheit eines Körpers. Setzt man als Volumeinheit einen Kubikzentimeter, als Gewichtseinheit 1 g, dann kann man auch sagen, das spezifische Gewicht ist das Gewicht eines Kubikzentimeters des betreffenden Körpers in Grammen. Da ein Kubikzentimeter Wasser bei 4^{0} C 1 g wiegt, so ist das spezifische Gewicht des Wassers $= 1$.

Das spezifische Gewicht ändert sich natürlich mit der sich ändernden Temperatur und dem sich ändernden Druck und man bezieht es daher stets auf Normaldruck und auf 4^{0} C, wo das Wasser seine größte Dichte und das spezifische Gewicht 1 hat.

Es ist leicht verständlich, daß Kristalle von verschiedener chemischer Zusammensetzung im allgemeinen ein verschiedenes spezifisches Gewicht besitzen, aber auch bei gleicher stöchiometrischer chemischer Zusammensetzung können zwei Kristalle verschiedenes spezifisches Gewicht zeigen und wir haben dann zwei Körper vor uns, die zwar gleichartige Masse, aber in verschiedener Menge enthalten, die sich also nur durch die Anordnung und den Bau der gleichartigen Massenteilchen voneinander unterscheiden. Hierher gehören die sog. polymorphen Körper wie Diamant und Graphit, Aragonit und Kalkspat usw.

III. Die Elastizität der Kristalle.

Das Verhalten der Körper gegenüber dem Versuch die einzelnen Teile, die ihn aufbauen, gegeneinander zu verschieben, einander zu nähern oder voneinander zu entfernen, also kurz das Verhalten bei Beanspruchung, nennt man ihre Elastizität.

Die Kraft, welche die kleinsten Teile eines Körpers zusammenhält, nennt man Kohäsion. Die Fähigkeit der Moleküle sich einander zu nähern wird als Plastizität bezeichnet. Von einem Körper, der sich nur schwer dehnen läßt, sagen wir also, er hat große Kohäsion und von einem Körper, der sich leicht zusammendrücken läßt, sagen wir, er hat große Plastizität.

Von den elastischen Eigenschaften der Kristalle sind für uns von besonderer Wichtigkeit: Die Deformation, die Spaltbarkeit, die Gleitung, der Bruch, die Härte.

A. Die Deformation. Unter Deformation wollen wir die Veränderung von Gestalt und Volumen der Kristalle verstehen, wenngleich man die Volumverminderung sonst auch als Kompression, die Volumvermehrung als Dilatation bezeichnet hat.

Die die Deformation herbeiführenden Kräfte können nun entweder allseitig oder einseitig wirken. Den ersteren Fall bezeichnet man als homogene, den letzteren als inhomogene Deformation. Wir betrachten zunächst die erstere.

Die homogene Deformation bringt man zustande durch allseitig gleich starken Zug oder Druck, oder auch durch Änderung, Steigerung oder Verminderung der Temperatur. In den meisten Fällen ist Temperatursteigerung gleichbedeutend mit Druckverminderung und umgekehrt, aber es ist dies nicht immer und im Kristall nicht in allen Richtungen der Fall.

Würde man aus jedem Kristallsystem einen Kristall auswählen und daraus eine Kugel schleifen, hierauf diese sechs Kugeln erwärmen und bei dieser erhöhten Temperatur untersuchen, dann würde man finden, daß nur eine von ihnen eine Kugel, wenn auch unter Änderung ihres Radius, geblieben ist, während zwei andere Rotationsellipsoide und die drei letzten dreiachsige Ellipsoide geworden sind. Es ist nämlich geworden

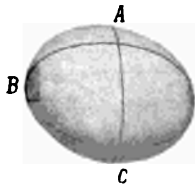


Fig. 334. Rotationsellipsoid mit kurzer Rotationsachse *A*.



Fig. 335. Rotationsellipsoid mit langer Rotationsachse *A*.

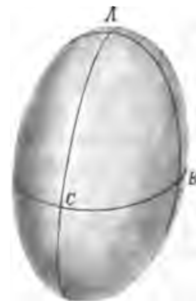


Fig. 336. Dreiachsiges Ellipsoid. Achsen *A*, *B* und *C* verschieden.

aus der Kugel des regulären Systems eine Kugel mit verändertem Radius,
„ „ „ „ tetragonalen Systems ein Rotationsellipsoid,
„ „ „ „ hexagonalen „ „ „
„ „ „ „ rhombischen „ „ dreiachsiges Ellipsoid,
„ „ „ „ monoklinen „ „ „ „
„ „ „ „ triklinen „ „ „ „

Die Oberflächen der so entstandenen Körper können wir auch als die mechanischen Elastizitätsflächen der betreffenden Kristalle bezeichnen. Ihre Radien geben uns ein Maß für die Ausdehnungskoeffizienten. Wie man sieht, zerfallen die Kristalle in drei Kategorien, die sich auch in bezug auf die Symmetrieverhältnisse aufstellen lassen. Die Elastizitätsfläche ist nämlich

eine Kugel bei den Kristallen mit mehreren Hauptsymmetrie-Ebenen oder -Achsen (regulär),
ein Rotationsellipsoid bei den Kristallen mit einer Hauptsymmetrie-Ebene oder -Achse (hexagonal und tetragonal),
ein dreiachsiges Ellipsoid bei den Kristallen ohne Hauptsymmetrie-Ebene oder -Achse (rhombisch, monoklin und triklin).

Daraus erkennen wir, daß sich die regulären Kristalle in Bezug auf die homogene Deformation verhalten wie physikalisch isotrope Körper, d. h. in allen Richtungen gleich, und man kann demnach ihre Elastizitätsfläche gegenüber dem Kristall nicht orientieren.

Die hexagonalen und tetragonalen Kristalle verhalten sich nur in einer Ebene (*CB*) in allen Richtungen gleich. Diese Ebene steht senkrecht zur Rotationsachse *A* und muß den Forderungen der Symmetrie entsprechend zusammenfallen mit der Hauptsymmetrieebene oder senkrecht stehen zur Hauptsymmetrieachse, welche sonach mit der Rotationsachse *A* zusammenfällt. Dies muß deswegen der Fall sein, weil ja in einer Hauptsymmetrieebene oder senkrecht zu einer Hauptsymmetrieachse mehr als zwei gleichwertige Richtungen vorhanden sind oder sein müssen. Wir können jetzt aber auch sagen: Sind in einer Ebene mehr als zwei geometrisch gleichwertige Richtungen vorhanden, so sind in Bezug auf die homogene Deformation alle Richtungen in dieser Ebene gleichwertig. Genau die gleichen Schlußfolgerungen lassen sich, wie sich aus dem Verhalten der regulären Kristalle ergibt, in Hinsicht auf das Verhalten der Kristalle im Raume ziehen. Die mechanische Elastizitätsfläche der hexagonalen und tetragonalen Kristalle läßt sich also gegenüber dem Kristall insofern orientieren, als die Rotationsachse mit der Hauptsymmetrieachse zusammenfällt. Ob die Rotationsachse die kürzere oder die längere Achse des Ellipsoids ist, hängt von dem Verhältnis der Ausdehnungskoeffizienten in den beiden Richtungen ab.

Die rhombischen, monoklinen und triklinen Kristalle haben als Elastizitätsfläche ein dreiachsiges Ellipsoid. Die drei zueinander senkrechten Achsen *A*, *B*, *C* haben demnach verschiedenen Wert der Elastizität. Man kann die Elastizitätsflächen gegenüber den Kristallen insofern orientieren, als bei den rhombischen die drei Achsen des Ellipsoids mit den drei Symmetrieachsen, bei den monoklinen eine von ihnen mit der vorhandenen Symmetrieachse zusammenfallen müssen, während im triklinen System eine Orientierung nicht möglich ist.

Nun können wir auch das Verhalten der Kristalle selbst bei homogener Deformation betrachten und zwar fassen wir zunächst nur solche kristallisierte Körper ins Auge, bei denen die innere Reibung während des ganzen Vorganges so groß bleibt, daß wir es dauernd mit einem festen Körper zu tun haben. Nach dem oben gesagten wird dann bei der homogenen Deformation eines Kristalls seine Symmetrie unter allen Umständen erhalten bleiben. Bei den regulären Kristallen beschränkt sich die Deformation auf eine einfache Volumenänderung unter absoluter Winkeltreue, d. h. der Kristall bleibt sich selbst parallel; sein Verhalten ist völlig gleich dem eines physikalisch isotropen Körpers. Bei den hexagonalen und tetragonalen Kristallen tritt zur Volumänderung eine Änderung der Gestalt. Nur die Prismen bleiben sich parallel, weil ihre Flächen senkrecht zur Hauptsymmetrieebene stehen, in welcher alle Richtungen gleichwertig sind. Die Pyramiden aber werden steiler oder flacher (stumpfer), weil die Elastizität in der Richtung der Hauptachse (Vertikalachse) einen anderen Wert hat als senkrecht dazu; das Achsenverhältnis $a:c$ wird also durch die Deformation verändert. Bei den rhombischen, monoklinen und triklinen Kristallen endlich bleibt bei der Deformation keine Form mehr sich selbst parallel und es ändert sich somit das Achsenverhältnis $a:b:c$, wobei allerdings im rhombischen System $\alpha = \beta = \gamma = 90^0$ bleibt, während im monoklinen der Winkel β und im triklinen α, β und γ einer Änderung unterworfen sind.

Abweichend hiervon ist die Erscheinung bei Kristallen mit sehr geringer innerer Reibung, also bei den kristallisierten Flüssigkeiten. Hier strebt der Körper ebenfalls infolge der Kristallisationskraft zu einer Ausbildung mit eigenen Flächenelementen, aber die weit überwiegende Oberflächenspannung deformiert den Kristall im wesentlichen nur in Bezug auf die Gestalt unter Erhaltung des Volumens. Die so erhaltene Form wird nur im regulären System eine vollkommene Kugel sein können, dagegen wird sie im hexagonalen und tetragonalen System ein Rotationsellipoid und in den übrigen Systemen ein dreiachsiges Ellipsoid darstellen. Eine weitergehende künstliche homogene Deformation wird daran nichts wesentliches ändern, sondern höchstens das Volumen um ein kleines vermehren oder vermindern, weil sie ja nur einer Vermehrung oder Verminderung der Oberflächenspannung entspricht. Da aber die Wachstumsgeschwindigkeit oder deren Verhältnis in verschiedenen Richtungen mit schwankender Temperatur sich ändert



Fig. 337. Kristallisierte Flüssigkeit. Die kugelähnlichen Kristalle werden infolge des vorhandenen Temperaturgefälles zu wurmartigen Gestalten und diese wieder kugelähnlich usw. Parazoxyzimtsäureäthylester. (Nach Photographie von C. Zeiss.)

derart, daß es z. B. von der Temperatur abhängt, ob ein fester Kristall in Nadeln oder in Blättchen kristallisiert, so können bei vorhandenem Temperaturgefälle (Schwanken der Temperatur) auch solche kristallisierte Tropfen ihre Gestalt wesentlich ändern — aus scheinbaren Kugeln können wurmähnliche Gestalten werden und umgekehrt.

Die inhomogene Deformation wird hervorgebracht durch einseitigen Druck oder Zug, durch Biegung, Drillung usf. Sie kann eine dauernde oder eine zeitweilige sein. Die Grenze, bei der die dauernde Deformation eines Körpers eintritt, heißt seine Elastizitätsgrenze und man nennt nun diejenigen Kristalle, welche eine weite Elastizitätsgrenze haben, die sich also z. B. stark biegen lassen und nachher wieder in die alte Lage zurückkehren, elastisch-biegsam (z. B. Glimmer). Andere Körper, die sich leicht biegen lassen, aber eine enge Elastizitätsgrenze haben, wie Gips, Talk, Gold usw. bezeichnet man als milde-biegsam. Leicht biegsame Körper mit enger Elastizitätsgrenze aber großer Kohäsion nennt man geschmeidig, dehnbar. Enge Elastizitätsgrenze und relativ kleine Kohäsion haben spröde Körper.

Im übrigen verhalten sich bei inhomogener Deformation die verschiedenen Richtungen eines Kristalls verschieden, symmetrische und parallele gleich. Würde man z. B. aus einem Steinsalzkristall nach allen möglichen Richtungen Stäbchen von gleichem Querschnitt heraus-



Fig. 338. Deformationsfläche für das Steinsalz. *A* Minima, *B* Maxima der Kohäsion. Punktiert die Haupt-, ausgezogen die Nebensymmetrieebenen.



Fig. 339. Deformationsfläche für den Kalkspat. *A* Minima, *B* Maxima der Kohäsion. Die drei Nebensymmetrieebenen sind punktiert.

schneiden, diese Stäbchen am einen Ende aufhängen und am anderen mit Gewichten belasten, bis sie brechen, dann würde man die Beobachtung machen, daß die Stäbchen verschiedener Richtungen bei verschiedener Belastung brechen. Setzt man diese Gewichtseinheiten dann als Längeneinheiten, trägt sie von einem Punkte aus als Radien in den ihnen zugehörigen Richtungen auf und verbindet ihre Enden

durch eine Fläche, dann erhält man die Elastizitätsfläche für die inhomogene Deformation. Die Fläche (Fig. 338) ist krumm, entspricht aber allen Anforderungen der Symmetrie regulärer Kristalle. In gleicher Weise kann man die entsprechende Fläche für den Kalkspat (Fig. 339) und für den rhombischen Baryt (Fig. 340) usw. darstellen.

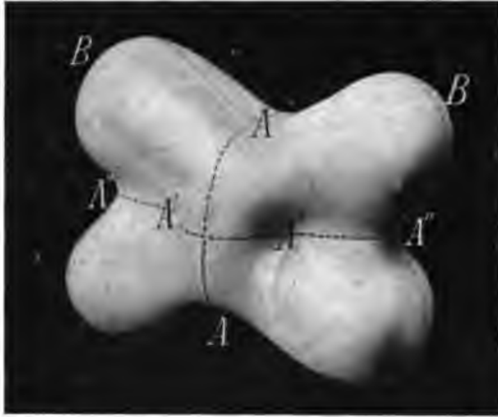


Fig. 340. Deformationsfläche für den Baryt. *A*, *A'* und *A''* Minima und *B* Maxima der Kohäsion. Die drei ungleichen Symmetrieebenen sind punktiert.

B. Die Spaltbarkeit. Unter „Spaltbarkeit" versteht man die Eigenschaft der Kristalle sich nach ebenen Flächen zu trennen. Die Beanspruchung bei der Herstellung der Spaltbarkeit ist eine einseitige und hierbei verhält sich, wie wir gesehen haben, der Kristall in verschiedenen Richtungen verschieden. Man überwindet durch die Beanspruchung die Kohäsion und die Kristalle werden dort am leichtesten brechen, wo wir sie in der Richtung des Minimums der Kohäsion beanspruchen. Die Spaltfläche steht also senkrecht zum Minimum der Kohäsion und da die parallelen Richtungen gleichwertig sind, so muß die Spaltungsfläche eine Ebene sein. Aus dem Gesagten ergibt sich aber auch, daß nur solche Kristalle eine deutliche Spaltbarkeit zeigen können, welche deutliche Unterschiede der Kohäsion in verschiedenen Richtungen erkennen lassen. Die Spaltbarkeit ist ohne Rücksicht auf die absolute Größe der Kohäsion um so besser, vollkommener, je größer die Kohäsionsunterschiede in verschiedenen Richtungen sind. Von der absoluten Größe der Kohäsion hängt nur die Kraft ab, welche man anwenden muß, um die Spaltungsfläche herzustellen. So z. B. spalten Diamant und Flußspat annähernd gleich gut, aber man muß eine viel größere Kraft zur Spaltung des ersteren als zu der des Fluorits anwenden.

Die Spaltungsflächen stehen vermutlich in innigstem Zusammenhang mit dem molekularen Bau des Kristalls und müssen darum auch dem Gesetz von der Rationalität der Indices genügen, d. h. sie müssen mögliche Kristallflächen sein. Sie müssen auch den Forderungen der Symmetrie genügen und darum spaltet ein Kristall nach allen Flächen einer Form in gleichem Grade.

Da nun ein Kristall, wie uns die Figuren 338—340 auf S. 139 und 140 zeigen, verschiedene relative Maxima und Minima besitzen kann, so kann er auch mit mehr oder minder großer Vollkommenheit nach mehreren Formen zugleich spalten. Aus den eben erwähnten Figuren läßt sich ohne weiteres auf die Spaltbarkeit der betreffenden Kristalle



Fig. 341. Würfel {100}, ∞O∞. Spaltungsgestalt des Steinsalzes. Vergl. Fig. 338.



Fig. 342. Rhomboeder {10$\bar{1}$1}, + *R*. Spaltungsgestalt des Kalkspats. Vergl. Fig. 339.

schließen, weil die Spaltflächen senkrecht zu den Richtungen liegen müssen, welche die geringste Entfernung vom Mittelpunkt der Figur haben. Das Steinsalz spaltet also nach dem Würfel {100}, der Kalkspat nach dem Rhomboeder {10$\bar{1}$1}, der Schwerspat am besten nach der Basis {001}, etwas weniger gut nach dem Prisma {110} und noch weniger gut nach dem Brachypinakoid {010}.

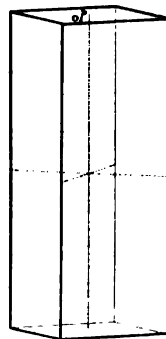


Fig. 343. Basis 0*P*, {001}; Prisma ∞*P*, {110}. Hauptspaltbarkeiten des Baryt. Vergl. Fig. 340.

Die Minima der Kohäsion fallen erfahrungsgemäß am häufigsten mit Symmetrieachsen zusammen oder stehen senkrecht auf Symmetrieebenen, oder aber sie gehen einfachen auch sonst relativ häufig auftretenden Kristallformen parallel. Dies ist aber natürlich, weil die Spaltbarkeit ja die innigsten Beziehungen hat zu dem Bau des Kristalls einerseits und zu den Kohäsionseigenschaften der Moleküle andererseits. Die häufigsten Spaltungsflächen gehen somit nach Symmetrieebenen oder stehen senkrecht zu ihnen oder zu Symmetrieachsen. Außer diesen treten nur öfters noch Spaltbarkeit nach einfachen prismatischen und pyramidalen Formen auf.

C. **Die Gleitung.** Manche Kristalle haben die Eigenschaft, daß man ihre kleinsten Teilchen nach einer bestimmten Fläche gegeneinander verschieben kann, ohne daß eine Trennung eintritt. Diese Eigenschaft nennt man Gleitung und die Fläche, nach der die Gleitung sich vollzieht, die Gleitfläche. Wie die Spaltfläche senkrecht zu einem Minimum der Kohäsion steht, so steht die Gleitfläche senkrecht zu einem Maximum der Kohäsion.

Die Gleitung ist nun aber zweierlei Art; bei den einen Kristallen, wie beim Antimonglanz und dem Eise ist es nur eine Parallelverschiebung, deren Betrag sozusagen unbegrenzt ist; bei anderen Kristallen, wie beim Kalkspat hingegen ist es eine Art Auslenkung, derart daß in der Gleitfläche keine Verschiebung der Moleküle gegeneinander stattfindet, sondern nur eine Drehung um einen bestimmten Betrag nach einer in

der Gleitfläche gelegenen Achse. Im letzteren Falle entsteht ein Zwilling mit der Gleitfläche als Zwillingsebene.

Versucht man z. B. einen Kristall von Antimonglanz um die Brachydiagonale (a-Achse) zu biegen, so entstehen auf (100) und (010) geradlinige in der Basis (001) gelegene Striche und die einzelnen von diesen Strichen begrenzten Täfelchen sind gegeneinander in der Richtung der Makrodiagonale verschoben, derart, daß auf der Spaltfläche (010) treppenförmige Absätze entstehen. Sind diese in einem kleineren Abschnitt des Kristalls in größerer Anzahl vorhanden, dann erhält dadurch der säulen- oder nadelförmig ausgebildete Kristall ein bajonettartiges Aussehen. Schneidet man aus einem Eiskristall ein parallelopipedisches

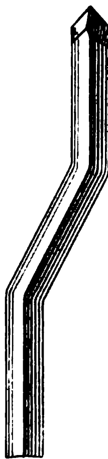
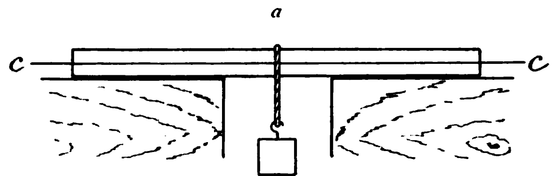
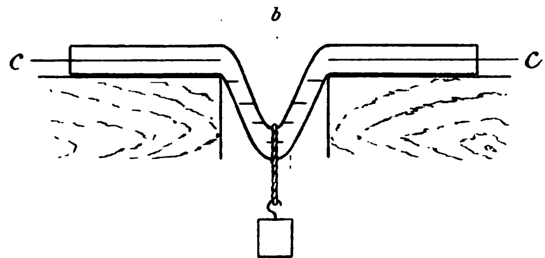


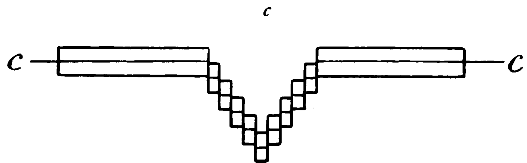
Fig. 344. Bajonettförmig gebogener Kristall von Antimonglanz. Verschiebung der Teilchen in der Richtung der Makrodiagonale b.



a Eis. Stab in der Richtung der Hauptachse c geschnitten.



b Eis. Der Stab wie in Fig. a, aber durchgebogen. Die Hauptachse, durch Striche dargestellt, bleibt sich selbst parallel.



c Schematische Darstellung der Fig. b.

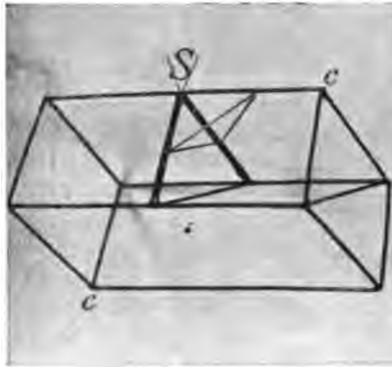
Fig. 345.

Prisma so heraus, daß die Längsrichtung der Hauptachse parallel geht, legt es dann auf eine mit einem Schlitz versehene Holzplatte und zieht durch den Schlitz über das Prisma eine Schnur, die man unten belastet, so biegt sich das Eis derart durch den Schlitz durch, daß eine lamellare Parallelverschiebung nach der Basis (001) stattfindet und somit die Hauptachse in allen Teilen des verbogenen Stabes sich selbst parallel bleibt. Auf derartige Verschiebungen hat man neuerdings z. T. die Bewegung der Gletscher zurückgeführt.

Nimmt man ein Spaltungsrhomboeder vom Kalkspat und setzt auf seine stumpfe Kante ein Messer auf, mit dem man einen Druck

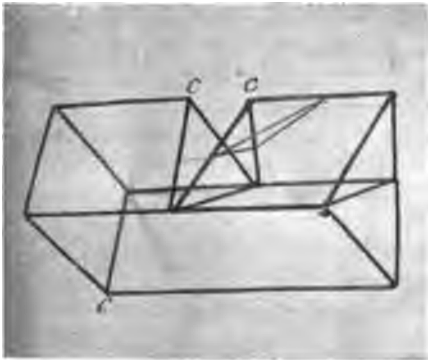
in vertikaler Richtung nach abwärts ausübt, so verschiebt sich der nach der dreikantigen Ecke hin gelegene Teil des Rhomboeders in der Richtung der beanspruchten Kante nach der dreikantigen Ecke hin so, daß er sich in Zwillingsstellung gegen den übrigen Teil des Kalkspats begibt. Die Gleitfläche und zugleich die Zwillingsfläche ist die Fläche, welche die beanspruchte Kante gerade abstumpft. Diese Fläche hat aber das Symbol $(02\bar{2}1)$. Die Hauptachsen der beiden Teile des

a



a. Ein Kalkspatrhomboeder. *c* Dreikantige Ecken. *Sc* stumpfe Rhomboederkante. *S* Messer.

b *c*

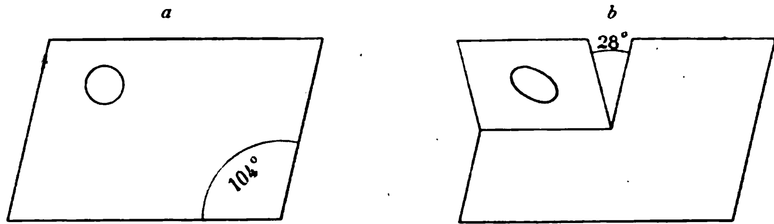




b, *c*. Wie Fig. *a*. Der rechts oben liegende Teil ist verschoben und hat eine symmetrische Stellung.
Fig. 346.

Kristalls sind nun nicht mehr parallel, sondern um einen Winkel von 63° 45′ gegeneinander gedreht und zwar hat diese Drehung die Hauptachse des verschobenen Stückes erfahren. Damit ist natürlich zugleich auch erwiesen, daß die Flächen der beiden Teile sich nur teilweise selbst parallel bleiben, andere dagegen nicht. So z. B. wird die Basis zu einem steilen negativen Rhomboeder. Die Verschiebung läßt sich

am deutlichsten zeigen, wenn man auf das zu verschiebende Stück



a. Rhomboederfläche des Calcit mit Kreis vor der Verschiebung. b. Rhomboederfläche des Calcit nach der Verschiebung mit Ellipse.

Fig. 347.

vorher einen kleinen Kreis zeichnet. Er wird durch die Verschiebung zu einer Ellipse, deren kurze Achse nachher im Hauptschnitt, d. h. in der kurzen Diagonale des Rhomboeders, gelegen ist. Diese Zwillingsbildung nach $\{02\bar{2}1\}$ ist eine Erscheinung, welche in der Natur häufig vorkommt und zwar in Form von polysynthetischer Zwillingslamellierung z. B. in den Marmoren. Ihre Ursache ist zumeist Gebirgsdruck.

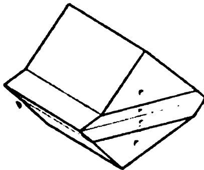


Fig. 348. Zwillingslamellen am Calcit nach $\{02\bar{2}1\}$ durch Gleitung.

Auch die **Gleitflächen** können ähnlich den Spaltflächen als **Absonderungsflächen** auftreten, wie man es öfters bei den rhomboedrischen Karbonaten und bei den Glimmern beobachtet. So sind auch die sogenannten **Schlag- und Druckfiguren** zu erklären. Setzt man auf die Würfelfläche des **Steinsalzes** eine Nadel auf und treibt sie mit kurzem Schlag hinein, so entsteht ein vierstrahliger den Diagonalen der Würfelflächen parallel verlaufender Stern von Trennungsflächen, die auf der Würfelfläche senkrecht stehen und Gleitflächen nach dem Rhombendodekaeder entsprechen. Die vier Strahlen sind durch Linien verbunden, welche den Würfelkanten parallel gehen und der Würfelspaltbarkeit angehören. Eine solche Figur bezeichnet man als Schlagfigur. Eine Schlagfigur in Form eines sechsstrahligen Sterns erhält man in gleicher Weise auf einem basischen Spaltungsplättchen des **Glimmers**. Die sechs Strahlen gehen der Umgrenzung des monoklin kristallisierenden Plättchens parallel und zwar ist der Strahl gewöhnlich besonders groß, welcher der Symmetrieebene parallel verläuft; er heißt darum der **charakteristische Strahl**. Diese Schlaglinien entsprechen untergeordneten Spalt-

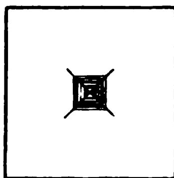


Fig. 349. Schlagfigur auf Steinsalz. Die vier Strahlen gehen den Flächen des Rhombendodekaeders parallel, welche auf der Würfelfläche senkrecht stehen (Gleitflächen).

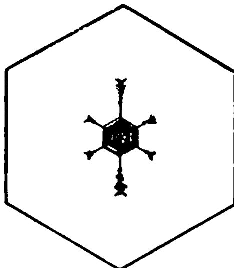


Fig. 350. Schlagfigur auf Glimmer. Die Strahlen entsprechen untergeordneten Spaltflächen.

barkeiten des Glimmers nach Flächen der Zonen Pyramide-Prisma und Basis-Symmetrieebene. Legt man nun aber ein ganz dünn gespaltenes Glimmerplättchen auf eine weiche Unterlage und übt mit einer stumpfen Spitze einen Druck aus, so entsteht eine andere Figur, die meist die Form eines Dreizacks hat und die man als Druckfigur bezeichnet. Die Strahlen der Druckfigur stehen senkrecht zu denen der Schlagfigur, also auch senkrecht zur Umgrenzung des Glimmers.

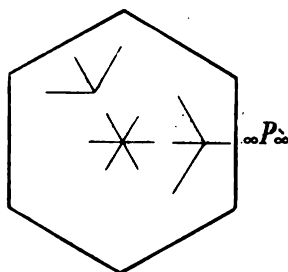


Fig. 351.
Druckfiguren auf Glimmer. Die Strahlen entsprechen Gleitflächen.



Fig. 352. Muscovit. Absonderung nach den Strahlen der Druckfigur entsprechend den Flächen (405), ($\bar{2}65$), ($\bar{2}\bar{6}5$).

Sie entsprechen Flächen aus der Zone der Hemidomen oder positiven Pyramiden der klinodiagonalen Reihe. Diese Flächen stellen nun im Gegensatz zu den Flächen der Schlagfigur Gleitflächen dar. Fältelung oder Sprünge nach den Strahlen der Druckfigur kann man an natürlichen Kristallen oft beobachten, ebenso Absonderung nach Gleitflächen (Fig. 352). Beide haben ihre Ursache im Gebirgsdruck.

D. Der Bruch. Findet die Trennung der Kristalle weder nach einer Spaltfläche noch nach einer Gleitfläche statt, dann entsteht ein unebener Bruch, der je nach seiner Beschaffenheit als splitterig (z. B. Vesuvian), oder muschelig (z. B. Quarz), oder hackig (z. B. Silber) bezeichnet wird. Der Bruch ist für manche Mineralien sehr charakteristisch. Sogenannter faseriger Bruch kommt bei den Kristallen dadurch zustande, daß zwei gute Spaltflächen sehr häufig miteinander alternieren.

E. Die Härte. Unter „Härte“ versteht man das Verhalten der Kristalle bei gar verschiedenartiger Beanspruchung. So z. B. lautet die Hertz-Auerbachsche Definition: Die Härte ist die Druckfestigkeit eines Körpers bei der Berührung einer ebenen Fläche desselben mit einer kugelförmigen Fläche des gleichen Körpers. Andere verstehen unter der Härte den Widerstand eines Körpers gegen das Abhobeln, gegen das Abfeilen, gegen das Abschleifen usw. Jede dieser Methoden führt natürlich zu anderen Zahlenwerten für die Härte. Da aber keine von ihnen bis jetzt für die Kristalle in befriedigender Weise zu einem absoluten Werte geführt hat, so werden wir zweckmäßig bei der alten

mineralogischen Definition bleiben, welche die einschlägigen allgemeinen Verhältnisse in genügend klarer Weise erläutert und auch zum Bestimmen der Mineralien gute Dienste leistet.

Die mineralogische Definition lautet: Die Härte ist der Widerstand, den die glatte Fläche eines Kristalls dem Eindringen einer darüber hinweggleitenden Spitze entgegensetzt. Es ist einleuchtend, daß die gefundene Zahlengröße abhängig ist von der Beschaffenheit der zu ritzenden Fläche, von der Gestalt der ritzenden Spitze und von der Kraft, mit welcher die Spitze angedrückt wird.

Zur Bestimmung der Härte hat Mohs aus leicht in größeren Stücken erhältlichen Mineralien eine Skala aufgestellt:

Härte		Härte	
1	Talk $H_2Mg_3Si_4O_{12}$.	6	Orthoklas $KAlSi_3O_8$.
2	Gips $CaSO_4 \cdot 2H_2O$.	7	Quarz SiO_2.
3	Kalkspat $CaCO_3$.	8	Topas $Al_2SiO_4(F, OH)_2$.
4	Flußspat CaF_2.	9	Korund Al_2O_3.
5	Apatit $Ca_5(PO_4)_3F$.	10	Diamant C.

In diese Skala lassen sich nun alle Kristalle einordnen, aber es wäre falsch anzunehmen, daß die einzelnen Skalenteile gleichweit von einander entfernt seien. Zur genaueren Bestimmung der Härte hat man nämlich besondere Instrumente, sogenannte Sklerometer (Härtemesser) konstruiert.

Die Einrichtung eines solchen Instruments ist derart, daß unter einer Spitze von Stahl oder Diamant, die von oben belastet wird, der auf einem kleinen Wagen ruhende Kristall in bestimmter Richtung weggezogen werden kann. Die Härte steht dann in geradem Verhältnis zu dem Gewicht mit dem die Spitze belastet war, als der erste Ritz auf der Platte entstand. Ein anderer ähnlich wirkender Apparat ist das sogenannte Rotationssklerometer, bei welchem mit einem scharfen Rädchen, das in seiner Härte dem zu untersuchenden Mineral nahesteht, in bestimmten Richtungen und mit einer bestimmten Anzahl von Umdrehungen und bei bestimmter Belastung des Rädchens Schnitte in eine orientierte Platte gemacht werden. Der Gewichtsverlust der Platte ist dann umgekehrt proportional der Härte.

Mit Hilfe des zuerst beschriebenen Instrumentes hat man eine Anzahl von Körpern auf ihre Härte untersucht und diese mit der Härte nach Mohs verglichen. Es ergab sich:

	Härte nach Calvert u. Johnson	Härte nach Mohs
Gußeisen . .	1000	
Stabeisen . .	948	5
Platin . . .	375	4,5 bis 4
Kupfer . .	301	3 bis 2,5
Silber . . .	208	3 bis 2,5
Gold . . .	167	3 bis 2,5
Wismut . .	52	2,5
Zinn . . .	27	2
Blei . . .	16	1,5

Aus dieser Zusammenstellung ist leicht ersichtlich, daß, wie oben schon hervorgehoben wurde, die Skalenteile der Mohsschen Härteskala sehr ungleichwertig sind, und so ist es auch erklärlich, daß zwischen einzelnen Skalenteilen sehr viele, zwischen anderen sehr wenige Mineralien zu stehen kommen.

Bei der Bestimmung der Härte wird der Kristall einseitig beansprucht und bei einseitiger Beanspruchung verhalten sich die Kristalle, wie schon wiederholt auseinandergesetzt wurde, im allgemeinen in verschiedenen Richtungen verschieden. Demnach wird auch die Härte eines Kristalls in verschiedenen Richtungen verschieden sein. Dies ist bei vielen Kristallen zu beobachten und am deutlichsten ausgeprägt beim Disthen, der davon den Namen hat und dessen trikline Kristalle auf der Fläche (100) in der Richtung der Streifung und parallel der Vertikalachse die Härte 5, senkrecht dazu aber die Härte 7 haben. Starke Kohäsionsunterschiede in verschiedenen Richtungen bedingen natürlich auch große Härteunterschiede. So ist die Spaltbarkeit auch von bedeutendem Einfluß auf die Härte. Bestimmt man diese auf einer Fläche, welche zu einer Spaltfläche senkrecht steht, so ist den Spaltungstracen parallel die kleinere, senkrecht dazu die größere Härte zu beobachten, aber die entgegengesetzten Richtungen auf derselben Linie werden gleich sein. Liegt dagegen die Spaltfläche schräg gegen die Fläche, auf welcher man beobachtet, so wird man beim Ritzen in dem Sinne der Spaltbarkeit nach *a* hin (Fig. 353) eine größere Härte finden als in entgegengesetzter Richtung, weil die ritzende Spitze im letzteren Falle mehr Angriffspunkte findet. Besonders leicht läßt sich dies beim Kalkspat beobachten. Nimmt man zwei Spaltungsrhomboeder von Kalkspat und ritzt das eine in der Richtung der kurzen Diagonale von der dreikantigen Ecke nach unten, das andere umgekehrt, so findet man, wie die beistehenden Figuren zeigen, ein ganz verschiedenes Aussehen der

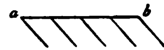


Fig. 353. Größere Härte in der Richtung $b \rightarrow a$.

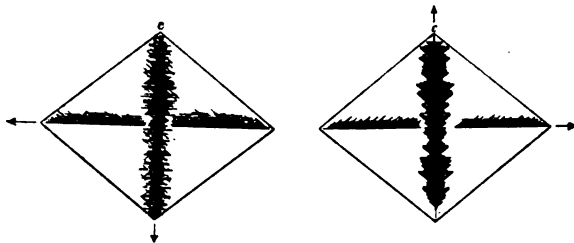


Fig. 354. Kalkspatrhomboeder mit Ritzfiguren auf der Rhomboederfläche. *c* ist dreikantige Ecke. Die Pfeile geben die Ritzrichtungen an.

beiden Ritze und fühlt auch beim Ritzen, daß die Härte im ersteren Falle, also von oben nach unten, viel größer ist, als von unten nach oben, denn im ersteren Falle ritzt man im Sinne der Spaltbarkeit. Ritzt man nun aber die beiden Rhomboeder in der Richtung der langen Diagonale und zwar das eine von rechts nach links und das andere in umgekehrter Richtung, so findet man die Härte in den beiden Richtungen und die Beschaffenheit der Ritze gleich, wie es der der kurzen Diagonale parallel verlaufenden Symmetrieebene entspricht (Fig. 354).

Bestimmt man nun mit Hilfe eines Sklerometers auf einer Kristallfläche die Härte in vielen Richtungen und trägt diese Härtewerte in

Längeneinheiten übertragen vom Mittelpunkte der Fläche aus als Radien in den betreffenden Richtungen auf und verbindet hierauf die Endpunkte der Radien, so erhält man eine sogenannte Härtekurve, welche durch die Länge der Radien angibt, wie groß die Härte in irgend einer Richtung auf dieser Fläche ist. Die Härtekurve irgend einer Fläche muß der Symmetrie des Kristalls entsprechen. Von diesem Gesichtspunkte aus sind die beistehend abgebildeten Härtekurven leicht verständlich.

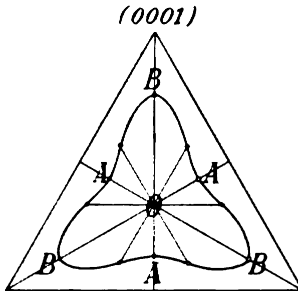


Fig. 355. Härtekurve auf der Basis 0*R* {0001} des Kalkspats. *A* sind Minima, *B* Maxima der Härte. Figur nach drei Ebenen symmetrisch.

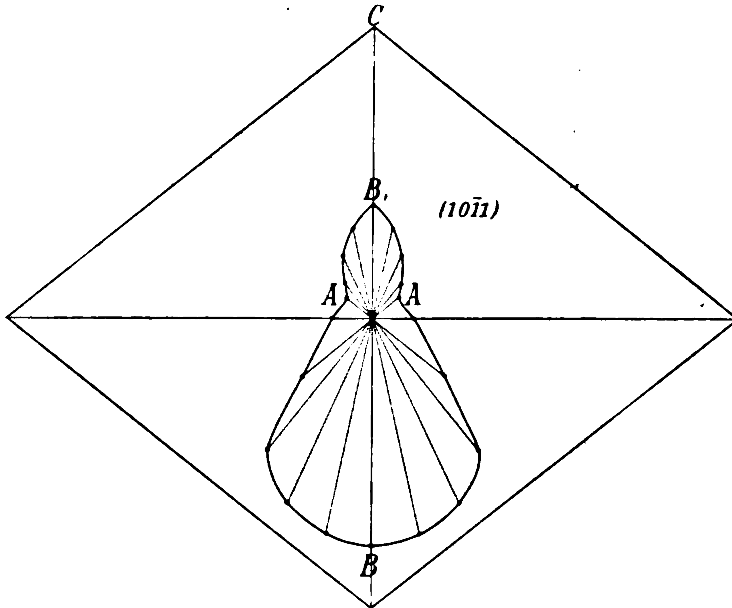


Fig. 356. Härtekurve auf der Rhomboederfläche {10$\bar{1}$1}, +*R* des Kalkspats. *A* Minima, *B* und B_1 Maxima der Härte. *C* ist dreikantige Ecke. Die Figur ist nach einer Ebene (kurze Diagonale) symmetrisch.

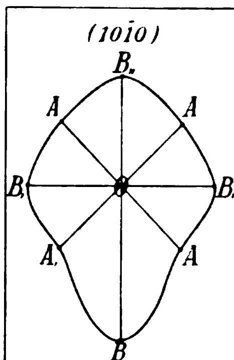


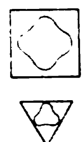
Fig. 357. Härtekurve auf dem Prisma ∞*P*, {10$\bar{1}$0} des Kalkspats. *A* und A_1 sind je gleiche Minima; *B*, B_1 und B_1 je gleiche Maxima der Härte. Die Figur ist nach einer Ebene symmetrisch.

Fig. 358.



Steinsalz.

Fig. 359.



Flußspat.

Härtekurven oben auf der Würfelfläche, unten auf der Oktaederfläche.

IV. Auflösung und Zersetzung der Kristalle.

Die Zerstörung eines Kristalls kann entweder erfolgen durch einfache Auflösung in einem Lösungsmittel, aus dem man ihn durch Verdunsten, Abkühlen usw. wiedergewinnen kann, oder aber durch einen chemischen Vorgang, den man Zersetzung nennt. — So kann man z. B. Steinsalz in Wasser lösen oder Salmiakkristalle verdampfen und man kann im ersten Falle das Chlornatrium durch Verdunstung oder Abkühlung des Lösungsmittels, im zweiten Falle den Salmiak durch Abkühlen des Dampfes wieder erhalten. Kalkspat kann man durch Salzsäure zersetzen, Diamant im Sauerstoff verbrennen, Quarz mit Flußsäure verbinden und in diesen Fällen die ursprüngliche Substanz nur mit Hilfe von chemischen Reaktionen wieder herstellen.

In welcher von diesen beiden Arten die Zerstörung eines Kristalls auch vorgenommen wird, die zu beobachtenden Erscheinungen bleiben die gleichen. Der Kristall behält nicht seine Form während des ganzen Vorganges, sondern er ändert sie. Der Kristall ist ja ein anisotroper Körper, d. h. er verhält sich in verschiedenen Richtungen verschieden, somit wird sich auch die Auflösung, Verdampfung, Zersetzung, Oxydation usw. in verschiedenen Richtungen verschieden schnell vollziehen. Genau so wie die Wachstumsgeschwindigkeit verschieden ist in verschiedenen Richtungen und bei verschiedenen Lösungsmitteln, genau so ist es auch bei den hier zu betrachtenden Vorgängen. Nehmen wir z. B. eine Lösung von Chlornatrium in Wasser und verdunsten das Lösungsmittel, dann erhält man Würfel. Die Wachstumsgeschwindigkeit ist demnach bei diesem Lösungsmittel am größten in der Richtung der Würfelecken und -Kanten, d. h. in den Richtungen der trigonalen und der zweizähligen Symmetrieachsen. Bringt man einen Chlornatriumwürfel in eine nicht ganz konzentrierte Kochsalzlösung, dann löst er sich zum Teil auf und zwar runden sich die Kanten und Ecken, sie lösen sich schneller auf als die Flächen. Wir ersehen daraus, daß die Richtungen größter Wachstumsgeschwindigkeit bei gleichbleibendem Lösungsmittel auch zugleich die Richtungen größter Lösungsgeschwindigkeit sind. Daß aber bei einem anderen Lösungsmittel diese Richtungen größter Wachstums- und Lösungsgeschwindigkeit nicht mehr dieselben sind, sieht man, wenn man Chlornatrium aus Harnstoff kristallisiert. Es bilden sich dann Oktaeder und die vierzähligen Hauptachsen werden zu Richtungen größter Wachstumsgeschwindigkeit.

Wie mit der Lösung verhält es sich auch mit der Zersetzung, Oxydation usw., wie sich aus folgender Tabelle ergibt, die Becke nach seinen Untersuchungen aufgestellt hat, bei denen verschiedene Flächen des Flußspates der Einwirkung von Salzsäure und Sodalösung ausgesetzt wurden.

Dauer der Einwirkung: 1 Minute

auf der Fläche:	Abnahme der Fläche in Tausendstel-Millimeter nach der Ätzung mit: 1 Teil 36 %iger HCl auf 10 H_2O	1 Teil 36 %iger HCl auf 1 H_2O	konzentrierter Sodalösung
(100) Würfel	2,5	6,1	16,5
(111) Oktaeder	3,5	9,6	6,0
(110) Rhombendodekaeder	nicht bestimmt	10,3	7,0

Es ist leicht ersichtlich, daß bei konzentrierter und verdünnter Salzsäure die Verhältnisse, abgesehen von der Intensität, annähernd gleich bleiben, daß hingegen die Richtungen kleinster Zersetzungsgeschwindigkeit bei der Salzsäure zu denen größter bei der Sodalösung werden.



Fig. 360. Prärosionsflächen *w* und *v* wie sie an einem Kalkspatrhomboeder durch Anätzen mit Salzsäure entstehen. *w* Skalenoeder der Polkanten; *v* Skalenoeder der Mittelkanten.

Die Zerstörung eines Kristalls in einer der besprochenen Weisen nennt man Ätzen. Bei vorsichtigem Ätzen entstehen an Stelle der Kanten und Ecken häufig Flächen, welche man auch Prärosionsflächen nennt. Mehrere von diesen bilden miteinander, wenn sie parallele Kanten besitzen, eine Hauptätzzone. Die Prärosionsflächen stehen senkrecht zu Richtungen größter Ätzgeschwindigkeit. Sie bilden sich auch aus auf Flächen, welche sehr langsam angeätzt werden und erscheinen dann in Form kleiner, meist sehr flacher Vertiefungen, die man als Ätzgrübchen oder Ätzfiguren bezeichnet.

Die Ätzgrübchen sind gleichsam negative Kristalle, d. h. Hohlformen, die der Form von Kristallen entsprechen und beim Zusammenfließen mehrerer Grübchen einen Ätzhügel erzeugen, der mit einem Anwachskegel vergleichbar ist und einem Kristall entspricht. Ist dies aber der Fall, dann müssen die Ätzgrübchen bzw. die Prärosionsflächen, wie sie selbstverständlich, ähnlich allen physikalischen Eigenschaften, den Forderungen der Symmetrie genügen, auch dem Gesetze von der Rationalität der Indices entsprechen. Dies trifft in der Tat zu. So

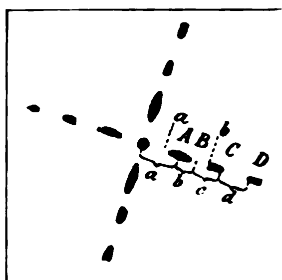


Fig. 361. Reflexionsbild eines leuchtenden Punktes auf einer angeätzten Würfelfläche des Sylvins (KCl). Der mittlere Punkt gehört zu (001), die Punkte A, C, D zu den Ätzgrübchen. Winkel $a = 2^\circ\ 47'$, $a + b + c = 6^\circ\ 16'$, $a + b + c + d = 7^\circ\ 46'$. Aus diesen Winkeln und dem Drehungswinkel der Grübchen gegen die Würfelkanten mit ca. 17° berechnen sich die Achsenverhältnisse

$$2a : 150a : 50a = \frac{75\,O25}{2}\,r$$

$$5a : 150a : 50a = \frac{30\,O10}{2}\,r$$

$$6a : 150a : 50a = \frac{25\,O\frac{25}{3}}{2}\,r.$$

Vergl. Fig. 363.

sind goniometrische Messungen bei den Ätzfiguren des Sylvins auf der Fläche (100) möglich gewesen. Die mit Wasser auf diesem Mineral erzeugten Grübchen sind alle um den gleichen Winkel (17°) gegen die Würfelkanten gedreht (Fig. 363), zeigen aber verschiedene Neigung gegen die Würfelfläche. Eine solche Würfelfläche mit ihren Ätz-

grübchen gibt auf dem Goniometer von einem leuchtenden Punkte beistehendes Bild (Fig. 361), dessen Lichtkulminationspunkte der Lage der einzelnen Prärosionsflächen und der Würfelfläche entsprechen. Mißt man nun die Abstände zwischen den Kulminationspunkten und berechnet aus den gemessenen Winkeln einerseits und aus der Drehung der Figuren gegen die Würfelkanten andererseits das Achsenverhältnis, so zeigt sich, daß die Achsen *a* der einzelnen Prärosionsflächen zu einander in dem einfachen rationalen Verhältnis 2 : 5 : 6 stehen. Die Achsen *c* und *b* (1 : 3) sind bei allen gleich. Freilich ist der Wert für die Achse *a* sehr gering, weil die Vertiefungen außerordentlich flach sind. Es ist also der Wert für *a* sehr nahe 0, d. h. gleich dem für die Würfelfläche selbst. Die Prärosionsflächen sind rechte Gyroeder und haben infolge ihrer hohen Indices den Charakter von Vizinalflächen.

Die Ätzfiguren haben öfters zur Bestimmung der Symmetrie von Kristallen Anwendung gefunden. So z. B. zeigten Chlornatrium und Chlorkalium mit Wasser angeätzt verschiedene Ätzfiguren. Die des

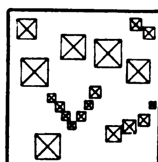


Fig. 362. Ätzfiguren auf der Würfelfläche des Chlornatriums. Pyramidenwürfeln entsprechend.

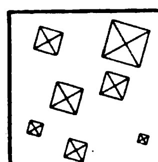


Fig. 363. Ätzfiguren auf der Würfelfläche des Chlorkaliums. Rechten Gyroedern entsprechend.

ersteren entsprechen Pyramidenwürfeln, die des letzteren rechten Gyroedern und es folgt daraus, daß das Chlornatrium in der Holoedrie des regulären Systems kristallisieren kann, das Chlorkalium dagegen höchstens die Symmetrie der gyroedrisch-hemiedrischen Kristalle besitzt. — Der Kalkspat zeigt mit Salzsäure geätzt auf der Rhomboeder-

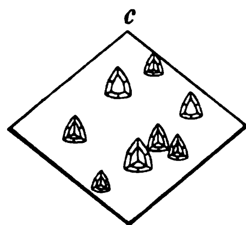


Fig. 364. Monosymmetrische Ätzfiguren auf der Rhomboederfläche {10$\bar{1}$1} des Kalkspats. *c* ist dreikantige Ecke.

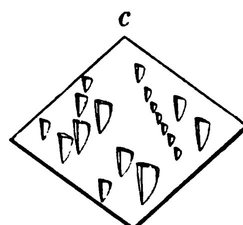


Fig. 365. Asymmetrische Ätzfiguren auf der Rhomboederfläche {10$\bar{1}$1} des Dolomits. *c* ist dreikantige Ecke.

fläche monosymmetrische, der Dolomit dagegen asymmetrische Ätzfiguren und daraus hat man geschlossen, daß jener rhomboedrisch-hemiedrisch, dieser dagegen rhomboedrisch-tetartoedrisch sei. — Der Apatit zeigt mit Salzsäure geätzt auf der hexagonalen Basis Ätzfiguren, welche in ihrer Stellung den Pyramiden III. Art entsprechen, aber die Drehung ist bei verschiedener Konzentration der Säure ver-

schieden. Man findet bei jeder Konzentration solche positiver und negativer Drehung und zwar beide bei verschiedener Konzentration der Säure verschieden gedreht, wie beifolgende Tabelle zeigt.

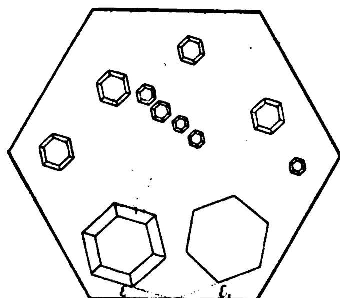


Fig. 366. Ätzfiguren auf der Basis {0001} des Apatit. Hexag. Pyramiden III. Art entsprechend.

Drehung der Ätzfiguren am Apatit bei Verwendung einer mit Wasser zu verdünnenden Salzsäure vom spez. Gew. 1,130. Nach Baumhauer.

Gehalt an *HCl*	Drehungswinkel *E*	*E,*	
100 %	27° 20′ —	27° 10′	
80 %	24° 30′ —	28° 43′	
60 %	22° 57′ —	28° 57′	(negativ)
40 %	19° 33′ —	22° 10′	
20 %	18° 40′ —	28°	(ca.)
10 %	18° 21′ —	28° 31′	
5 %	18° 5′ —		
1 %	17° 4′ —		

Leider sind goniometrische Messungen an diesen Ätzfiguren nicht möglich und die Messungen ebener Winkel unter dem Mikroskop zu ungenau, um die Formen berechnen, d. h. das Gesetz von der Rationalität der Indices konstatieren zu können. — Höchst interessant sind auch die Ätzerscheinungen mit Flußsäure am Quarz, wobei man nicht allein die Symmetrieklasse, sondern auch die Zwillungsverwachsung

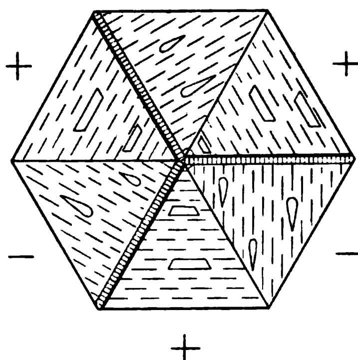


Fig. 367. Linksquarz (von oben gesehen) mit Flußsäure geätzt. Zwischen $+R$ und $-R$ linkes negatives Trapezoeder. Die dicke Linie bedeutet den weniger stumpfen Kantenwinkel. Ätzfiguren auf $+R$ und $-R$.

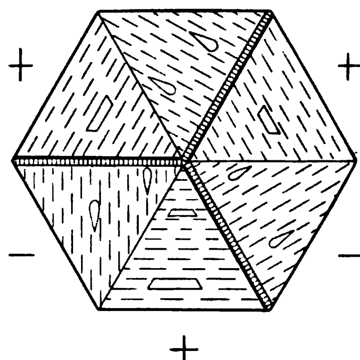


Fig. 368. Rechtsquarz mit rechtem negativem Trapezoeder als Prärosionsfläche. Sonst wie Fig. 367.

ausfindig machen kann. Ein einfacher linker Kristall zeigte nach dem Ätzen mit Flußsäure negative linke obere Trapezoeder als Prärosionsflächen. Sie treten als schmale schräge Abstumpfung auf der links liegenden Kante zwischen positivem und negativem Rhomboeder bzw. zwischen den beiden aneinander stoßenden Flächen des positiven Rhomboeders auf und sind Vizinalflächen der negativen Rhomboederfläche.

Bei einem einfachen rechten Kristall findet man analog obere negative rechte Trapezoeder an den entsprechenden rechts liegenden Kanten. Außer diesen Prärosionsflächen treten nun auch Ätzgrübchen auf, deren Längsrichtung auf den positiven Rhomboederflächen der Basiskante parallel geht, während sie auf den negativen Rhomboederflächen schräg nach oben und zwar bei den linken Kristallen von links unten nach rechts oben, bei den rechten hingegen von rechts unten nach links oben gerichtet ist. Ätzt man nun einen Zwilling zweier rechter oder zweier linker Kristalle (Schweizer Gesetz) an, so erscheinen die oberen Trapezoeder nur dort auf der rechten Seite, wo die positive Rhomboederfläche des einen Kristalls vorhanden ist, d. h. sie erscheinen an jeder Kante der scheinbar hexagonalen Pyramide entweder immer links oder immer rechts, je nachdem man einen Zwilling zweier linker oder zweier rechter Kristalle vor sich hat, aber sie erscheinen nur stückweise, soweit nämlich die positive Rhomboederfläche des einen Kristalls geht. Die ganze Kante sieht gekerbt aus. Auf den Rhomboederflächen selbst aber erscheint im reflektierten Lichte ein Moirée, bedingt durch die verschieden liegende Längsrichtung der Ätzfiguren auf negativen und positiven Flächenteilen.

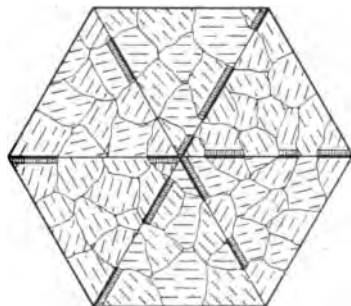


Fig. 369. Quarz. Durchdringungszwilling zweier rechter Kristalle, wovon der eine gegen den anderen um 60° gedreht ist. Die positiven Rhomboederflächen haben horizontale Ätzfiguren und die Prärosionsfläche rechts liegend.

V. Verhalten der Kristalle gegen das Licht

1. **Oberflächenfarbe.** Die Oberflächenfarbe ist die Farbe des von dem Kristall zurückgeworfenen Lichtes. Sie hängt wesentlich von drei Umständen ab, nämlich: Von der Farbe des auffallenden Lichtes, von der Fähigkeit des Kristalls gewisse Lichtstrahlen zu absorbieren, d. h. sie in Licht von anderer Wellenlänge (Farbe) oder in andere Energieformen (Wärme, chemische Energie usw.) überzuführen, und endlich von der Beschaffenheit der Oberfläche des Kristalls.

Bei verschiedenartiger Beleuchtung zeigt derselbe Kristall oft ganz verschiedene Färbung. Ein ausgezeichnetes Beispiel in dieser Richtung ist der Alexandrit, welcher im Tageslicht grün, bei Lampenlicht rot aussieht. Ähnlich, nur nicht so ausgeprägt ist es bei sehr vielen Kristallen und man meint deshalb bei der Angabe über die Farbe eines Kristalls stets die im Tageslicht.

Die mehr oder minder glatte und ebene Beschaffenheit der Oberfläche übt ebenfalls einen sehr großen Einfluß aus. Dies beobachtet man am deutlichsten, wenn man die Farbe des Kristalls mit der seines Pulvers vergleicht. Die Farbe des Pulvers erkennt man am besten, wenn man mit dem Kristall einen Strich auf einer matten Porzellantafel macht. Man nennt die Pulverfarbe daher auch Strichfarbe. Sie dient vielfach als Erkennungsmerkmal für die Mineralien.

So sind z. B. die Kristalle des Pyrits gelb, ihr Strich schwarz; der Eisenglanz ist schwarz, sein Strich rot; die Hornblende ist vielfach grün oder braun, ihr Strich grau bis weiß. Die Ursache dieser Erscheinung liegt in veränderten Reflexionsvorgängen und in der Zerstreuung des Lichtes an der mehr oder minder unebenen Oberfläche des Minerals.

Die Absorption ist eine spezifische Eigenschaft aller Körper, bald ist sie für die verschiedenen Farben (Wellenlängen) des Lichtes nahezu gleich groß, dann sehen die Körper weiß aus, bald ist sie in verschiedenen Teilen des Spektrums verschieden groß, dann zeigen die Körper eine Farbe, welche dem nicht absorbierten Rest des Spektrums entspricht. Im letzteren Falle sagt man, der Kristall ist gefärbt. Allerdings kann nun diese Farbe eine Eigenfarbe der kristallisierten Substanz sein, dann sagen wir, sie sei idiochromatisch gefärbt, oder aber die Ursache kann in der Beimengung einer idiochromatisch gefärbten anderen Substanz zu einem an sich farblosen Kristall beruhen, dann sagen wir, der Kristall sei allochromatisch.

Idiochromatisch ist z. B. das Gold gelb, das Kupfer rot, der Malachit grün, die Kupferlasur blau usw.

Allochromatisch sind sehr viele Mineralien und man unterscheidet hier gewöhnlich zweierlei Ursachen, indem man die Färbung zurückführt bei den einen auf Stoffe, welche im Kristall sozusagen in Lösung (dilut), bei den anderen auf mit dem bewaffneten oder unbewaffneten Auge sichtbare Körperchen. Zwischen diesen beiden Arten der Färbung besteht aber eigentlich nur ein Größenunterschied in den Teilchen der färbenden Substanz. Körperlich gefärbt ist z. B. häufig das rote Steinsalz und der rote Carnallit durch kleine Blättchen von Eisenoxyd, der lauchgrüne Prasem (Quarz) durch Chlorit usw. Dilut gefärbt erscheint meist die Zinkblende durch Schwefeleisen (FeS) gelb oder braun, durch andere Substanzen der Amethyst violett, der Saphyr blau, der Rubin rot, das Steinsalz blau, violett, grün oder rot. Allerdings hat man in neuerer Zeit bei einigen dieser Mineralien besonders beim Steinsalz nachweisen können, daß die Färbung hervorgebracht wird durch kleine Körperchen — wahrscheinlich metallisches Natrium —, welche bei verschiedener Färbung verschieden groß sind. Durch die Größenordnung wird die Farbe bedingt, welche somit in das Gebiet der Färbung trüber Medien gehört und im wesentlichen als eine Beugungserscheinung zu erklären ist.

Ebenfalls nicht durch die Eigenfarbe des eingelagerten Körpers zu erklären ist das Schillern mancher Kristalle, z. B. das Labradorisieren des Labradorits, der Schiller des Mondsteins (Adulars) u. a. m. Hier sind im ersten Falle nach bestimmten Kristallflächen kleine metallische Blättchen eingelagert, im letzteren kleine Hohlräume vorhanden, an denen totale Reflexion und unter Umständen auch Beugung des Lichtes hervorgerufen wird. Dadurch wird der Schimmer und bei Betrachtung unter verschiedenem Winkel auch der Farbenschiller bedingt.

Bei allochromatischer Färbung können natürlich gleiche Kristalle verschiedener Fundorte oder verschiedener Darstellungsweise ganz verschieden gefärbt sein, wie man am besten an der hundertfältig verschiedenen Färbung der Fluoritkristalle sehen kann.

2. **Durchsichtigkeit und Farbe im durchfallenden Lichte.** Alle Kristalle sind, wofern sie optisch leere Medien, d. h. nicht durch körperliche Einschlüsse getrübt sind, durchsichtig, d. i. durchlässig für das Licht, wenn man nur die zu durchlaufende Schicht dünn genug nimmt und die richtige Wellenlänge des Lichtes anwendet. Freilich bezeichnen wir im gewöhnlichen Leben nur solche Körper als durchsichtig, welche in mehrere Millimeter dicken Schichten noch gestatten, Druckschrift hindurch zu lesen. Fällt nur noch an den dünnen Kanten Licht durch, dann bezeichnet man den Körper als durchscheinend und ist auch dies nicht mehr der Fall, dann sagt man der Körper sei undurchsichtig. Daß dies alles aber nur relative Begriffe sind, davon kann man sich an dem „undurchsichtigen“ Gold überzeugen, das als Blattgold grün bis blaugrün durchsichtig ist.

Das durch die Kristalle hindurchfallende Licht ist entweder farblos oder gefärbt, je nach den Verhältnissen der Absorption. Mit Bezug hierauf gilt mutatis mutandis alles im vorigen Abschnitt gesagte. Nur braucht keineswegs die Farbe im durchfallenden Lichte immer gleich der Oberflächenfarbe zu sein, wie schon das Beispiel des Goldes zeigt. Es ist das meistens nicht der Fall bei metallisch aussehenden Körpern und es ist nie der Fall, wenn ein Teil des absorbierten Lichtes in Licht von anderer Wellenlänge umgewandelt wird (siehe nächstes Kapitel).

Auch die Betrachtungen über idio- und allochromatische Färbung des vorigen Abschnitts gehören ebenso hierher. Bei allochromatischer Färbung durch körperliche Einschlüsse von erheblicher Zahl und Größe kann es jedoch vorkommen, daß das Medium trüb und undurchsichtig wird. Bei allochromatischer diluter Färbung sieht man nicht selten eine fleckige Verteilung der Farbe, wie beim Saphyr, Rubin und Steinsalz, oder aber die Verteilung ist je nach der Zufuhr des gelösten Farbstoffes bei der Kristallisation zonenweise (Zonarstruktur) verschieden, wie bei der Zinkblende, beim Rauchquarz, beim Amethyst usw.



Fig. 370. Rauchquarz. Zonarstruktur durch zonenweise verschieden dilute allochromatische Färbung.

Bei idiochromatischer Färbung kann ebenfalls an verschiedenen Stellen des Kristalls eine verschiedene Farbe auftreten, dann nämlich, wenn die chemische Zusammensetzung der Lösung zu verschiedenen Zeiten des Wachstums des Kristalls eine verschiedene ist. So zeigen hellgefärbte Turmaline nicht selten ein dunkelgefärbtes Köpfchen (Mohrenköpfchen), oder Granaten und Alaune zeigen Zonarstruktur aus verschieden zusammengesetzten und gefärbten Zonen. Oder aber die verschiedene Färbung zeigt

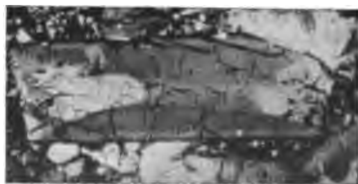


Fig. 371. Augit. Anwachskegel. Verschiedene idiochromatische Färbung durch verschiedene chemische Zusammensetzung auf verschiedenen Flächen.

die Anordnung der Anwachskegel, weil verschiedene Flächen beim Wachstum auf verschiedenartige Moleküle besonders stark anziehend wirken.

3. **Fluoreszenz und Lumineszenz.** Das von den Kristallen absorbierte (besonders das kurzwellige) Licht wird nicht selten in Licht von anderer meist größerer Wellenlänge umgewandelt. Dieses meist farbige Licht gibt der Körper wieder aus, indem er sich verhält wie selbstleuchtend. Bei einem Teil der Kristalle erfolgt die Wiederausgabe des Lichtes momentan, bei anderen findet eine Aufspeicherung der Energie statt. Im ersteren Falle, wenn die Ausstrahlung nicht länger dauert als die Bestrahlung nennt man die Erscheinung Fluoreszenz, im zweiten Falle, wenn die Körper auch im Dunkeln noch fortleuchten dagegen Lumineszenz (Phosphoreszenz).

Die Fluoreszenz hat ihren Namen vom Fluorit, an welchem sie zuerst beobachtet wurde. Die meisten Fluorite zeigen bei roter oder grüner Durchsichtigkeit ein bläuliches Fluoreszenzlicht, das besonders stark ist im Sonnenlicht. Außer dem Fluorit gibt es aber noch eine große Anzahl von Kristallen, welche bei intensiver künstlicher Beleuchtung besonders mit kurzwelligem Lichte starke Fluoreszenz zeigen. Dahin gehören z. B. viele Uranmineralien, viele Apatite, Kalkspäte, Aragonite überhaupt viele durchsichtige bis durchscheinende Mineralien, die zumeist auf pneumatolytischem Wege entstanden sind, dementsprechend auch viele bor- und fluor-, auch chlorhaltige Mineralien, ferner solche Kristalle die natürliche Bitumina einschließen. Auch eine große Anzahl künstlicher Kristalle wie das Fuchsin, das Fluoreszin oder am schönsten das Magnesiumplatincyanür.

Gerade an dem letzteren kann man aber auch beobachten, daß auch in Bezug auf die Fluoreszenz verschiedene Richtungen im Kristall verschiedenwertig, daß dagegen parallele oder symmetrische Richtungen gleichwertig sind. Bei diesen tetragonalen, meist von Prisma und Basis begrenzten Kristallen fluorescieren die Flächen des Prismas schön grün, die Basisflächen dagegen bläulichrot. Das Gesetz würde also lauten: Gleiche Flächen müssen gleiche, verschiedene Flächen können verschiedene Floureszenz zeigen.

Die Lumineszenz ist zuerst lange vor Entdeckung des Phosphors an dem mit organischen Substanzen geglühten Bologneser Schwerspat entdeckt worden und hat später nach dem Leuchten des Phosphors den Namen Phosphoreszenz erhalten. Man versteht darunter das Leuchten eines Körpers im Dunkeln, nachdem er vorher mit Licht bestrahlt wurde. So verhalten sich manche Diamanten, Kalkspäte, Apatite und auch manche künstlichen Kristalle. Dieser Vorgang ist der Fluoreszenz durchaus analog und die Ursache ist nach neueren Untersuchungen hier wie dort in geringen Verunreinigungen besonders durch gewisse Metalle zu suchen. In beiden Fällen ist es vorzüglich das kurzwellige Licht, welches die Erscheinung hervorruft.

Nun gibt es aber auch noch andere Lumineszenzerscheinungen an Kristallen, welche keine vorausgehende Bestrahlung mit Licht voraussetzen. So leuchten manche Fluorite beim Erwärmen sehr stark mit bläulichem Licht und man beobachtet dabei einen eigentüm-

lichen Geruch; andere Kristalle, wie Zucker oder Zinkblende oder Glimmer, leuchten im Dunkeln, wenn man sie reibt, zerbricht oder spaltet; wieder andere Kristalle leuchten bei der Kristallisation aus bestimmten Lösungsmitteln, so die arsenige Säure, wenn sie aus einer salzsauren Lösung kristallisiert; noch andere, wenn sie von Kathodenstrahlen oder von Radiumemanationen getroffen werden, wie mancher Diamant, Rubin, Manganspat, Willemit etc. und endlich andere wenn sie sich oxydieren oder sonst chemisch verändern, wie der Phosphor und gewisse chemische Reaktionen.

Diese verschiedenen Arten der Lumineszenz hat man nach der Art der Erzeugung als Licht-, Wärme-, Reibungs-, Kristallisations-, elektrische oder chemische Lumineszenz bezeichnet. Die Ursachen sind noch nicht genügend erforscht.

4. **Asterismus und Lichtfiguren.** Es gibt zahlreiche Kristalle an denen man sowohl im reflektierten als im durchfallenden Lichte das Bild einer Lichtquelle in irgend einer regelmäßigen Verzerrung wahrnimmt. Die so entstehenden Figuren bezeichnet man als Lichtfiguren oder die Erscheinung, weil die Figuren meist sternförmig sind, als Asterismus. Bedingt werden sie durch verschiedenartige Umstände, aber bei allen ist die Ursache im letzten Grunde Beugung des Lichtes.

Als Beugung des Lichtes bezeichnet man diejenige Ausbreitung des Lichtes, welche von der geradlinigen abweicht. Wenn man nämlich einen undurchsichtigen Schirm von der einen Seite durch parallele Lichtstrahlen beleuchtet, dann müßte sein Schatten genau dem Schirme entsprechen. Dies ist aber nicht der Fall, sondern es dringt auch Licht in den Raum hinter dem Schirm und außerhalb des Schattens zeigen sich dem Schattenrand parallele hellere und dunklere Streifen (Beugungsstreifen). Verwendet man einfarbiges Licht so zeigt sich, daß der Abstand der Streifen im blauen (kurzwelligerem) Licht kleiner ist als im roten. Verwendet man zur Beobachtung einen Spalt im undurchsichtigen Schirm, also gleichsam zwei Schirme, die einander sehr genähert sind und bringt den Spalt dicht vor das Auge, dann erscheinen die Streifen farbig und zwar am inneren Rande blau, am äußeren rot. Ist der schattenwerfende Körper sehr schmal, dann beobachtet man auch innerhalb des ganzen Schattens Beugungsstreifen. Diese Erscheinungen werden hervorgebracht durch das Zusammenwirken der Beugung und der Interferenz des Lichtes, welche, da das gebeugte Licht polarisiert ist, zu seiner Vernichtung bzw. Verstärkung führen kann. — Es ist nun aber zur Hervorrufung der Erscheinung keineswegs nötig, daß der schattenwerfende Körper undurchsichtig sei, sondern er muß nur einen anderen Brechungsexponenten besitzen als das umgebende Medium. Würde man also ein schmales schwach lichtbrechendes Glasstreifchen zwischen zwei stärker lichtbrechende Glasplatten einschmelzen, dann würde man das gleiche wahrnehmen wie bei einem Spalt im undurchsichtigen Medium. — Ja es sind nicht einmal zwei Medien von verschiedenen Brechungsexponenten nötig, sondern es genügt schon, wenn der vom Lichte getroffene Körper streifige Unebenheit zeigt, so daß das Licht auf den einen Teil des Streifens mit senkrechter auf den anderen mit schräger Inzidenz auffällt, d. h. man

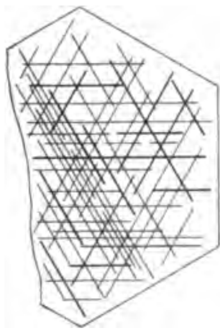
kann in eine Glasplatte eine Rinne einschleifen und hat dann die gleiche Wirkung wie von einem schmalen schattenwerfenden Körper.

Durch die dem Rande des schattenwerfenden Körpers parallel gehenden Beugungsstreifen tritt nun eine Verzerrung des Lichtbildes senkrecht zur Längserstreckung des Randes oder des Spaltes darin ein und das ist es, was man bei den Kristallen öfters beobachtet.

Solche Lichtbilder können hervorgebracht werden:

1. durch regelmäßige Einlagerungen von nadelförmigen anderen Mineralien mit anderem Brechungsexponenten,
2. durch Streifung der Kristallflächen,
3. durch Ätzfiguren,
4. durch Zwillingslamellierung.

Für die erstere Art bieten die Glimmer mit ihren Einlagerungen von Rutilnadeln das beste Beispiel. Die Nadeln sind auf der Basis des Glimmers aufgewachsen und liegen mit ihrer Längsrichtung meist



Rutilnadeln, im Glimmer (meist) senkrecht zur Umgrenzung eingelagert.



Asterismus der Glimmerplatte im durchfallenden Lichte.

Fig. 372.

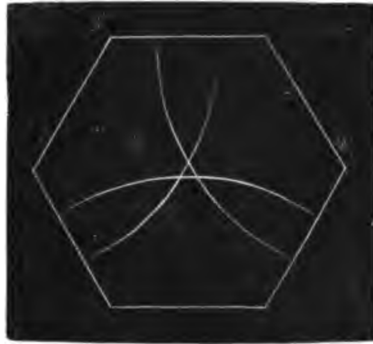
senkrecht zur scheinbar hexagonalen Umgrenzung; dadurch entsteht im durchfallenden Lichte ein sechsstrahliger der Umgrenzung parallel gehender Stern. Manchmal erscheinen auch noch 6 weitere, senkrecht zur Umgrenzung gehende, schwächere Strahlen, die ihre Ursache in anders gelagerten Nadeln haben (Fig. 372).

Die zweite Art kann man bei vielen gestreiften Kristallflächen beobachten. Die einzelnen Lichtstreifen stehen senkrecht zur Streifung des Kristalls (Fig. 373).

Die dritte Art kann man leicht beobachten an einem Kalkspatrhomboeder, dessen eine Fläche mit Salz- oder Salpetersäure angeäzt ist. Auf dieser Fläche sind dann kleine Vertiefungen (Ätzfiguren)

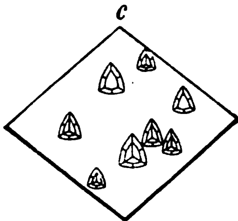


Natürliche Streifung auf der Basis 0*R* (0001) des Kalkspats (Andreasberg). (Anwachskegel.) + *R* {10$\bar{1}$1} nach vorne (unten) gelegen.



Asterismus der Fläche des Kalkspats im reflektierten Licht.

Fig. 373.



Ätzfiguren auf der Rhomboederfläche des Kalkspats.



Asterismus der Rhomboederfläche des Kalkspats im durchfallenden Lichte. (*c* dreikantige Ecke) ist hinten oder vorne oben.

Fig. 374.

entstanden, die von Flächen begrenzt werden. Sieht man durch das Rhomboeder nach einer Lichtquelle, so erscheint ein Bild, wie es in Fig. 368 dargestellt ist. Die einzelnen Strahlen stellen Beugungserscheinungen an den kleinen Flächen der Ätzgrübchen dar. Da aber die Ätzgrübchen der Symmetrie des Kristalls entsprechen, so muß die Lichtfigur dasselbe tun. Im reflektierten Lichte hat das Bild naturgemäß die umgekehrte Stellung.

Die vierte Art endlich soll beim Korund (Sternsaphyr, Sternrubin) vorkommen, indem basische Blättchen dieses hexagonal-rhomboedrisch kristallisierenden Minerals von Zwillingslamellen nach den drei Flächenpaaren des primären Rhomboeders durchsetzt werden, die nun, besonders im reflektierten Lichte, einen sechsstrahligen Stern erzeugen. Neuerdings wird allerdings angegeben, daß auch hier eingelagerte Nadeln die Ursache des Asterismus seien.

Asterismus kann man sehr leicht erzeugen. Nimmt man z. B. ein Glasplättchen und macht darauf mit dem mit Öl befeuchteten Finger einen Strich, dann entstehen Ölstreifen, welche das Flammenbild senkrecht zu ihrer Längsrichtung verzerren. Legt man mehrere solcher Plättchen mit verschiedener Streifenrichtung auf einander, so erscheinen entsprechende sternförmige Lichtbilder an den Stellen, an denen sich die Streifen kreuzen.

5. **Lichtbrechung.** Kommt ein Lichtstrahl, der sich in einem Medium bewegt, an der Grenze eines anderen, dichteren oder dünneren Mediums an, so wird er teilweise reflektiert, teilweise dringt er in das zweite Medium ein. Beim Eindringen erfährt er eine Ablenkung aus seiner Fortpflanzungsrichtung, aber beide Strahlen, der einfallende und der abgelenkte, liegen in derselben Ebene, in der Einfallsebene. Errichtet man in dem Punkte O (Fig. 375), in welchem der einfallende Strahl das zweite Medium trifft, ein Lot L, so nennt man dieses das Einfallslot, und die Einfallsebene geht durch den einfallenden Strahl und dieses Lot. Die Ablenkung, welche der sich im zweiten Medium fortpflanzende Strahl erleidet, bezeichnet man als Lichtbrechung (Refraktion).

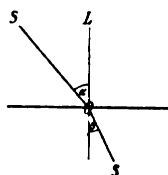


Fig. 375.

Es hat sich nun gezeigt, daß die Ablenkung um so größer wird, je weniger geneigt die Fortpflanzungsrichtung des Strahls gegen das zweite Medium ist. Verlängert man in Fig. 375 das Lot L in das zweite Medium hinein, so schließt dieses mit dem einfallenden Strahl S den Einfallswinkel α und mit dem abgelenkten Strahl S den Brechungswinkel β ein. Man kann demnach sagen: Je größer der Einfallswinkel, desto stärker die Ablenkung. Für diese Beziehung hat sich das Gesetz ergeben, daß das Verhältnis der Sinus des Einfalls- und des Brechungswinkels eine konstante Größe für beliebige Richtungen des einfallenden Strahles ist. Man bezeichnet dieses Verhältnis $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ als den Brechungsexponenten eines Mediums.

Je nachdem nun der Brechungsexponent n größer oder kleiner ist als 1, ist der Brechungswinkel kleiner oder größer als der Einfallswinkel. In dem ersten Fall, wenn der Brechungsexponent größer ist als 1, wird der Strahl dem Einfallslot zu gebrochen, und solche Medien heißen optisch dichtere (stärker lichtbrechende), während die anderen, welche den Strahl vom Einfallslot wegbrechen, als optisch dünnere (schwächer lichtbrechende) bezeichnet werden.

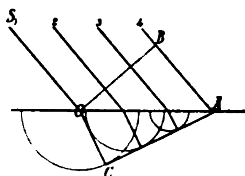


Fig. 376.

Da alle parallelen, homogenen (d. h. einfarbigen) Lichtstrahlen, welche auf eine ebene Fläche eines zweiten Mediums auffallen, dieselbe Brechung erleiden, so müssen sie auch innerhalb des zweiten Mediums parallel bleiben. Hat man nun, wie in Fig. 376, ein paralleles Strahlenbündel, welches auf eine ebene Platte eines zweiten Mediums auffällt, so werden alle Strahlen in dem Moment, in welchem der Strahl

S_1 in O am zweiten Medium angekommen ist, in einer Ebene $OB \perp S_1$ angekommen sein. Diese Ebene bezeichnet man als die gemeinsame Strahlenfront. Wenn die Strahlen sich nun in dem zweiten Medium langsamer fortpflanzen, z. B. nur zwei Drittel so schnell, so wird in derselben Zeit, in welcher der Strahl 4 von B nach A gelangt, der Strahl 1 nur $^2/_3$ soweit $= \frac{2AB}{3}$ in das zweite Medium eingedrungen sein, seine Fortpflanzungsrichtung muß daher einem Radius eines mit dem Halbmesser $\frac{2AB}{3}$ um O beschriebenen Halbkreises entsprechen. In gleicher Weise läßt sich ein solcher Halbkreis für den 2., 3. und 4. Strahl konstruieren. Alle diese Halbkreise müssen eine gemeinsame Tangente haben, weil ihre Mittelpunkte auf einer Geraden OA liegen und ihre Radien in demselben Verhältnis zu einander stehen, wie die Längen zwischen der Strahlenfront OB und der Linie OA, und weil OB senkrecht steht auf den einfallenden Strahlen. Man zieht nun die Tangente AC und diejenigen Radien für die Halbkreise, welche auf AC senkrecht stehen, so sind jene Radien die gesuchten Fortpflanzungsrichtungen in dem zweiten Medium, und AC ist ihre gemeinsame neue Strahlenfront, auf welcher alle Punkte liegen, bis zu welchen sich andere parallele Strahlen in derselben Zeit fortgepflanzt haben, in welcher der Strahl 1 von O nach C gelangt ist (Huyghens).

Daraus ergibt sich aber die Beziehung der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in zwei Medien zu den Brechungsexponenten. In Fig. 377 sind die Strahlen S_1 und 4 dargestellt. Man konstruiert die Strahlenfront der einfallenden Strahlen OB und die Strahlenfront der abgelenkten Strahlen AC und errichtet in O das Einfallslot LL, so ist $\Delta\, OAB$ bei B und $\Delta\, OCA$ bei C rechtwinkelig: $\sphericalangle\, \delta = \sphericalangle\, \varepsilon$ als Gegenwinkel; $\sphericalangle\, \delta + \gamma = \zeta + \eta = 90^0$; $\sphericalangle\, \alpha + \varepsilon = \eta + \beta = 90^0$.

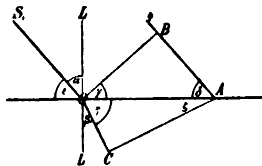


Fig. 377.

Daher auch $\sphericalangle\, \alpha = \gamma$ und $\sphericalangle\, \zeta = \beta$. Nun ist

$$\text{I. } \frac{AB}{AO} = \sin\gamma = \sin\alpha \text{ und}$$

$$\text{II. } \frac{OC}{AO} = \sin\zeta = \sin\beta.$$

Dividirt man Gleichung I durch II, so erhält man

$$\frac{AB \cdot OA}{AO \cdot OC} = \frac{AB}{OC} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

Da nun aber AB und OC die Werte für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in den beiden Medien und n den Brechungsexponenten des zweiten Mediums darstellen, so kann man sagen, der Brechungsexponent ist gleich dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten zu der im zweiten Medium. Daraus folgt aber auch, da in unserem Falle n größer als 1 werden muß, daß das Licht sich in optisch dichteren Medien langsamer fortpflanzt. Ferner

ergibt sich aus der Fig. 377, daß von dem optischen dünneren ins optische dichtere Medium stets noch Licht übertritt, der Einfallswinkel mag beliebig groß sein (wenn er nur 90° nicht überschreitet). Gerade diesen Lichtstrahl, dessen Einfallswinkel 90° ist, bezeichnet man als streifend einfallend. Sein Brechungswinkel ist gleich dem Grenzwinkel für totale Reflexion, wenn der Lichtstrahl den umgekehrten Weg nehmen würde, also vom stärker lichtbrechenden in das schwächer lichtbrechende Medium ginge.

Betrachten wir den umgekehrten Fall, nämlich den Uebertritt des Lichts von dem dichteren ins dünnere Medium, so findet man mittelst derselben Konstruktion, wie Fig. 376, welche man nur umgekehrt zu nehmen braucht, daß erstens der in einer bestimmten Zeit zurückgelegte Weg AB des Strahles im dünneren Medium größer ist als der Weg OC im dichteren Medium, zweitens daß der abgelenkte Strahl vom Einfallslot weggebrochen wird. Nimmt man nun den Einfallswinkel bei demselben Unterschied 2 : 3 in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit größer und konstruiert in der angegebenen Weise die Richtung des abgelenkten Strahles, so sieht man daß bei der Wahl, wie sie in der Fig. 378 stattgefunden hat, die Strahlenfront im zweiten Medium senkrecht zur Oberfläche desselben zu liegen kommt und gerade durch den Punkt A des Strahles S geht. Der Strahl S_1 wird sich also parallel OA, d. h. parallel der Oberfläche des Mediums fortpflanzen. Wäre der Einfallswinkel kleiner, dann würde der Strahl noch in das Medium eintreten, wäre er größer, so würde das Licht unter einem Winkel von dem zweiten Medium reflektiert. Deshalb bezeichnet man den Einfallswinkel a zur vollständigen Vermeidung des Eintritts von Licht in das zweite dünnere Medium als „Grenzwinkel für totale Reflektion“.

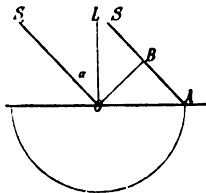


Fig. 378.

Wenn sich eine Platte irgend eines Mediums, welche durch 2 planparallele Flächen begrenzt ist, in einem anderen Medium ringsum eingeschlossen befindet, und es fällt Licht geneigt auf die Platte, so sind einfallender und austretender Lichtstrahl parallel, weil ja das Licht beim Eintritt und beim Austritt die gleiche Brechung nur in entgegengesetztem Sinne erfährt.

Würde man in ein Medium von geringerer Lichtbrechung, z. B. in Wasser eine Platte eines stärker lichtbrechenden Mediums von gleicher Farbe, z. B. weißes Glas, hängen und nun durch senkrecht auf die Glasplatte fallende parallele Lichtstrahlen beleuchten, so würde man die Glasplatte nicht sehen, wenn nicht das am Rande streifend einfallende Licht in die Glasplatte hineingebrochen würde. Dadurch erscheint der Rand des Glases durch einen hellen Streifen, das Wasser an seiner Grenze gegen Glas durch einen dunkleren Streifen begrenzt.

Die Erfahrung hat gelehrt, daß die verschiedenen Farben, aus denen das weiße Licht besteht, eine verschiedene Brechbarkeit besitzen. Man bezeichnet diese verschiedene Brechbarkeit als Dispersion. In den meisten Fällen nimmt die Brechbarkeit mit abnehmender Wellenlänge, also vom roten Teile des Spektrums nach dem blauen hin zu (normale Dispersion), aber dies ist nicht immer der Fall (anomale Dispersion).

Die Dispersion ist von Bedeutung für das Feuer der Edelsteine, denn dieses steigert sich mit der Dispersion. Sie ist deshalb groß z. B. beim Diamant, dessen Brechungsexponenten für rotes Licht 2,4135, für gelbes Licht 2,4195 und für grünes Licht 2,4278 sind. Seine Dispersion von rot—grün beträgt also: 2,4278 — 2,4195 = 0,0083.

Von der Stärke der Lichtbrechung im allgemeinen hängt auch der Glanz der Kristalle ab.

6. **Glanz der Kristalle.** Auf glatten Oberflächen zeigen die Kristalle eine bestimmte Art des Glanzes, das heißt: das vom Kristall reflektierte Licht ist mehr oder minder stark glänzend, schimmernd. Die Stärke des Glanzes hängt wesentlich von drei Umständen ab: 1. von der Durchsichtigkeit des betreffenden Kristalls; 2. von der Höhe seiner Brechungsexponenten; 3. von der Beschaffenheit seiner Oberfläche. Der Glanz ist um so stärker, je undurchsichtiger, je stärker lichtbrechend, je ebener und glatter die Oberfläche des Kristalls ist.

Man unterscheidet nach abnehmender Stärke folgende Arten des Glanzes: 1. Metallglanz, nur bei undurchsichtigen Körpern vorkommend. 2. Diamantglanz, bei sehr stark lichtbrechenden Kristallen z. B. Diamant, Bleiverbindungen usw. auftretend. 3. Fettglanz, die Flächen sehen wie mit Öl bestrichen aus. Kristalle mit muscheligem Bruch und ziemlich hohen Brechungsexponenten zeigen ihn (Olivin, Quarz, Granat). 4. Glasglanz, bei Kristallen mit niedrigem Brechungsexponenten (Steinsalz, Fluorit).

Einige andere Glanzarten, die man noch unterschieden hat, haben andere Ursachen. So der Pechglanz, der bei trüben glasglänzenden Kristallen auftritt; der Perlmutterglanz, der seine Ursache in mit Luft erfüllten feinen Spaltungsrissen hat (totale Reflexion des Lichtes und hauptsächlich bei sehr gut spaltenden Mineralien auftritt; der) Seidenglanz, welcher bei faserigen Kristallaggregaten als eine Folge der Lichtbeugung erscheint.

Alles Glanzlicht ist zumeist polarisiertes Licht.

7. **Polarisation des Lichtes.** Die Undulationstheorie nimmt an, daß das Licht transversale, also senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung sich vollziehende Wellenbewegungen darstelle. In Medien, die physikalisch isotrop sind, die also in allen Richtungen gleichen Brechungsexponenten oder gleiche optische Dichte besitzen, vollziehen sich die durch einen leuchtenden Punkt erzeugten Wellenbewegungen in kurzen auf einander folgenden Zeitteilchen in allen Richtungen (Azimuthen) senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung gleich schnell. Solches Licht nennt man gewöhnliches Licht, die entsprechenden Medien „optisch-isotrope Medien". Zu den „optisch-isotropen" Körpern gehören nun außer allen physikalisch-isotropen (amorphen) auch die regulären Kristalle, die Kristalle mit mehreren Haupt-Symmetrie-Ebenen oder -Achsen.

Es gibt nun aber Umstände und Medien, welche die Schwingungsrichtung des Lichtes derart ändern, daß sich die Schwingungen entweder nur in einer Ebene und senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung

oder in kreisförmigen oder in elliptischen Bahnen vollziehen. Solches Licht nennt man polarisiertes Licht und zwar entweder geradlinig- oder zirkular- oder elliptisch-polarisiert.

Geradlinig polarisiert ist z. B. das von einem durchsichtigen Körper total reflektierte Licht; zirkular-polarisiertes Licht kann man sich verschaffen, wenn man gewöhnliches Licht nach einander von einer größeren Anzahl hintereinander gestellter Spiegel reflektieren läßt, bei denen jede Einfallsebene gegen die vorhergehende um 60° gedreht ist; elliptisch-polarisiertes Licht stellt der Metallglanz dar.

Die Schwingungen des durch Reflexion geradlinig polarisierten Lichtes vollziehen sich senkrecht zu der durch Einfallslot und einfallenden Strahl gelegten Einfallsebene und senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung.

Alle nicht regulären Kristalle verwandeln nun in fast allen Richtungen das gewöhnliche Licht in polarisiertes, aber auch durch Interferenz kann man, wie wir später sehen werden, polarisiertes Licht erzeugen.

8. **Doppelbrechung des Lichtes in Kristallen.** Wie wir eben schon gesehen haben, wird gewöhnliches Licht in allen nicht regulären Kristallen im allgemeinen in geradlinig polarisiertes umgewandelt. Hierbei entstehen aber zwei Strahlen, deren Schwingungsrichtung senkrecht zu einander liegt. Diese Erscheinung bezeichnet man als Doppelbrechung und nennt alle doppelbrechenden Medien „optisch anisotrop“. Die Zerlegung des gewöhnlichen Lichtes in die beiden zu einander senkrechten Schwingungen erfolgt nach dem Parallelogramm der Bewegungen. Eine Kraft, die in der beistehenden Fig. 379 ein Ätherteilchen von der Mitte nach C treiben würde, wird zerlegt in zwei Kräfte, deren eine das Teilchen nach A, deren andere es nach B treibt. Da nun beim gewöhnlichen Lichte sich die Schwingungen in allen Richtungen unserer Zeichnungsebene vollziehen, so muß der auf A und B entfallende Anteil a priori gleich groß sein, d. h. die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Lichtstrahlen haben beim Eintritt in den Kristall gleiche Intensität (Helligkeit). Sie pflanzen sich aber mit verschiedener Geschwindigkeit fort, weil die Schwingungen sich in der einen Richtung schneller vollziehen als in der andern, sie haben demnach verschiedene Brechungsexponenten.

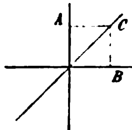


Fig. 379.

9. **Doppelbrechung des Lichtes im Kalkspat.** Die Erscheinung der Doppelbrechung ist am längsten bekannt beim isländischen Doppelspat (Kalkspat) und zuerst beschrieben durch Erasmus Bartholin (1670). Stellt man ein Calcitrhomboeder so auf, daß die kurze Diagonale der Rhombenfläche vertikal steht und am oberen Ende die dreikantige Ecke, also das Ende der Hauptachse c ist, und läßt nun auf die Rückseite durch eine kleine runde Öffnung in einem Schirm Licht senkrecht auffallen, dann sieht man auf der Vorderseite zwei Bilder der Schirmöffnung, welche in der Richtung der kurzen Diagonale über-

einander gelegen sind (Fig. 380). Das eine der beiden Bilder, das obere, liegt mit der Schirmöffnung und dem Auge des Beobachters in einer geraden Linie, d. h. der Lichtstrahl ist ungebrochen durch den Kalkspat gegangen; er verhält sich also wie Licht in isotropen Medien, das bei senkrechter Inzidenz auch nicht gebrochen wird. Man nennt ihn den „ordentlichen Strahl“ *o*. Das andere der beiden Bilder, das untere, ist dagegen trotz senkrechter Inzidenz abgelenkt, d. h. gebrochen und deshalb nennt man diesen Strahl den „außerordentlichen“ *e*. Die drei Richtungen des einfallenden, des ordentlichen und des außerordentlichen Strahles fallen in eine Ebene, welche durch die Hauptachse des hexagonalen Kalkspats geht. Eine solche Ebene

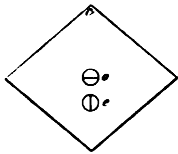


Fig. 380. Doppelbrechung im Kalkspat. *c* dreikantige Ecke (Hauptachse); *o* ordinärer, *e* extraordinärer Strahl; ihre Schwingungsrichtung durch einen Strich angegeben.

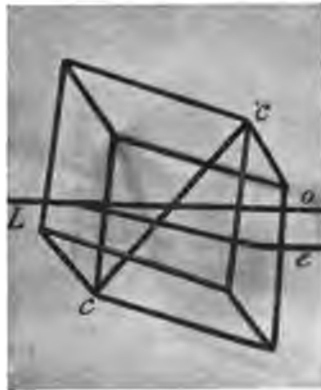


Fig. 381. Doppelbrechung im Kalkspat. *c—c* Hauptachse, *L* einfallender Lichtstrahl, *o* ordinärer, *e* extraordinärer Strahl.

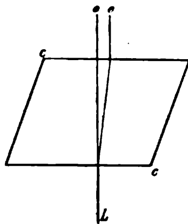


Fig. 382. Hauptschnitt. *c—c* Hauptachse.

aber nennt man „Hauptschnitt“. Man kann also sagen, beide durch Doppelbrechung entstandenen Strahlen pflanzen sich im Hauptschnitt fort, aber der außerordentliche Strahl ist im Hauptschnitt abgelenkt. Beim Austritt aus dem Kalkspat werden die beiden Strahlen wieder der Einfallsrichtung, also unter sich, parallel. So sieht man es in Fig. 382, welche unser Rhomboeder nach dem betreffenden Hauptschnitt — also parallel der kurzen Diagonale und der Hauptachse — durchschnitten darstellt. Wie aus dieser Figur ersichtlich ist, hängt die Entfernung der beiden Bilder von einander von zwei Umständen ab: nämlich von der Dicke des Kalkspats und von dem Winkel, den die beiden Strahlen mit einander bilden. Dreht man den Kalkspat um die Plattennormale, so bleibt der ordentliche Strahl stehen und der außerordentliche dreht sich um ihn.

Daß das Licht der beiden Strahlen polarisiertes Licht ist, hat Malus (1808) entdeckt, indem er durch die Schirmöffnung reflektiertes, also geradlinig-polarisiertes Licht fallen ließ und den Kalkspat um die Plattennormale drehte. Es wurde dann bald der eine, bald der andere, bald beide Strahlen sichtbar, und zwar sieht man nur den ordentlichen Strahl, wenn die Einfallsebene des reflektierten Lichtes zusammenfällt

mit der kurzen Diagonale — dem Hauptschnitt — des Rhomboeders. Den außerordentlichen Strahl hingegen sieht man nach Drehung des Kalkspats um 90°. Da wir nun wissen, daß das reflektierte Licht senkrecht zur Einfallsebene schwingt, so muß der ordentliche Strahl senkrecht zum Hauptschnitt und der außerordentliche im Hauptschnitt schwingen.

Verhalten zweier Kalkspäte zueinander. Wir wählen zunächst für den ersten Kalkspat die eingangs beschriebene Stellung entsprechend Fig. 380 und setzen zwischen ihn und unser Auge einen zweiten gleich dicken Kalkspat in paralleler Stellung. Dann sehen wir genau das gleiche wie bei einem Calcit, nur sind die beiden Bilder doppelt soweit voneinander entfernt. Die durch Doppelbrechung im ersten Rhomboeder entstandenen Strahlen gehen nach ihrem Austritt in

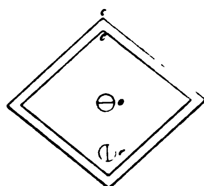


Fig. 383. Zwei gleich dicke Rhomboeder, parallel vor einander gestellt. Die beiden Bilder sind doppelt soweit voneinander entfernt.

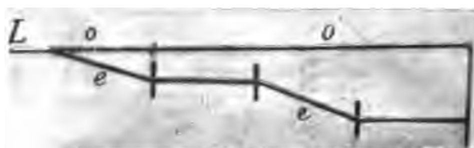


Fig. 384. Zwei gleich dicke Rhomboeder in paralleler Stellung. *L* einfallender, *o* ordinärer, *e* extraordinärer Strahl. Die kurzen Stäbchen geben die Schwingungsrichtung. In der Luft sind die beiden Strahlen parallel.

Luft parallel und treffen beide das zweite Rhomboeder mit senkrechter Inzidenz. Beim Eintritt erleidet keiner der beiden Lichtstrahlen eine Veränderung, weil die Hauptschnitte der beiden Rhomboeder parallel sind, es geht also der ordentliche Strahl des ersten ungebrochen auch durch den zweiten Kalkspat durch und der außerordentliche wird genau um denselben Betrag und in derselben Richtung von der Hauptmasse weggebrochen wie im ersten Kalkspat. Daraus folgt aber, daß die Erscheinung genau so ist, als ob wir den ersten Kalkspat doppelt so dick genommen hätten. Die beiden Bilder sind doppelt so weit voneinander entfernt.

Drehen wir nun den vorderen, unserem Auge benachbarten Kalkspat um einen beliebigen Winkel, der kleiner ist als 90°, um die Plattennormale oder um den ordentlichen Strahl, dann sehen wir vier

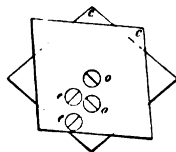


Fig. 385. Zwei Rhomboeder um 45° gegeneinander gedreht.

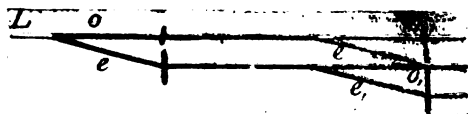


Fig. 386. Zwei Rhomboeder um 45° gegeneinander gedreht. 4 Strahlen liefernd.

Bilder, die so gelegen sind, daß zwei im Hauptschnitt des ersten Rhomboeders erscheinen und die beiden anderen im Hauptschnitt des

zweiten Rhomboeders von den beiden ersteren und von der zweiten Hauptachse weg abgelenkt sind. Zwei von ihnen schwingen senkrecht zum Hauptschnitt des zweiten Rhomboeders, sind also ordentliche Strahlen, die beiden anderen dagegen sind außerordentliche Strahlen und schwingen im Hauptschnitt des zweiten Rhomboeders. Die Erklärung für diese Erscheinung ist folgende: In Fig. 387 seien *JA* und *JB* die Schwingungsrichtungen der beiden den ersten Kalkspat verlassenden Strahlen und deren Intensität. Diese beiden Strahlen treffen mit senkrechter Inzidenz auf den zweiten Kalkspat, dessen Schwingungsrichtungen für das Licht *JF* und *JD* sind, sie können demnach nicht unzerlegt durch den zweiten Kalkspat durch und werden, wie in der Zeichnung dargestellt, je in zwei Strahlen zerlegt, nämlich *JA* in *JD* und *JC* bzw. *JB* in *JG* und *JF*. Man erhält somit vier Strahlen, von denen zwei senkrecht zum Hauptschnitt des zweiten Kalkspats schwingen und somit ordentliche Strahlen sind, zwei aber ihre Schwingungen im Hauptschnitt des zweiten Rhomboeders vollziehen und somit außerordentliche Strahlen sind. Die ordentlichen Strahlen erscheinen genau an den Stellen, wo im ersten Kalkspat ordentlicher und außerordentlicher waren, sie sind nicht abgelenkt; die außerordentlichen Strahlen hingegen sind von jenen beiden im Hauptschnitt des zweiten Kalkspats von der Hauptachse weg abgelenkt. Alle vier Bilder haben gleiche Intensität, wenn die Hauptschnitte der beiden Kalkspäte um 45° gegeneinander gedreht sind, wie aus Fig. 387 leicht einzusehen ist.

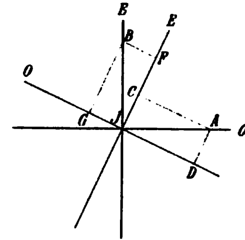


Fig. 387. *JAO* und *JBE* Schwingungsrichtungen im ersten, *JGO* und *JFE* im zweiten Kalkspat. Strahl *JA* wird zerlegt in *JD* und *JC*, Strahl *JB* wird zerlegt in *JF* und *JG*. *JD* und *JG* sind ordinäre, *JF* und *JC* extraordinäre Strahlen.

Dreht man den zweiten Kalkspat soweit nach rechts, daß die kurzen Diagonalen (Hauptschnitte) der beiden Rhomboeder 90° mit einander bilden, dann sieht man nur zwei Bilder, deren eines an der Stelle erscheint, wo im ersten Rhomboeder der außerordentliche Strahl sichtbar war, während das früher ordentliche Bild im Hauptschnitt des

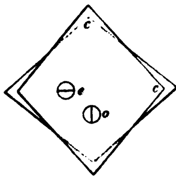


Fig. 388. Zwei Rhomboeder 90° gegeneinander gedreht.

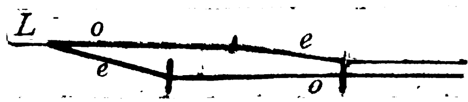


Fig. 389. Zwei Rhomboeder 90° gegeneinander gedreht.

zweiten Rhomboeders sich nach links abgelenkt zeigt. Die Erklärung ist einfach, wenn man bedenkt, daß die Schwingungsrichtungen in beiden Rhomboedern jetzt wieder zwar parallel, aber für den ordentlichen und außerordentlichen Strahl vertauscht sind. Der ordentliche Strahl des ersten wird im zweiten Rhomboeder zum außerordentlichen und als solcher unter Beibehaltung seiner Schwingungsrichtung von *c* weg ab-

gelenkt, der außerordentliche aber des ersten Rhomboeders wird im zweiten zum ordentlichen und deshalb nicht abgelenkt.

Dreht man von dieser Stellung aus nach rechts weiter, dann erhält man wieder vier Bilder, deren Erklärung analog wie oben ist. Erst wenn man um 180° gedreht hat, wenn also die beiden Rhomboeder entgegengesetzt stehen, sieht man etwas neues, nämlich nur ein Bild in der Verlängerung des einfallenden Lichtstrahles. Die Erklärung ist leicht, wenn man bedenkt, daß die Schwingungsrichtungen für ordentlichen und außerordentlichen Strahl in beiden Rhomboedern identisch, aber die Hauptachse des ersten Rhomboeders nach rechts

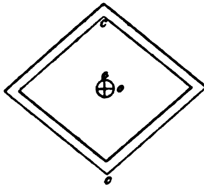


Fig. 390. Zwei Rhomboeder 180° gegeneinander gedreht. Ein aus 2 Strahlen bestehendes Bild liefernd.

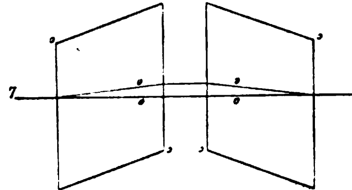


Fig. 391. Zwei Rhomboeder um 180° gegeneinander gedreht und nach den Hauptschnitten durchschnitten.

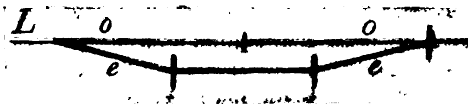


Fig. 392. Zwei Rhomboeder um 180° gegeneinander gedreht.

oben, die des zweiten nach rechts unten gerichtet ist. Daraus folgt, wie Fig. 391, 392 zeigen, daß der außerordentliche Strahl im zweiten Rhomboeder genau so viel nach oben abgelenkt wird, wie er im ersten nach unten abgelenkt war. Es fallen daher die Bilder der beiden Strahlen zusammen, aber was man sieht, ist natürlich geradlinig und zwar nach zwei zu einander senkrechten Richtungen polarisiertes Licht.

Dreht man nun im Sinne des Uhrzeigers weiter, dann erscheinen wieder vier Bilder, bei einer Drehung von 270° zwei Bilder wie bei einer solchen von 90°, nur nach der anderen Seite verschoben; bei weiterer Drehung wieder vier Bilder und bei Drehung um 360° haben wir wieder die Parallelstellung, von der wir ausgegangen sind.

10. **Doppelbrechung in verschiedenen Richtungen beim Kalkspat.** Bestimmt man nun die Brechungsexponenten des Kalkspats für die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen in verschiedenen Richtungen, so findet man folgendes: Der ordentliche Strahl zeigt in allen Richtungen den gleichen Exponenten, nämlich den Wert 1,6583 für Natriumlicht. Der außerordentliche Strahl hingegen zeigt einen mit der Richtung des Strahles schwankenden Wert. Er beträgt in der Richtung senkrecht zur Hauptsymmetrieachse für Natriumlicht 1,4864 und nimmt in jeder anderen Richtung zu, indem er sich mit der Annäherung an die Richtung der Hauptachse mehr und mehr dem Werte

für den ordentlichen Strahl nähert. In der Richtung der Hauptachse selbst sind sozusagen beide Brechungsexponenten gleich, d. h. es findet überhaupt keine Doppelbrechung statt.

Das letztere läßt sich auch aus den Verhältnissen der Symmetrie folgern. Die Hauptsymmetrieachse ist eine Richtung, zu welcher mehr als zwei gleichwertige Richtungen senkrecht stehen, folglich sind — wie wir auch schon bei der mechanischen Elastizität vernommen haben — alle Richtungen senkrecht zur Hauptachse in bezug auf die optische Elastizität gleichwertig. Es kann also Doppelbrechung in der Richtung der Hauptachse nicht stattfinden. Diese Richtung bezeichnet man deshalb auch als optische Achse; in dieser Richtung sind die Kristalle isotrop.

Analog wie der Kalkspat verhalten sich demnach alle Kristalle mit einer Hauptsymmetrie-Achse oder -Ebene, also alle hexagonalen oder tetragonalen Kristalle. Man bezeichnet sie als optisch einachsige und kann bei allen einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl unterscheiden.

11. **Wellenfläche des Lichtes im Kalkspat.** Der ordentliche Strahl hat in allen Richtungen den gleichen Brechungsexponenten also die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Erregt man in der Mitte eines Kalkspats Licht von einer bestimmten Wellenlänge, z. B. Natriumlicht, so wird dieses Licht in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl zerlegt werden, von denen sich jeder für sich fortpflanzt. Der ordentliche Strahl hat sich demnach nach einer gewissen Zeit bis an die Oberfläche einer Kugel fortgepflanzt. Der außerordentliche Strahl hingegen hat in verschiedenen Richtungen eine verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit und in der Richtung der Hauptachse die gleiche wie der ordentliche Strahl. In dieser Richtung werden beide also gleichweit gekommen sein; in jeder anderen Richtung aber wird der außerordentliche Strahl, da er den kleineren Exponenten, also die größere Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, in der gleichen Zeit weiter gekommen sein als der ordentliche. In den Richtungen senkrecht zur optischen Achse wird er den ordentlichen Strahl am weitesten, aber überall gleichweit überholt haben. Gleichweit muß er ihn aber auch infolge der Symmetrie überholt haben in allen Richtungen, welche mit der Hauptachse gleiche Winkel einschließen. Es wird daher der außerordentliche Strahl gekommen sein bis an die Oberfläche eines Rotationsellipsoids, das die Kugel des ordentlichen Strahles einschließt und sie in zwei Punkten berührt, deren Verbindungslinie die optische Achse, die Hauptsymmetrieachse darstellt. Diese Figur bezeichnet man als die Wellenfläche des Kalkspats.

Aus dieser Wellenfläche lassen sich sowohl die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten als die Fortpflanzungsrichtungen der durch Doppelbrechung aus einem Strahl entstehenden Strahlen ersehen. Die beiden Strahlen haben in der Luft parallele Fortpflanzungsrichtung, also auch parallele Strahlenfront senkrecht zu jener. Legen wir demnach an beliebiger Stelle an Kugel und Ellipsoid parallele tangierende Ebenen und verbinden die Berührungspunkte mit dem Mittelpunkt der Figur, dann haben wir die Richtung der zusammengehörigen ordentlichen und

außerordentlichen Strahlen. Die Länge der Radien gibt ein Maß für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und die Entfernung der auf den Tangierungsebenen errichteten Normalen den Betrag, um den die beiden Strahlen auseinander gebrochen werden.

Führt man diese Konstruktion nun für verschiedene Punkte der Wellenfläche aus, so ergibt sich folgendes: An der Berührungsstelle von Kugel und Ellipsoid gibt es nur eine Tangierungsebene, also überhaupt keine Doppelbrechung; an jeder anderen Stelle hat man zwei Tangierungsebenen, also Doppelbrechung. Die Tangierungsebenen, welche der Rotationsachse des Ellipsoids — der Hauptachse — parallel gehen, liegen so, daß die Berührungspunkte mit dem Mittelpunkt der Wellenfläche auf einer Geraden liegen. Also ordentlicher und außerordentlicher Strahl haben hier zwar den größten Unterschied in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, aber die gleiche Fortpflanzungsrichtung. Das letztere ist in anderen doppelbrechenden Richtungen nicht der Fall. Geht man also von der optischen Achse aus, so vergrößert sich der Abstand der beiden Strahlen bis zu einem von der Größe der Doppelbrechung *(o—e)* abhängigen Maximum und nimmt dann wieder ab, um senkrecht zur optischen Achse den Wert Null zu erreichen.

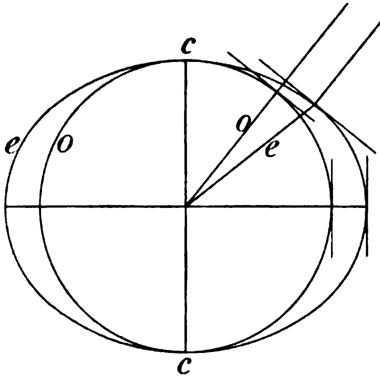


Fig. 393. Wellenfläche des Kalkspats nach einem Hauptschnitt durchschnitten. *o* ordinärer, *e* extraordinärer Strahl. In der Richtung senkrecht zur optischen Achse *c—c* ist die Fortpflanzungsrichtung für beide Strahlen gleich, in jeder anderen, doppeltbrechenden Richtung verschieden.

Von einer kleinen erleuchteten Öffnung in einem Schirm sieht man also durch die Basis des Kalkspats nur ein Bild und das Licht ist gewöhnliches, nicht polarisiertes Licht. Ebenso aber sieht man nur ein Bild durch die Prismenflächen, nur ist dies in zwei zu einander senkrechten Richtungen polarisiertes Licht. Durch jede andere Fläche sieht man zwei senkrecht zu einander polarisierte Bilder, die bei einer bestimmten Neigung zur Hauptachse am weitesten von einander entfernt sind.

Analog sind die Erscheinungen bei allen einachsigen — hexagonalen und tetragonalen — Kristallen und wir sehen nun auch ein, warum die Doppelbrechung zuerst beim Kalkspat entdeckt worden ist, obwohl z. B. der hexagonale Quarz in großen Kristallen schon im Altertum bekannt war. Zwar ist beim Kalkspat die Doppelbrechung $= 0{,}1719$ für Na-Licht 19mal so stark als beim Quarz ($= 0{,}0091$), aber man hat vom Quarz gar oft mehr als 19mal so dicke durchsichtige Kristalle als vom Kalkspat. Der Kalkspat jedoch liegt uns meist in Spaltungsstücken nach dem Rhomboeder vor, also nach einer Fläche, welche mit $44^{\circ} 37'$ gegen die Hauptachse geneigt ist und durch die man demnach die beiden Strahlen nahezu am weitesten auseinander gebrochen sieht; der Quarz hingegen ist in großen Kristallen fast immer prismatisch nach der Hauptachse ausgebildet und man sieht

daher senkrecht zur Hauptachse durch, wo man, wie gezeigt wurde, nur ein Bild sehen kann.

12. **Charakter der Doppelbrechung bei einachsigen Kristallen.** Schleift man, dem Schlusse des vorigen Abschnitts entsprechend, aus Quarz eine dicke Platte, deren parallele Flächen den Rhomboederflächen des Kristalls parallel gehen, so sieht man, genau wie durch ein dünneres Kalkspatrhomboeder, zwei Bilder, aber es besteht doch zwischen den beiden Erscheinungen ein Unterschied. Hat man sich nämlich auf der Oberseite — Vorderseite — den Austritt der Hauptsymmetrieachse markiert, so sieht man beim Kalkspat das abgelenkte Bild von der optischen Achse (Hauptsymmetrieachse) weg, beim Quarz dagegen gegen die optische Achse hin gebrochen. Kristalle, die sich verhalten wie der Quarz, nennt man attraktive oder positive, solche, die sich verhalten wie der Kalkspat, repulsive oder negative und bezeichnet dies als den Charakter der Doppelbrechung.

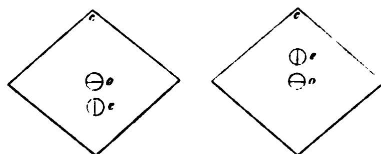


Fig. 394.
Optisch negativ (repulsiv) Optisch positiv (attraktiv)
Vergl. Fig. 380.

Bestimmt man die Brechungsexponenten für ordentlichen und außerordentlichen Strahl bei positiven und negativen Kristallen, so zeigt sich, daß bei den positiven der außerordentliche, bei den negativen der ordentliche Strahl stärker gebrochen wird. Beim Kalkspat ist die Doppelbrechung $o - e = 0{,}1719$ für Natriumlicht, beim Quarz ist sie $e - o = 0{,}0091$ für dasselbe Licht.

Daraus ergibt sich aber auch eine andere Gestalt der Wellenfläche. Während sie beim Kalkspat, also bei allen einachsigen optisch negativen Kristallen, ein Rotationsellipsoid mit einbeschriebener, in zwei Punkten berührender Kugel ist, wird sie bei den einachsigen optisch positiven Kristallen durch ein Rotationsellipsoid mit umbeschriebener in zwei Punkten berührender Kugel dargestellt. Oder man kann auch sagen, bei den Wellenflächen der positiven Kristalle ist das Rotationsellipsoid langgestreckt, die Rotationsachse ist die längere, bei den negativen ist das Ellipsoid flach gedrückt, die Rotationsachse ist die kürzere.

13. **Indikatrix einachsiger Kristalle.** Nehmen wir einen Schnitt durch die optische Achse (c-Achse) eines einachsigen Kristalls und lassen auf ihn einen Lichtstrahl senkrecht auffallen, so wird dieser Strahl in zwei zerlegt, von denen der eine, der ordinäre senkrecht zur optischen Achse, der andere, extraordinäre, parallel der optischen Achse schwingt. Trägt man von dem Kreuzungspunkt der beiden Richtungen aus in der Richtung der optischen Achse (Hauptachse) den Brechungsexponenten des extraordinären, in der dazu senkrechten Richtung den Brechungsexponenten des ordinären Strahls einer bestimmten Wellenlänge (Farbe) auf und konstruiert mit Hilfe dieser beiden Halbachsen eine Ellipse, die man dann um die optische Achse rotieren läßt, so

erhält man ein Rotationsellipsoid, das man als **Indikatrix** des betreffenden Kristalls für die betreffende Farbe bezeichnet. Aus der

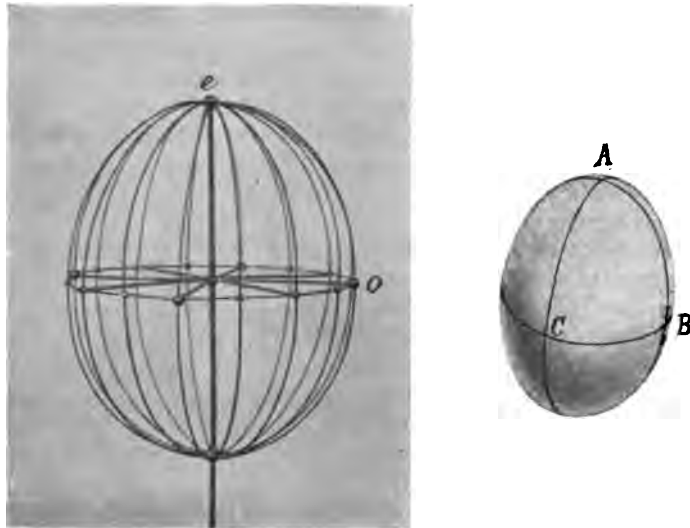


Fig. 395. Indikatrix optisch positiver einachsiger Kristalle. *e* extraordinärer, *o* ordinärer Strahl, *e* bzw. *A* ist Rotationsachse, *o* bzw. *BC* ist ein Kreisschnitt.

Konstruktion ergibt sich, daß bei den positiven Kristallen, bei denen der ordinäre Strahl den größeren Brechungsexponenten hat, die Indikatrix ein langgestrecktes Rotationsellipsoid werden muß, bei dem die Rotationsachse die längere Achse ist. Bei den optisch-negativen Kristallen ist es umgekehrt. Aus der Indikatrix kann man für jede beliebige Kristallfläche sowohl die Schwingungsrichtungen des Lichtes in ihr als auch die Größe der Brechungsexponenten der beiden Strahlen ableiten, indem man die Fläche durch den Mittelpunkt der Indikatrix legt.

Die Durchschnitte durch den Mittelpunkt eines Rotationsellipsoids werden entweder Kreise oder Ellipsen. Kreisförmig nämlich werden die Schnitte senkrecht zur Rotationsachse, elliptisch die Schnitte schräg dagegen. In den Kreisschnitten sind alle Richtungen (Radien) gleichwertig, in den Ellipsen sind eine größte und eine kleinste Halbachse zu unterscheiden. Senkrecht zu den Kreisschnitten findet keine Doppelbrechung statt, weil in ihnen alle Richtungen gleichwertig sind, wohl aber senkrecht zu den elliptischen Schnitten und zwar schwingen die beiden Strahlen parallel und senkrecht zur kleinsten und größten Achse und ihre Brechungsexponenten werden durch die Länge der Achsen ausgedrückt. Zu den Kreisschnitten senkrecht steht die optische Achse, ihr Radius entspricht dem Brechungsexponenten des ordinären Strahles. Er kehrt in allen elliptischen Schnitten wieder. In den Schnitten parallel der Hauptachse (Drehungsachse) hat der außerordentliche Strahl den größten (positive Kristalle) bzw. kleinsten Wert (negative Kristalle). Bei allen Schnitten positiver Kristalle ent-

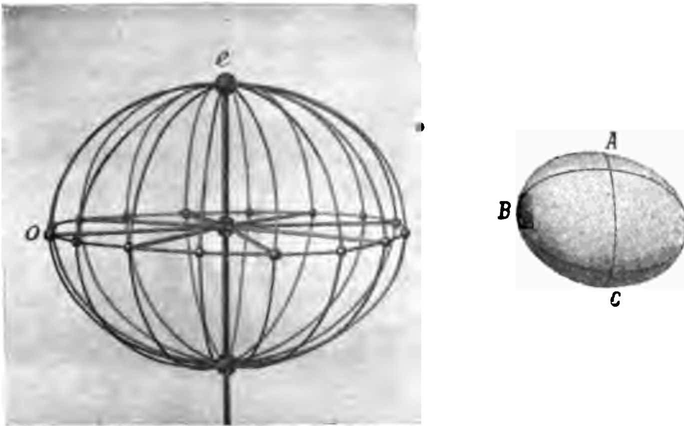


Fig. 396. Indikatrix optisch negativer einachsiger Kristalle. *e* extraordinärer, *o* ordinärer Strahl, *e* bzw. *A* ist Rotationsachse, *o* bzw. *BC* ist ein Kreisschnitt.

spricht die kürzere Achse dem ordentlichen, die längere dem außerordentlichen Strahl; bei den negativen Kristallen ist es umgekehrt.

14. **Hauptschnitte der optisch einachsigen Kristalle.** Wie wir gesehen haben, schwingt der außerordentliche Strahl im Hauptschnitt, d. h. in einer Ebene, die man durch die Richtung des Strahles und durch die Hauptachse legt. Er schwingt aber auch, wie wir im vorigen Abschnitt gesehen haben, parallel der einen Achse der elliptischen Schnitte durch die Indikatrix, demnach liegt jene Achse, die Fortpflanzungsrichtung und die Hauptachse stets in einer Ebene. Man kann somit jede durch die Rotationsachse der Indikatrix gelegte Ebene als Hauptschnitt bezeichnen und sagen, bei den einachsigen Kristallen gibt es unendlich viele — durch die Hauptachse gelegte — Hauptschnitte.

15. **Optisch zweiachsige Kristalle.** Während man es als Charakteristikum der hexagonalen und tetragonalen Kristalle bezeichnen kann, daß sie eine Richtung besitzen, in welcher sie nicht doppelbrechend sind, haben die rhombischen, monoklinen und triklinen Kristalle zwei solcher Richtungen — zwei optische Achsen — und man bezeichnet sie als optisch zweiachsige. Auch bei ihnen wird das Licht im allgemeinen in zwei senkrecht zu einander schwingende Strahlen zerlegt, wenn man aber die Brechungsexponenten der beiden Strahlen in den verschiedensten Richtungen bestimmt, so zeigt sich, daß kein Strahl vorhanden ist, der in allen Richtungen gleichen Brechungsexponenten besitzt wie der ordentliche Strahl bei den optisch-einachsigen Kristallen. Man findet eine Richtung, in welcher die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen einen größten und einen kleinsten im Kristall überhaupt vorkommenden Wert der Brechung besitzen und wenn man die Brechungsexponenten in der zu jenen senk-

rechten Richtung bestimmt, so findet man außer einem der eben erwähnten beiden Werte noch einen dritten mittleren (nicht arithmetisches Mittel!) Brechungsexponenten. Man hat also bei diesen Kristallen in drei zueinander senkrechten Richtungen drei Brechungsexponenten, einen größten, einen kleinsten und einen mittleren. Den kleinsten Brechungsexponenten bezeichnet man mit α, den mittleren mit β, den größten mit γ.

16. **Indikatrix rhombischer, monokliner und trikliner Kristalle.** Wie seither, so betrachten wir auch jetzt noch stets die Verhältnisse mit Bezug auf Licht von einer bestimmten Wellenlänge (homogenes Licht). Zur Konstruktion der Indikatrix dieser Kristalle nehmen wir

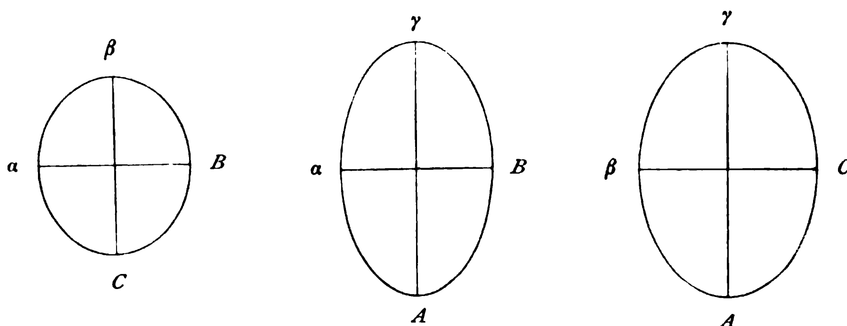


Fig. 397. Die drei zueinander senkrechten Schnitte eines rhombischen Kristalls mit den drei Brechungsexponenten α, β und γ zur Konstruktion der Indikatrix.

die drei zueinander senkrechten Schnitte, in welchen die beiden Strahlen, den größten und kleinsten, bzw. den größten und mittleren, bzw. den kleinsten und mittleren Wert des Brechungsexponenten besitzen und konstruieren mit ihrer Hilfe ein Ellipsoid. Dieses wird dann dreiachsig und es stellt demnach die Indikatrix der rhombischen, monoklinen und triklinen Kristalle ein dreiachsiges Ellipsoid dar, aus dem wir nun analog wie bei den einachsigen Kristallen die optischen Eigenschaften jeder Kristallfläche ableiten können.

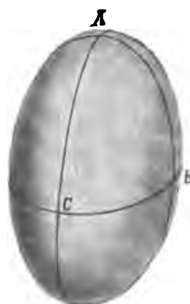


Fig. 398. Dreiachsiges Ellipsoid, Indikatrix rhombischer, monokliner und trikliner Kristalle.

Die Schnitte durch den Mittelpunkt eines dreiachsigen Ellipsoids werden mit zwei Ausnahmen alle Ellipsen. Alle diese elliptischen Schnitte sind doppelbrechend und zwar stellen die beiden Halbachsen der Ellipsen Schwingungsrichtung und Brechungsexponenten der beiden Strahlen dar, welche aus einem senkrecht einfallenden Lichtstrahl entstehen. Nur in zwei Fällen werden jene Schnitte Kreise, deren Durchmesser gleich dem mittleren Brechungsexponenten β ist. Diese beiden Schnitte liegen demnach stets senkrecht zur Ebene, in welcher der größte und kleinste Brechungsexponent liegen. Ihre Neigung zueinander hängt von dem Verhältnis der Brechungsexponenten ab.

Senkrecht zu diesen beiden Kreisschnitten findet keine Doppelbrechung statt, wohl aber sogenannte konische Refraktion, auf die wir hier nicht näher eingehen. Jene zu den Kreisschnitten senkrechten Richtungen hat man als Binormalen oder wegen der Analogie mit den einachsigen Kristallen als optische Achsen und die betreffenden Kristalle als optisch zweiachsige bezeichnet.

17. **Optischer Achsenwinkel, optische Achsenebene und Mittellinien.** Die beiden optischen Achsen bilden miteinander den spitzen und stumpfen optischen Achsenwinkel, und sie liegen in der optischen Achsenebene. Die beiden optischen Achsenwinkel werden halbiert durch Richtungen der Indikatrix, welche dem größten und kleinsten Brechungsexponenten (γ und α) entsprechen. Diese beiden Richtungen nennt man Bissektrix oder Mittellinien und zwar bezeichnet man die Halbierungslinie des spitzen optischen Achsenwinkels als I. und die des stumpfen als II. Mittellinie. Naturgemäß liegen die Mittellinien mit den optischen Achsen in der optischen Achsenebene.

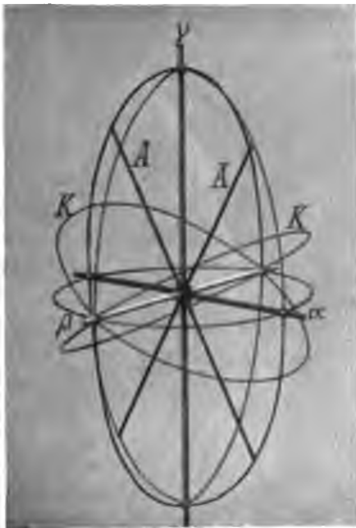


Fig. 399. Indikatrix eines optisch-positiven zweiachsigen Kristalls. α, β, γ sind die 3 Brechungsexponenten; K die Kreisschnitte; A optische Achsen, auf den Kreisen senkrecht; γ ist erste Mittellinie (halbiert den spitzen optischen Achsenwinkel); α ist II. Mittellinie.

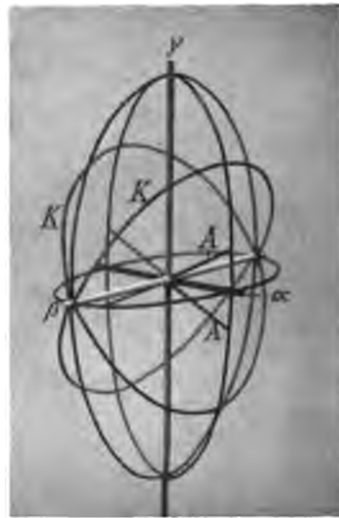


Fig. 400. Indikatrix eines optisch-negativen zweiachsigen Kristalls. α, β, γ sind die 3 Brechungsexponenten; K sind die Kreisschnitte; A optische Achsen, auf den Kreisen senkrecht; α ist erste Mittellinie (halbiert den spitzen optischen Achsenwinkel); γ ist II. Mittellinie.

18. **Charakter der Doppelbrechung bei zweiachsigen Kristallen.** Wie wir eben gesehen haben, wird der spitze optische Achsenwinkel entweder halbiert durch den größten oder durch den kleinsten Brechungsexponenten. D. h. also, entweder entspricht die I. Mittellinie dem Brechungsexponenten γ (größter) oder α (kleinster). Im ersteren Falle:

I. Mittellinie $= \gamma$ nennt man die Kristalle optisch-positiv; im letzteren: I. Mittellinie $= \alpha$ dagegen optisch-negativ.

Der Grund für diese Bezeichnung liegt in einer gewissen Analogie mit den optisch-einachsigen Kristallen. Halbiert nämlich die Richtung für den größten Brechungsexponenten den spitzen optischen Achsenwinkel (Fig. 399) und man denkt sich den Achsenwinkel kleiner und kleiner werdend, dann muß sich gleichzeitig der Wert für α dem mittleren Brechungsexponenten β nähern; ist der Achsenwinkel schließlich gleich Null, dann ist $\alpha = \beta$ geworden, d. h. die Indikatrix ist zu einem Rotationsellipsoid geworden, dessen Rotationsachse die längere ist, wie bei den einachsigen optisch-positiven Kristallen. Analog ist es bei den negativen Kristallen (Fig. 400), wo sich beim Kleinerwerden des optischen Achsenwinkels γ dem Werte für β nähert, ihm schließlich gleich wird, und so ein den einachsigen optisch-negativen Kristallen entsprechendes Rotationsellipsoid mit kurzer Rotationsachse entsteht.

19. **Hauptschnitte bei zweiachsigen Kristallen; Elastizitätsachsen; ihre Beziehungen zur geometrischen Symmetrie.** Die Indikatrix der zweiachsigen Kristalle sind dreiachsige Ellipsoide. Ein solches Ellipsoid hat drei Symmetrieebenen (*AB*, *AC*, *BC* der Fig. 398) und sie bezeichnet man als Hauptschnitte der optisch-zweiachsigen Kristalle.

Die Achsen der Indikatrix bezeichnet man auch als optische Elastizitätsachsen. Man kann demnach bei den isotropen Körpern, deren Indrikatrix eine Kugel ist, nur von einer, bei den optisch einachsigen Kristallen, deren Indikatrix ein Rotationsellipsoid ist, von zwei, und bei den optisch zweiachsigen Kristallen, deren Indikatrix ein dreiachsiges Ellipsoid darstellt, von drei optischen Elastizitätsachsen reden, die man entsprechend den drei Brechungsexponenten α, β und γ und im Gegensatz zu den geometrischen Achsen mit den deutschen Buchstaben $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$ bezeichnet.

Diese Elastizitätsachsen haben bei den regulären Kristallen keine Beziehung zu den Symmetrieachsen; dagegen fällt eine von den beiden, die Rotationsachse, bei den tetragonalen und hexagonalen Kristallen zusammen mit der Hauptsymmetrieachse; bei den rhombischen Kristallen fallen die drei Elastizitätsachsen zusammen mit den drei Symmetrieachsen, bei den monoklinen Kristallen ist dies nur noch mit einer Achse der Fall und bei den triklinen Kristallen besteht keine wahrnehmbare Beziehung zwischen geometrischen Eigenschaften und optischen Elastizitätsachsen. Wir ersehen aus dem Gesagten die vollkommene Analogie der optischen und der mechanischen Elastizitätsflächen, wie auch die Tabelle im folgenden Abschnitt zeigt.

20. **Indikatrix für verschiedene Farben.** Wir haben bisher bei der Indikatrix immer nur von einer bestimmten Farbe des Lichtes, von homogenem Licht, von einer bestimmten Wellenlänge geredet und wollen jetzt die Veränderungen betrachten, welche die Indikatrix bei Anwendung verschiedener Lichtfarben, verschiedener Wellenlängen erleidet.

Wie wir schon früher gesehen haben, sind die Brechungsexponenten bei regulären — isotropen — Kristallen für verschiedene Farben verschieden groß und zwar im allgemeinen um so größer, je kleiner die Wellenlänge ist, also um so größer werdend, je mehr wir uns vom roten dem violetten Teil des Spektrums nähern. Man bezeichnet diese Erscheinung als Dispersion der Farben. Diese tritt bei allen Kristallen und für alle Strahlen ein. Bei den regulären Kristallen ist die Indikatrix für jede Farbe eine Kugel. Die Kugeln für verschiedene Farben sind konzentrisch.

Bei den optisch einachsigen Kristallen — tetragonale und hexagonale — ist die Indikatrix ein Rotationsellipsoid, dessen Drehungsachse dem Brechungsexponenten des außerordentlichen Strahles entspricht, während die dazu senkrechte Richtung den Exponenten des ordentlichen Strahles darstellt. Dies bleibt für alle Farben bestehen, aber das Verhältnis der beiden Achsen zu einander bleibt nicht für alle Farben gleich, folglich bleibt die Indikatrix nicht für alle Farben parallel bzw. konzentrisch um den Mittelpunkt. Diese verschiedene Größe des Wertes der Doppelbrechung ($o-e$ oder $e-o$) bezeichnet man billigerweise als Dispersion der Doppelbrechung. Sie kommt bei allen doppelbrechenden Kristallen vor. Es ergibt sich für die optisch-einachsigen, daß für verschiedene Farben der Durchschnitt durch die Indikatrix senkrecht zur Hauptachse stets ein Kreis bleibt. Die Kreise sind konzentrisch, haben aber verschiedenen Radius. Der Durchschnitt parallel der Hauptachse ist stets eine Ellipse, aber diese Ellipsen für verschiedene Farben haben eine verschiedene Krümmung, sind also nicht parallel. Die Hauptachse behält aber ihre Lage für alle Farben bei. Jedoch kann ein Kristall für eine Farbe optisch positiv, für eine andere negativ sein, d. h. das Rotationsellipsoid ist für die eine Farbe langgestreckt (Fig. 395), für die andere flachgedrückt (Fig. 396).

Bei den optisch zweiachsigen — rhombischen, monoklinen und triklinen — Kristallen ist die Indikatrix ein dreiachsiges Ellipsoid. Die drei Hauptschnitte stellen Ellipsen dar. Da aber für verschiedene Farben sich das Verhältnis der drei Brechungsexponenten zueinander — $\alpha : \beta : \gamma$ — ändert, so ändert sich für verschiedene Farben in irgend einem Hauptschnitt auch die Krümmung der Ellipsen, sie bleiben nicht konzentrisch. Daraus folgt aber, daß sich auch die Krümmung des Ellipsoids ändert und damit ändert sich auch die Lage der beiden Kreisschnitte und der Winkel, den sie mit einander einschließen, also die Größe des optischen Achsenwinkels, ja unter Umständen auch die Lage der optischen Achsenebene. Dies bezeichnet man als die Dispersion der optischen Achsen. Sie kann bei allen optisch zweiachsigen Kristallen vorkommen. Auch sie können für verschiedene Farben verschiedenen Charakter der Doppelbrechung haben.

Während nun bei den rhombischen Kristallen die Elastizitätsachsen — die drei Achsen der Indikatrix — mit den drei Symmetrieachsen der Holoedrie zusammenfallen müssen, also die Elastizitätsachsen oder die Hauptschnitte für verschiedene Farben stets die gleiche Lage haben, ist dies bei den monoklinen und triklinen Kristallen nicht mehr der Fall.

Bei den monoklinen Kristallen haben wir eine Symmetrieachse und mit ihr muß eine der Elastizitätsachsen der Indicatrix für alle Farben zusammenfallen, also muß auch ein Hauptschnitt (= der geometrischen Symmetrieebene) für alle Farben gleich bleiben. Hingegen können die beiden anderen Elastizitätsachsen in jenem Hauptschnitt für verschiedene Farben gegeneinander verschoben sein. Man spricht von einer Dispersion zweier Elastizitätsachsen.

Bei den triklinen Kristallen endlich ist keine Symmetrieachse mehr vorhanden und es können daher alle Achsen der Indicatrix für verschiedene Farben gegeneinander verschoben sein, also auch alle Hauptschnitte. Man spricht von der Dispersion aller Elastizitätsachsen.

(S. Tabelle S. 179.)

Es lassen sich demnach die Kristalle nach ihrem optischen Verhalten nur in fünf Klassen nicht wie nach dem geometrischen Verhalten in 6 (oder 7) Systeme einteilen, indem sich das tetragonale und hexagonale (bzw. trigonale) Kristallsystem nicht optisch unterscheiden lassen. Man vergleiche aber diese Tabelle mit jener bei der mechanischen Elastizität (homogene Deformation) und man wird eine vollständige Analogie im mechanischen und optischen Verhalten finden.

Wohl kann es vorkommen, daß ein Kristall irgend eines Kristallsystems bei einer bestimmten Temperatur die optischen Eigenschaften einer höher symmetrischen Klasse zeigt; ändert man aber die Temperatur, so wird dieses Verhältnis aufhören, weil sich damit die Größe der Lichtbrechung, der Doppelbrechung und der Dispersionen überhaupt ändert. Auch der Charakter der Doppelbrechung kann sich mit der Temperatur ändern. Es kann aber wenigstens bei normalem optischem Verhalten eines Kristalls nicht vorkommen, daß er die optischen Eigenschaften eines weniger symmetrischen Kristallsystems besitzt.

21. **Absorption des Lichtes in den Kristallen.** In allen Medien wird ein Teil des hindurchgehenden Lichtes absorbiert, d. h. umgewandelt in Licht von anderer Wellenlänge oder in andere Energieformen — z. B. Wärme, Elektrizität, chemische Energie —. Die Gesamtintensität des Lichtes, das durch ein Medium gegangen ist, ist demnach geringer als zuvor.

Die Absorption kann sich nun entweder über den ganzen sichtbaren Bereich des Spektrums in gleickmäßiger Weise verteilen, dann wird der Kristall im durchfallenden Lichte weiß gefärbt sein, oder aber die Absorption ist im wesentlichen beschränkt auf bestimmte Teile des Spektrums, dann wird der Kristall eine Farbe zeigen, welche durch Mischung der nicht absorbierten Wellenlängen entsteht.

In optisch-isotropen Medien, also in regulären Kristallen, wird das Licht in allen Richtungen in gleicher Weise absorbiert, d. h. sie zeigen bei gleicher Dicke — die Stärke der Absorption ist z. T. eine Funktion der Weglänge — in allen Richtungen gleiche Farbe. Eine Kugel z. B. von rotem Granat läßt in allen Richtungen Licht von gleicher roter Farbe durchfallen.

Dagegen hat man an nicht regulären — anisotropen — Kristallen andere Beobachtungen gemacht. In den Bachbetten Ceylons

Übersicht über die bisher erörterten optischen Eigenschaften der Kristalle.

Verhalten gegen das Licht	Optische Achsen	Indikatrix	Charakter der Doppelbrechung	Dispersion	Symmetrieverhältnisse		Kristallsystem
Isotrop (einfachbrechend)	—	Kugel	—	der Farben	Mehrere Hauptsymmetrieachsen und -Ebenen		Regulär
Anisotrop (doppeltbrechend)	Einachsig	Rotationsellipsoid	Positiv +: Große Achse ist Rotationsachse, $e > o$. Negativ —: Kleine Achse ist Rotationsachse, $o > e$	der Farben und der Doppelbrechung	Eine Hauptsymmetrieachse oder -Ebene		Tetragonal Hexagonal
	Zweiachsig	Dreiachsiges Ellipsoid	Positiv +: I. Mittellinie entspricht dem größten Brechungsexponenten γ. Negativ —: I. Mittellinie entspricht dem kleinsten Brechungsexponenten α	der Farben, der Doppelbrechung und der opt. Achsen	Keine Hauptsymmetrie-Achse oder -Ebene	Mehrere ungleiche Symmetrieachsen oder -Ebenen	Rhombisch
				der Farben, der Doppelbrechung, der opt. Achsen und zweier Elastizitätsachsen		Eine Symmetrieachse oder -Ebene	Monoklin
				der Farben, der Doppelbrechung, der opt. Achsen und aller Elastizitätsachsen		Keine Symmetrieachse oder -Ebene	Triklin

kommt ein rhombisch kristallisierendes Mineral in Form von Geröllen vor, die nach der einen Richtung (im weißen Licht betrachtet) dunkelblau, in einer dazu senkrechten gelblich durchsichtig sind (Fig. 2, Taf. III). Diese Erscheinung hat man Dichroismus, jenes Mineral Dichroit oder zu Ehren des Entdeckers Cordier Cordierit genannt. Eine ähnliche Erscheinung hat man an vielen anderen Mineralien ebenfalls sehr frühe gemacht, z. B. an dem hexagonal kristallisierenden Turmalin, der in seinen grünen Varietäten in der Richtung der Hauptachse dunkel moosgrün, in den dazu senkrechten Richtungen licht grasgrün gefärbt erscheint (Fig. 3, Taf. III). Nun sieht man aber nicht bloß die beiden Farbenextreme wie eben beschrieben, sondern es schwankt die Farbe mit der Richtung im Kristall und man hat die Erscheinung ganz allgemein mit dem Namen Pleochroismus belegt. Pleochroismus kommt demnach nur bei anisotropen Kristallen vor.

Die Ursache des Pleochroismus ist darin gelegen, daß ebenso wie die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen verschiedene Lichtbrechung, sie auch verschiedene Absorption zeigen. Sehen wir in irgend einer doppelbrechenden Richtung durch einen pleochroitischen Kristall, so gelangt in unser Auge eine Mischfarbe der beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen. Davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man z. B. einen Turmalinkristall in der Richtung senkrecht zur Hauptachse, also durch eine Prismenfläche im reflektierten Lichte betrachtet. Stellt man den Kristall mit der Hauptachse senkrecht zur Einfallsebene des Lichtes, also parallel zu der Schwingungsrichtung des durch Reflexion polarisierten Lichtes, so sieht er ganz lichtgrün aus; dreht man ihn aber um 90° um den einfallenden Lichtstrahl, dann erscheint er dunkel moosgrün. Jene beiden Richtungen sind aber die Schwingungsrichtungen des außerordentlichen und ordentlichen durch Doppelbrechung entstehenden Lichtstrahles. Ähnlich verhalten sich alle doppelbrechenden Kristalle.

Man hat jedoch hier wie bei der Lichtbrechung noch zwei Klassen zu unterscheiden: nämlich die optisch einachsigen und die optisch zweiachsigen. Bei den ersteren hat man einen ordinären und einen extraordinären Strahl. Jener pflanzt sich in allen Richtungen gleich schnell fort und zeigt so in allen Richtungen auch gleiche Absorption, dieser der außerordentliche Strahl hingegen zeigt in verschiedenen Richtungen verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit und verschiedene Absorption. Seine Farbe weicht in der Richtung senkrecht zur Hauptachse am stärksten von der des ordentlichen Strahles ab und nähert sich ihr mit Annäherung an die Richtung der Hauptachse immer mehr. Man kann diese Verhältnisse der Absorption in ähnlicher Weise wenigstens angenähert richtig darstellen, wenn man, wie bei der Lichtbrechung, ein Rotationsellipsoid konstruiert, dessen Rotationsachse dem Wert der Absorption des außerordentlichen, dessen andere Achse dem des ordentlichen Strahles entspricht. Wie wir bei den optisch einachsigen — hexagonalen und tetragonalen — Kristallen zwei optische Elastizitätsachsen haben, so hat man auch zwei Absorptionsachsen und spricht deshalb hier von Dichroismus (Fig. 3, Taf. III).

Bei den optisch-zweiachsigen — rhombischen, monoklinen und triklinen — Kristallen hat man in analoger Weise als Absorp-

tionsfläche ein dreiachsiges Ellipsoid, also drei Absorptionsachsen und man spricht bei ihnen daher von Trichroismus. Der Cordierit gehört hierher. Untersucht man ihn durch die drei Hauptschnitte — Symmetrieebenen — der rhombischen Kristalle, so sieht man durch den einen Schnitt zwei Strahlen, die dunkelblau und licht violblau, durch den anderen zwei, die dunkelblau und gelb, und durch den dritten zwei, die licht violblau und gelb gefärbt sind. Wir sehen also die den drei Absorptionsachsen entsprechenden Strahlen dunkelblau, licht violblau und gelb gefärbt (Fig. 1, Taf. III). Analog verhalten sich alle optisch zweiachsigen Kristalle, nur ist zu bedenken, daß natürlich auch zwei Absorptionsachsen sich zufällig annähernd gleich verhalten können und dadurch scheinbar nur Dichroismus vorhanden ist.

Die Lage der Absorptionsachsen zu den optischen Elastizitätsachsen entspricht den Forderungen der geometrischen Symmetrie. Bei den optisch-einachsigen Kristallen fällt die Rotationsachse der Indikatrix mit der der analogen Absorptionsfläche und mit der geometrischen Hauptachse zusammen. Bei den rhombischen Kristallen fallen die drei Elastizitätsachsen und die drei Absorptionsachsen in die Richtungen der drei Symmetrieachsen der Holoedrie. Bei den monoklinen Kristallen ist die Richtung der Symmetrieachse auch zugleich die einer Elastizitäts- und einer Absorptionsachse, während die beiden anderen Elastizitätsachsen gegen die Absorptionsachsen dispergiert sein können. Bei den triklinen Kristallen endlich können alle drei Absorptionsachsen gegen die drei optischen Elastizitätsachsen dispergiert sein.

Über das Verhältnis der Lichtbrechung zur Absorption sei hier nur bemerkt, daß der stärker absorbierte Strahl gewöhnlich auch der stärker gebrochene ist. So ist z. B. beim Turmalin der ordinäre Strahl stärker absorbiert als der außerordentliche, folglich jener auch stärker gebrochen $o > e$ und daher der Turmalin optisch negativ.

Die Bestimmung des Pleochroismus kann entweder geschehen, wie schon oben gezeigt, mit Hilfe von reflektiertem Licht, oder mit Hilfe eines Apparates, der uns polarisiertes Licht von einer bestimmten Schwingungsrichtung liefert (Nicolsches Prisma, Polarisationsmikroskop) oder endlich mittels des Dichroskops. Das von Haidinger erfundene

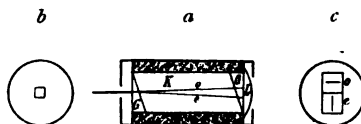


Fig. 401. *a* Durchschnitt durch das Dichroskop. *b* untere Blende, *G* Glas, *K* Kalkspat, *L* Lupe, *o* ordinärer, *e* extraordinärer Strahl. *c* das durch das Instrument gesehene Doppelbild.

Dichroskop oder die Haidingersche Lupe hat als wesentliche Bestandteile ein Kalkspatrhomboeder und einen Schirm mit einer kleinen quadratischen Öffnung. Diese Öffnung wird so vor das Kalkspatrhomboeder gebracht, daß die Seiten des Quadrates mit den Diagonalen der Rhomboederfläche, d. h. mit den Schwingungsrichtungen des Lichtes im Kalkspat parallel gehen. Durch den Kalkspat sieht man dann diese Öffnung doppelt. Die Dicke des Kalkspats bzw. die Größe der Öffnung wird so gewählt, daß die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Bilder, genau berührend, neben einander zu liegen kommen. Jetzt wissen wir, daß das Licht des einen Bildes parallel der kurzen, das der anderen parallel der langen Diagonale der Rhomboederfläche des

Kalkspats und beide Strahlen parallel den Seiten der Quadrate schwingen. Nebensächlich bei dem Apparat ist, daß man zur Vermeidung von Lichtverlust durch Reflexion auf den Kalkspat oben und unten Glasprismen aufgekittet, daß man oben zur Vergrößerung der Bilder eine Lupe vorgesetzt und das ganze in eine Hülse gesteckt hat. Will man mit dem Instrument eine Kristallplatte untersuchen, so hält man sie vor die untere Öffnung und dreht sie so lange in ihrer Ebene, bis die beiden Bilder den größten Farbenunterschied zeigen, dann haben wir in jedem Bilde nur Licht von einer Schwingungsrichtung, sehen also die Farbe der durch Doppelbrechung in der Platte entstehenden Strahlen. Dieses Instrument findet bei Juwelieren vielfach Anwendung zur Unterscheidung gleich aussehender Steine (z. B. Spinell, regulär ohne Pleochroismus, und Rubin, hexagonal mit Pleochroismus).

22. **Polarisationsinstrumente**. Als solche bezeichnet man Vorrichtungen, welche zur Herstellung geradlinig polarisierten Lichtes dienen. Zur ihrer Konstruktion verwertet man im wesentlichen drei von uns bisher schon besprochene Erfahrungen:

1. die Polarisation des reflektierten Lichtes,
2. den Pleochroismus,
3. die Doppelbrechung des Kalkspats.

1. Wenn man auf gewöhnliches Glas Licht unter einem Winkel von ca. 55° auffallen läßt, dann ist das von der Glasplatte reflektierte Licht ziemlich vollkommen geradlinig polarisiert. Um möglichst viel und möglichst vollkommen polarisiertes Licht zu erhalten, hat man eine Reihe ebener Spiegelglasplatten aufeinander geschichtet. Läßt man von einem solchen Satz unter dem Winkel von ca. 55° Licht reflektieren und dieses wieder auf einen zweiten Satz unter dem gleichen Winkel auffallen, so gibt es eine um die Richtung des Strahles gedrehte Stellung der beiden Sätze gegeneinander, in der vom zweiten Spiegel überhaupt kein Licht mehr reflektiert wird. Dies ist nämlich dann der Fall, wenn die Einfallsebenen für beide Spiegel gekreuzt sind. Der erste Satz reflektiert nur Licht, welches senkrecht zu seiner Einfallsebene schwingt, dieses schwingt aber zugleich in der Einfallsebene des zweiten Satzes und wird dort absorbiert, da er nur senkrecht dazu schwingendes Licht reflektiert. Dagegen wird in jeder anderen Stellung der Einfallsebenen gegen einander Licht auch noch vom zweiten Glasplattensatz reflektiert und zwar am meisten, wenn die beiden Sätze die gleiche Einfallsebene haben.

2. Wir haben den stärker gefärbten Turmalin als einen Kristall kennen gelernt, in welchem der ordentliche Strahl in mäßig dicken, der Hauptachse parallel geschnittenen Platten fast vollständig absorbiert wird. Schleift man nun aus einem Turmalinkristall zwei Platten parallel zur optischen Achse — Hauptachse —, so läßt jede solche Platte nur den außerordentlichen Strahl durch, der parallel der Hauptachse schwingt. Legt man die Platten mit der Hauptachse gekreuzt aufeinander, so wird der außerordentliche Strahl der ersten Platte in der zweiten zum ordentlichen, also absorbiert und es geht sozusagen kein Licht durch. In jeder anderen Stellung hingegen geht Licht durch und zwar am meisten, wenn die Hauptachsen beider Platten parallel sind. Ein solches Instrument hat man als Turmalinzange (Seebeck) bezeichnet.

3. Der erste Apparat hat den Nachteil schwerfällig zu sein, der zweite liefert farbiges Licht und deshalb war es ein großer Fortschritt, als Nicol ein Prisma aus Kalkspat konstruierte, dem jene beiden Nachteile nicht anhaften und das vollkommen und geradlinig polarisiertes Licht liefert. Die Konstruktion geschah in folgender Weise: Ein Kalkspatrhomboeder, das etwa viermal so lang als dick ist, wird durch Spaltung hergestellt; dann werden die beiden kleinsten gegenüberliegenden Flächen so angeschliffen, daß die Schliffläche zwar immer noch zum gleichen Hauptschnitt senkrecht steht wie die abgeschliffene Rhomboederfläche, aber mit der scharfen in der Längsrichtung gelegenen Rhomboederkante einen Winkel von 68° statt wie bisher von 70° bildet. Nun wird das Prisma senkrecht zu jenem Hauptschnitt und senkrecht zur angeschliffenen Fläche durchschnitten, die Schnittflächen poliert und mit Canadabalsam wieder in der alten Stellung zusammengekittet. Ein Lichtstrahl, der nun in der Längsrichtung des Prismas auf die angeschliffene Fläche auffällt, wird in zwei zerlegt, von denen einer in der kurzen, der andere in der langen Diagonale der Fläche schwingt. Von diesen beiden Strahlen tritt aber nur jener, der in der kurzen Diagonale schwingende, außerordentliche Strahl auf der anderen Seite des Prismas aus. Der Vorgang ist folgender: Die Neigung der Eintrittsfläche gegen die Längsrichtung des Prismas ist so gewählt, daß der außerordentliche im Kalkspat erzeugte Lichtstrahl sich fast ungebrochen, also parallel der Längsrichtung des Prismas im Kalkspat fortpflanzt, der ordentliche Strahl aber wird gegen die Hauptachse *c* hingebrochen. Diese beiden Strahlen kommen nun an der Grenze gegen den Canadabalsam an. Letzterer, der Canadabalsam, hat für Natriumlicht einen Brechungsexponenten von ca. 1.55, der extraordinäre Strahl des Kalkspats *e* in der von ihm eingehaltenen Richtung einen etwa gleich großen, der ordentliche dagegen einen solchen von 1,6583. Der Canadabalsam ist also für den ordentlichen Strahl das weitaus dünnere Medium und außerdem ist der Einfallswinkel dieses Strahles *o* sehr groß, daher erleidet er totale Reflexion am Canadabalsam, wird nach der schwarzen Fassung des Prismas reflektiert und dort völlig absorbiert. Der außerordentliche Strahl *e* hingegen geht fast ungebrochen durch den Canadabalsam hindurch, gelangt ebenso in den oberen Teil des Kalkspats und tritt an der Oberseite nach der kurzen Diagonale der Fläche schwingend aus. Zwei solche Nicolsche Prismen, oder wie man kurz sagt Nicols, in rechtwinklig gekreuzter Stellung übereinander lassen kein Licht durch, wohl aber in schiefer Stellung und am meisten, wenn ihre Hauptschnitte parallel stehen. Neuerdings hat man auch andere Konstruktionen von Nicols, die aber auf denselben Prinzipien beruhen. Will man wissen, wie das Licht in einem Nicol schwingt, dann sieht man durch ihn nach einer glänzendes Licht reflektierenden Fläche und

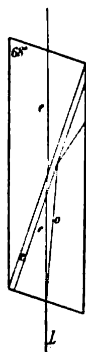


Fig. 402. Nicolsches Prisma nach dem Hauptschnitt durchschnitten. *c* Kanadabalsamschicht, *L* eintretender Lichtstrahl, *o* ordinärer, *e* extraordinärer Strahl. Nur der letztere tritt oben im Hauptschnitt schwingend aus.

stellt ihn so, daß der Glanz jener Fläche verschwindet, dann liegen die Schwingungsebenen des reflektierten und des vom Nicol durchgelassenen Lichtes senkrecht zueinander.

Alle Instrumente, welche zur Untersuchung der Kristalle im polarisierten Lichte dienen, haben oben und unten einen solchen Nicol. Den unteren bezeichnet man als Polarisator, den oberen als Analysator.

Die Untersuchungen werden entweder im parallelen oder im konvergenten polarisierten Lichte vorgenommen. Im parallelen polarisierten Lichte, wo also alle auf das Objekt auffallenden Lichtstrahlen parallele Fortpflanzungsrichtung und gleiche Schwingungsrichtung haben, untersucht man hauptsächlich mit dem Polarisationsmikroskop. Im konvergenten polarisierten Lichte untersucht man gewöhnlich im vertikalen Polarisationsinstrument, doch kann hierfür auch das Mikroskop abgeändert werden. Hierbei wird durch ein stark gekrümmtes Linsensystem ein Lichtkegel geliefert, der aus unendlich vielen in sich parallelen Strahlenbündeln besteht, die nach einem Punkte hin sehr stark konvergieren. Es treten also bei einem solchen Instrument Lichtstrahlen sehr verschiedener Fortpflanzungsrichtung, aber in jeder Richtung viele parallele Strahlen in einen zu untersuchenden Kristall ein und alle Strahlen haben parallele Schwingungsrichtung. Dies ist zu beachten, weil wir des weiteren von diesen Tatsachen Gebrauch zu machen haben. Die Instrumente selbst können hier nicht näher beschrieben werden.

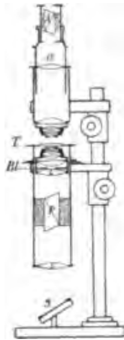


Fig. 403. Vertikales Polarisationsinstrument. *S* Spiegel, *L* Sammellinse, *P* Polarisator, *Bl* Blende, *T* Tisch. Unter und über dem Tisch je ein Condensor. *O* Okular, *A* Analysator.

23. **Interferenz des polarisierten Lichtes.** Das Licht ist, so nimmt man an, eine Wellenbewegung, deren Schwingungen sich senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung vollziehen. Wenn zwei Wellen zusammenwirken, sich abschwächen oder verstärken, so nennt man dies Interferenz. Wir werden hier nur die Interferenz des geradlinig polarisierten Lichtes betrachten und zwar wesentlich nur zwei Fälle, nämlich die Interferenz zweier Wellen gleicher Wellenlänge von gleicher und zweier von um 90° gegeneinander gedrehter Schwingungsrichtung.

1. Die Schwingungsebenen zweier Wellen sind gleich. Denken wir uns die Schwingungsebene eines geradlinig polarisierten Lichtstrahls, dann gibt eine Welle des Lichtes ein Bild wie in Fig. 404, 1. wo AB die Wellenlänge λ und zugleich die Fortpflanzungsrichtung, S die Amplitude oder Intensität (Stärke), die Zeichnungsebene die Schwingungsebene darstellt. Haben wir nun eine zweite Welle von gleicher Fortpflanzungsrichtung, gleicher Wellenlänge und gleicher Schwingungsrichtung, so kann sich diese Welle von der ersten nur noch unterscheiden durch die Intensität und durch die Länge des zurückgelegten Weges. Das letztere will besagen, daß die eine Welle

gegen die andere in der Fortpflanzungsrichtung verschoben sei. Wir wollen nun zunächst voraussetzen, daß auch die Intensität gleich sei,

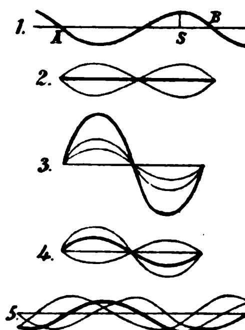


Fig. 404. Wellen polarisierten Lichtes. Zeichnungsebene ist die Schwingungsebene.
1. *AB* Wellenlänge (Farbe) und Fortpflanzungsrichtung.
S Amplitude, Intensität oder Stärke des Lichtes.
2. Zwei Wellen mit entgegengesetzter Phase vernichten sich bei gleicher Amplitude und gleicher Wellenlänge.
3. Zwei Wellen mit gleicher Phase und gleicher Wellenlänge verstärken sich.
4. Zwei Wellen gleicher Wellenlänge und entgegengesetzter Phase, aber ungleicher Amplitude geben eine Resultante (dick gezeichnet).
5. Zwei Wellen gleicher Wellenlänge und gleicher Amplitude, aber um einen von $^1/_2$ und von 1 λ verschiedenen Wert gegeneinander verschoben, geben eine Resultante (dick gezeichnet).

dann bleibt uns nur noch die Verschiebung, d. h. Verzögerung der einen Welle gegen die andere und hierbei unterscheiden wir drei Verhältnisse: 1. Die zweite Welle ist gegen die erste um eine ganze, 2. sie ist um eine halbe Wellenlänge und 3. sie ist um einen anderen Bruchteil einer Wellenlänge verzögert. Es erfolgt dann im ersten Fall eine Verstärkung der beiden Wellen, sie setzen sich zu einer Welle von doppelter Intensität zusammen; im zweiten Falle, wo die beiden Wellen entgegengesetzte Phase haben, d. h. wo die Kräfte nach entgegengesetzter Richtung wirken, heben sich die beiden Wellen völlig auf und die Lichtbewegung wird Null; im dritten Fall endlich entsteht eine neue Welle, welche die Resultante aus den beiden anderen ist. Ist die Intensität der beiden interferierenden Wellen nicht gleich, dann können sie sich natürlich niemals vernichten. Wir merken uns als besonders wichtig, daß sich zwei Lichtwellen vernichten, wenn sie gleiche Wellenlänge, gleiche Fortpflanzungsrichtung, gleiche Schwingungsrichtung, gleiche Intensität haben und gegeneinander um eine halbe Wellenlänge oder das ungerade Vielfache verzögert sind. Bei der Verzögerung des ein- oder vielfachen einer ganzen Wellenlänge tritt Verstärkung ein.

2. Die Schwingungsebenen der beiden interferierenden Wellen stehen senkrecht zueinander, dagegen seien gleich Wellenlänge, Fortpflanzungsrichtung und Intensität. Wir müssen nun die beiden Wellen betrachten in einem Schnitt senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung, wo sich die beiden Wellen an der Stelle ihrer größten Amplitude als zwei sich rechtwinklig kreuzende gerade Linien *AB* und *AC* darstellen. Der Weg *AB* nach rechts und links, *AC* nach oben und unten stellt die Strecke dar, die je eine Welle im Verlaufe einer Wellenlänge zweimal zurücklegt. — Nehmen wir nun an, die Verzögerung der beiden Wellen gegeneinander betrage eine ganze Wellenlänge, dann hat die erste Welle den Weg *AB* nach rechts und links bereits zurückgelegt und ist wieder von *A* aus auf dem Wege nach *B*, die zweite Welle beginnt aber ebenfalls ihre Bewegung in *A*, will das schwingende Teilchen aber nach *C* hin bewegen. Entsprechend dem Parallelogramm der Bewegungen wird das Teilchen durch beide

Wellen nach D hin bewegt. Es entsteht also auf diese Weise geradlinig polarisiertes Licht, dessen Schwingungsrichtung diagonal gegen die Richtungen der interferierenden Strahlen ist. — Ist nun aber die Verzögerung eine halbe Wellenlänge, so hat die erste Welle den Weg ABA zurückgelegt und will das bewegte Teilchen eben von A aus nach links hin treiben, während von der zweiten Welle das Teilchen von A nach C hin getrieben werden soll. Es entsteht demnach eine Bewegung des Teilchens in der Diagonale senkrecht zu AD, also wieder geradlinig polarisiertes Licht mit diagonal gegen die interferierenden

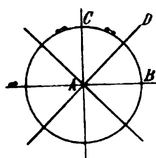


Fig. 405. Schnitt senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung zweier senkrecht zueinander schwingender Lichtwellen AB und AC. Interferenz liefert bei 1 u. $^1/_2$ λ Phasendifferenz geradlinig, bei $^1/_4$ λ, $^3/_4$, $^5/_4$ usw. Phasendifferenz zirkular und bei anderer Phasendifferenz elliptisch polarisiertes Licht.

Strahlen gerichteter Schwingungsrichtung. — Die Verzögerung betrage nun nur $^1/_4$ λ, dann ist der erste Strahl eben von A in B angelangt und will von dort aus das bewegte Teilchen wieder nach A hintreiben, wenn die zweite Kraft es von B aus in der zu AC parallelen Richtung bewegen will. Das Teilchen wird deshalb von B nach C auf einer kreisförmigen Bahn bewegt werden. Es entsteht demnach auf diese Weise links-zirkular polarisiertes — im entgegengesetzten Sinne des Anzeigers gedrehtes — Licht. — Bei $^3/_4$ λ Verzögerung entsteht in gleicher Weise rechts zirkular polarisiertes Licht. — Bei jeder anderen von $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$, 1, $^5/_4$ λ usw. abweichenden Verzögerung, also z. B. $^1/_8$, $^1/_7$ usw. λ dagegen, entsteht elliptisch polarisiertes Licht. — Wir merken uns als besonders wichtig: Zwei senkrecht zueinander schwingende Lichtstrahlen können nie zur Vernichtung miteinander interferieren. Dies kann jedoch geschehen, wenn sie durch einen Nicol (Analysator) auf die gleiche Schwingungsrichtung zurückgeführt werden.

24. Verhalten dünner Kristallplättchen im parallelen polarisierten Licht zwischen gekreuzten Nicols.

1. Isotrope Kristalle. Bringt man ein planparalleles Plättchen eines isotrope Kristalls auf den Tisch des Mikroskops zwischen gekreuzte Nicols, so erleidet das aus dem Polarisator kommende Licht in dem Plättchen keinerlei Veränderung, welche Stellung das Plättchen auch einnehmen möge. Infolge dessen wird das durch das Plättchen gegangene Licht im Analysator völlig absorbiert. D. h. isotrope Kristallplättchen bleiben zwischen gekreuzten Nicols, ebenso wie amorphe Substanzen, bei einer Drehung der Platte in ihrer Ebene um 360° völlig dunkel. sie zeigen keine Doppelbrechung.

2. Anisotrope Kristalle. Zur Erklärung wollen wir zurückgreifen auf die Indikatrix. Alle Schnitte der Kristalle kann man sich durch ihren Mittelpunkt gelegt denken. Dann erinnern wir uns, daß bei den einachsigen Kristallen alle Schnitte außer einem einzigen, senk-

recht zur Hauptachse gehenden, Ellipsen werden. Der Schnitt senkrecht zur Hauptachse ist ein Kreis. Bei den optisch zweiachsigen Kristallen sind alle Schnitte mit Ausnahme der beiden senkrecht zu den optischen Achsen stehenden Ellipsen. Die beiden zu den optischen Achsen senkrechten Schnitte sind Kreise. Alle Platten nun, welche im Kristall so gelegen sind, daß ihre Durchschnitte durch die Indikatrix Ellipsen liefern, sind doppelbrechend und das Licht wird darin in zwei Strahlen zerlegt, von denen der eine parallel der langen, der andere parallel der kurzen Achse der Ellipse schwingt. In jedem solchen Plättchen hat man also zwei zueinander senkrechte Schwingungsrichtungen. Legen wir nun eine solche Platte in einer beliebigen Stellung auf den Objekttisch des Mikroskops zwischen gekreuzte Nicols, so werden im allgemeinen die Schwingungsrichtungen in der Platte und in den Nicols nicht zusammenfallen. Infolgedessen wird ein Lichtstrahl (Fig. 407), der aus dem Polarisator kommt und die Schwingungsrichtung und Intensität *CP* hat, in dem Plättchen nach dem Parallelogramm der Bewegungen in zwei Strahlen zerlegt werden, von denen der eine Schwingungsrichtung und Intensität *CF*, der andere *CG* hat. Diese beiden Strahlen gelangen nun zum Analysator und dort wird von jedem von ihnen der auf die Schwingungsrichtung des Analysators *CA* entfallende Anteil *CH* bzw. *CJ* durchgelassen. Die Platte erscheint also zwischen gekreuzten Nicols hell.

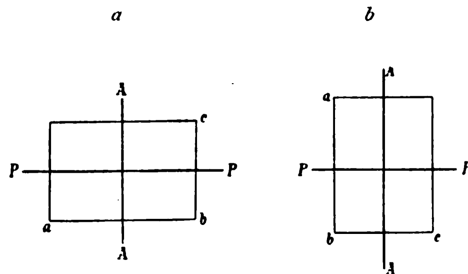


Fig. 406. *P* Schwingungsrichtung des Polarisators, *A* des Analysators. Dazwischen ein doppelbrechendes Plättchen, dessen Schwingungsrichtungen *ab* und *bc* sind. Dunkelstellungen.

Dreht man nun die Platte in ihrer Ebene und zwar aus der Stellung der Fig. 407 *a* im Sinne des Uhrzeigers nach rechts, so nimmt die Helligkeit zu, bis die Schwingungsrichtungen der Platte 45° mit denen der beiden Nicols bilden, wie aus der Konstruktion Fig. 407 *b* leicht ersichtlich ist. Dreht man im selben Sinne weiter, so nimmt die

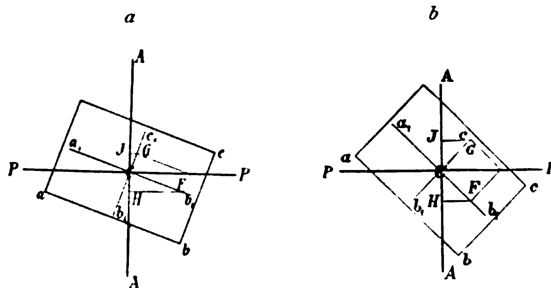


Fig. 407. Wie Fig. 406. Hellstellungen. *b* Maximum der Helligkeit. Das aus dem Polarisator kommende Licht zerlegt in die Strahlen *CG* || *bc* und *CF* || *ba*. Von diesen geht *CH* bzw. *CJ* durch den Analysator.

Helligkeit wieder ab und wenn die Schwingungsrichtungen der Platte und der Nicols parallel stehen ist die Platte dunkel, weil dann der aus dem Polarisator kommende Strahl in der Platte nicht zerlegt wird,

sondern seine Schwingungsrichtung beibehält und im Analysator völlige Absorption erfährt (Fig. 406). Daraus aber ergibt sich, daß eine doppelbrechende Platte zwischen gekreuzten Nicols bei einer vollen Drehung um 360° in ihrer Ebene viermal hell und viermal dunkel wird. Das Maximum der Helligkeit ist vorhanden, wenn die Schwingungsrichtungen von Platte und Nicols 45° bilden, die Dunkelheit tritt ein, wenn sie parallel sind. Wir bestimmen also die Schwingungsrichtungen einer doppelbrechenden Platte dadurch, daß wir sie zwischen gekreuzten Nicols auf Dunkel stellen. In diesem Falle liegen die Schwingungsrichtungen in der Platte wie die der beiden Nicols.

Alle Schnitte nun, welche im Kristall so gelegen sind, daß ihre Durchschnitte mit der Indikatrix Kreise werden, sind nicht doppelbrechend, doch unterscheiden sich die optisch ein- und zweiachsigen. Jene, die einachsigen, verhalten sich in der Richtung der optischen Achse wie isotrope Körper; die zur Hauptachse senkrechten Schnitte der einachsigen Kristalle bleiben demnach zwischen gekreuzten Nicols im parallelen Licht vollkommen dunkel. Die optisch zweiachsigen Kristalle sind zwar in der Richtung der optischen Achsen auch nicht doppelbrechend, zeigen aber in diesen Richtungen sogenannte konische Refraktion, d. h. sie liefern aus einem polarisierten Strahlenbündel Licht, das zwar polarisiert ist, aber nach allen möglichen Richtungen schwingt und die Platten zweiachsiger Kristalle senkrecht zu den optischen Achsen müssen somit zwischen gekreuzten Nicols gleichmäßig hell bleiben, wenn man sie um 360° dreht.

Die Stärke der Aufhellung einer doppelbrechenden Platte zwischen gekreuzten Nicols hängt von zwei Umständen ab, nämlich erstens von dem Brechungsunterschied der beiden die Platte durchlaufenden Lichtstrahlen und zweitens von der Dicke der Platte. Da die Verschiedenheit der beiden Brechungsexponenten einer Platte abnimmt mit der Annäherung an die Kreisschnitte, also an die Schnitte senkrecht zu den optischen Achsen, so hängt die Doppelbrechung bzw. die Stärke der Aufhellung auch von der Lage des Schnittes ab. Man kann nun sagen, die Aufhellung eines Plättchens zwischen gekreuzten Nicols ist umso geringer, je schwächer die Doppelbrechung des Kristalls, je geringer die Dicke der Platte ist und je mehr sich die Platte einem Schnitt senkrecht zu einer optischen Achse nähert. Bei sehr dünnen Plättchen kann die Aufhellung (Doppelbrechung) so gering werden, daß man zu ihrer Erkennung besondere Hilfsmittel anwenden muß.

25. **Interferenzfarben doppelbrechender Plättchen im parallelen Licht zwischen gekreuzten und parallelen Nicols.** Für das im vorigen Abschnitt Gesagte war wieder die Voraussetzung, daß das angewendete Licht homogenes, z. B. Natriumlicht sei. Verwendet man weißes Licht, so sehen dünne doppelbrechende Plättchen zwischen gekreuzten Nicols im allgemeinen nicht bloß hell aus, sondern sie zeigen eine Farbe, also bei Drehung des Objekttisches einen Wechsel zwischen farbig und dunkel. Auf die Ursache dieser Erscheinung haben wir jetzt näher einzugehen.

Unter den im vorigen Abschnitt gegebenen Voraussetzungen wird ein doppelbrechendes Plättchen von lauter parallelen Lichtstrahlen getroffen, die alle gleiche Schwingungsrichtung, nämlich die des Polarisators haben. Die Schwingungsrichtungen des Plättchens liegen in der Hellstellung (maximale Helligkeit) diagonal gegen die der Nicols. Es wird daher das einfallende Licht *CP* in zwei Strahlen *CF* und *CG* zerlegt, die senkrecht zu einander schwingen und sich in verschiedener Richtung mit verschiedener Geschwindigkeit durch den Kristall fortpflanzen. Unter der Voraussetzung, daß das Plättchen planparallel ist, pflanzen sich nun jene beiden Strahlen nach ihrem Austritt aus der Platte wieder in der gleichen Richtung fort in der sie eingetreten sind (Fig. 409). Die beiden Strahlen sind aber gegeneinander verzögert, einerseits wegen des Unterschiedes in der Weglänge und andererseits wegen des Unterschiedes in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. An jeder beliebigen Stelle der Platte sind also zwei gegen einander verzögerte Strahlen von gleicher Fortpflanzungsrichtung vorhanden. Diese könnten zur Vernichtung interferieren, wenn sie gleiche Schwingungsrichtung hätten, aber sie schwingen senkrecht zueinander. Kommen sie am Analysator an, dann wird von den beiden Strahlen je nur ein Teil durchgelassen und diese haben jetzt gleiche Schwingungsrichtung, aber wie nebenstehende Konstruktion (Fig. 408) zeigt, entgegengesetzte Phase, d. h. die aus dem einen Strahl *CF* resultierende Kraft *CH* treibt das schwingende Teilchen von *C* nach *H*, die andere dagegen von *C* nach *J*. Wo die eine Welle den Wellenberg hat, hat die andere das Wellental. Wenn diese beiden Wellen zur Vernichtung interferieren sollen, so dürfen sie entweder gar nicht oder nur ganze Wellenlängen gegeneinander verschoben, verzögert sein. Man sagt: bei gekreuzten Nicols interferiert das Licht mit entgegengesetzter Phase, also bei dem Vielfachen einer ganzen Wellenlänge zur Vernichtung. Wenn wir uns nun alle Bedingungen vergegenwärtigen, unter denen geradlinig polarisiertes Licht zwischen gekreuzten Nicols zur Vernichtung interferiert (siehe Abschnitt 23 S. 185), so müssen wir haben:

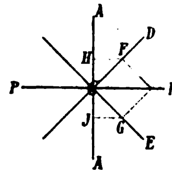


Fig. 408. *PP* Polarisator, *AA* Analysator, *CD* und *CE* die Schwingungsrichtungen in einer doppelbrechenden Platte. Strahl *CP* wird zerlegt in *CF* und *CG*. Von *CF* geht *CH*, von *CG* aber *CJ* durch den Analysator. *CH* und *CJ* sind entgegengesetzte Richtungen (Phasen).

1. gleiche Wellenlänge,
2. gleiche Fortpflanzungsrichtung,
3. gleiche Schwingungsrichtung,
4. gleiche Intensität,
5. eine Phasendifferenz von 1 λ, 2 λ usw.

Für eine beliebige im Weiß enthaltene Wellenlänge werden diese Bedingungen bei einer bestimmten Dicke der Platte zutreffen und diese Farbe wird daher ausgelöscht werden. Haben wir nun irgend eine andere Farbe oder Wellenlänge, für welche die Phasendifferenz $^1/_2\ \lambda$ oder das ungerade Vielfache davon ist, dann wird diese Farbe an Intensität verdoppelt werden. Das durch den Analysator in unser Auge gelangende Licht ist also gefärbt und die Farbe bedingt dadurch,

daß vom Weiß eine bestimmte Farbe weggenommen und eine andere verstärkt ist.

Hat man eine Platte von keilförmiger Gestalt, deren Schwingungsrichtungen zur Kante des Keils parallel gehen und senkrecht stehen, so muß diese in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols farbige Streifen zeigen, welche der Prismenkante parallel gehen. Da nun aber die Wegdifferenz der beiden Strahlen allmählich von Null ab steigt, so wird der Wert $^1/_2\ \lambda$ für violette Strahlen (kleinste Wellenlängen) zuerst erreicht werden und es kommt daher zu dem geringen Weiß, welches das sehr dünne doppelbrechende Plättchen zeigt, noch etwas violett dazu, später blau, grün, gelb, orange, rot, je nach zunehmender Dicke des Keiles und zunehmender Wellenlänge des betreffenden Lichtes. In den ersten Teilen des Keiles erreicht die Wegdifferenz für keine Lichtart den Betrag einer ganzen Wellenlänge und es wird daher keine Lichtart ausgelöscht. Erst bei erheblicherer Dicke des Keiles ist dies der Fall. Es wird also ein solcher Keil Farbenstreifen zeigen, welche ähnlich aneinander gereiht sind wie die Spektralfarben, aber ähnliche z. B. blaue Farben wiederholen sich in gewissen Abständen (Taf. I). Man bezeichnet die Reihe der Streifen bis zum 1. Purpur ausschließlich als Farben I., dann weiter bis zum 2. Violett als solche II. Ordnung usf. Die Farben werden immer blasser, weil immer mehr Wellenlängen gleichzeitig verlöscht bzw. verstärkt werden und rote und grüne Töne herrschen immer mehr vor. Endlich bei genügender Dicke sieht man nur noch Weiß. Dieses Weiß bezeichnet man als Weiß höherer Ordnung. Zerlegt man es spektral, so ist das entstehende Spektrum dadurch ausgezeichnet, daß es dunkle und helle Linien zeigt, welche gleichmäßig über seine ganze Ausdehnung verbreitet sind.

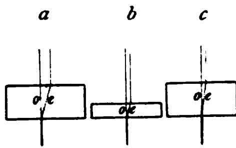


Fig. 409. *a* und *b* verschieden dicke Platten mit gleichstarker Doppelbrechung, also verschiedener Polarisationsfarbe.

b und *c* verschieden dicke Platten mit verschiedener Doppelbrechung und gleicher Polarisationsfarbe.

a und *c* gleich dicke Platten mit verschiedener Doppelbrechung und verschiedenen Polarisationsfarben.

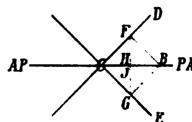
Ein ungefähres Maß für die Doppelbrechung gibt der Abstand von *o* und *e*.

Daraus ersehen wir nun, daß die Polarisationsfarbe sich ändert mit der Dicke der Platte und mit der Stärke der Doppelbrechung der beiden die Platte durchlaufenden Lichtstrahlen. Verschieden dicke Platten gleicher Schnittrichtung des gleichen Kristalls zeigen verschiedene Farben, gleich dicke Platten verschiedener Kristalle mit verschiedener Doppelbrechung zeigen ebenfalls verschiedene Farben, so daß man an der Farbe einerseits die Dicke der Platte oder wenn diese bekannt ist, die Stärke der Doppelbrechung erkennen kann. Sehr dicke Platten schwach doppelbrechender oder dünne Platten von sehr stark doppelbrechenden Mineralien (z. B. Kalkspat) zeigen Weiß höherer Ordnung, also überhaupt keine Farben.

Nehmen wir nun aber die Nicols parallel, dann ändert sich das Verhältnis: Wie schon die beistehende Konstruktion ergibt, haben die beiden durch Doppelbrechung entstandenen Strahlen, wenn sie durch den Analysator auf eine Schwingungsrichtung zurückgeführt werden,

gleiche Phase, d. h. Wellental fällt auf Wellental. Will man diese beiden Wellen vernichten, so muß man um eine halbe Wellenlänge

Fig. 410. *AA* und *PP* Analysator und Polarisator. *CD* und *CE* Schwingungsrichtungen einer doppelbrechenden Platte. *CB*-Strahl wird zerlegt in *CF* und *CG*. Von *CF* und *CG* geht *CH* und *CJ* durch den Analysator. *CH* und *CJ* sind gleiche Richtungen (Phasen).



verschieben. Man sagt: zwischen parallelen Nicols interferiert das Licht mit gleicher Phase. Betrachten wir also eine doppelbrechende Platte zwischen parallelen Nicols, so wird sie, da Vernichtung und Verstärkung sich umkehren, die zu den Farben zwischen gekreuzten Nicols komplementären zeigen.

Tabelle der Interferenzfarben in einem an Dicke zunehmenden Keil nach Quincke. (Vergl. Tafel I.)

	Zwischen gekreuzten Nicols	zwischen parallelen Nicols
I. Ordnung.	Eisengrau	Weiß
	Lavendelgrau	Gelblich Weiß
	Graublau	Bräunlich Weiß
	Klareres Grau	Gelbbraun
	Grünlich Weiß	Braun
	Fast rein Weiß	Klares Rot
	Gelblich Weiß	Karminrot
	Blasses Strohgelb	Dunkel Rotbraun
	Strohgelb	Dunkel Violett
	Klares Gelb	Indigo
	Lebhaftes Gelb	Blau
	Braungelb	Grau-Blau
	Rötlich Orange	Bläulich Grün
	Warmes Rot	Blaßgrün
	Tieferes Rot	Gelblich Grün
II. Ordnung.	Purpur	Helleres Grün
	Violett	Grünlich Gelb
	Indigo	Goldgelb
	Himmelblau	Orange
	Grünlich Blau	Bräunlich Orange
	Grün	Hell Karminrot
	Helleres Grün	Purpur
	Gelblich Grün	Violett-Purpur
	Grünlich Gelb	Violett
	Reines Gelb	Indigo
	Orange	Dunkelblau
	Lebhaft rötlich Orange	Grünlich Blau
	Dunkel Violett-Rot	Grün.

26. Bestimmen des Kristallsystems dünner Kristallplatten oder kleiner Kriställchen nach ihrem Verhalten im parallelen polarisierten Lichte. Das Prinzip der Methode beruht darin, mit Hilfe der optischen Symmetrie die geometrische zu finden.

Reguläre Kristalle und nicht kristallisierte Körper verhalten sich in allen Richtungen optisch gleich, also bleiben alle Schnitte zwischen gekreuzten Nicols in jeder Stellung dunkel.

Bei allen doppelbrechenden Kristallen finden sich neben Schnitten, die dunkel (senkrecht zur optischen Achse bei einachsigen) oder gleichmäßig hell (senkrecht zu den optischen Achsen bei zweiachsigen Kristallen) bleiben, andere die viermal hell und dunkel werden, wenn man den Tisch des Mikroskops auf dem die Platte liegt um 360° dreht. Jene Richtungen der Platte, welche beim Dunkelwerden mit den Schwingungsrichtungen der beiden Nicols zusammenfallen, sind die Schwingungsrichtungen des Lichtes in der Platte (Abschnitt 24 S. 187). Man bezeichnet sie auch als Auslöschungsrichtungen und spricht von gerader Auslöschung, wenn sich die Platte nach den durch jene Auslöschungsrichtungen gelegten auf der Platte senkrechten Ebenen symmetrisch teilen läßt oder kürzer: Gerade Auslöschung zeigen diejenigen doppelbrechenden Schnitte, deren sonstige Eigenschaften (Spaltungstracen, Einschlüsse, Umriß[1]) usw.) gegenüber den Auslöschungsrichtungen des Schnittes symmetrisch gelegen sind. In allen Fällen, wo eine geometrische Symmetrieebene vorhanden ist, fällt mit dieser eine Auslöschungsrichtung zusammen, und ebenso ist es mit einer Symmetrieachse. Es löschen demnach alle jene Schnitte gerade aus, auf denen mindestens ein Hauptschnitt (vergl. Abschnitt 14 u. 19) für alle Farben senkrecht steht. Bei den optisch einachsigen Kristallen löschen demnach alle doppelbrechenden Schnitte gerade aus. Bei den optisch zweiachsigen gibt es drei Möglichkeiten. Die rhombischen Kristalle haben 3 Hauptschnitte, welche mit 3 Symmetrieebenen zusammenfallen bzw. zu 3 Symmetrieachsen senkrecht stehen. Nur solche Schnitte, die zu einem dieser Hauptschnitte senkrecht stehen, müssen gerade auslöschen, das sind aber alle Schnitte aus den Zonen der drei Symmetrieachsen. Die monoklinen Kristalle haben nur noch einen Hauptschnitt, der für alle Farben gleich ist, mit einer Symmetrieebene zusammenfällt, auf einer Symmetrieachse senkrecht steht, demnach müssen nur noch jene Schnitte gerade auslöschen, zu denen jener Hauptschnitt senkrecht steht, d. i. die Flächen der Zone der Symmetrieachse. Bei den triklinen Kristallen können alle Schnitte schief auslöschen, weil sie keine Symmetrieebene oder -Achse besitzen. Diese Verhältnisse sind in nachstehender Tabelle (S. 194 u. 195) dargestellt.

27. **Verhalten einachsiger Kristallplatten, welche senkrecht zur optischen Achse geschnitten sind, im konvergenten polarisierten Licht zwischen gekreuzten und parallelen Nicols.** Betrachtet man zunächst eine Platte eines einachsigen Kristalls im homogenen Licht zwischen gekreuzten Nicols, so sieht man ein Bild wie Fig. 411, welches aus dunkelen und hellen Ringen gebildet wird, durch welche zwei zueinander senkrechte, nach außen breiter werdende schwarze Balken

1) Wobei man sich den Umriß durch ev. fehlende Parallelflächen ergänzt und die gleichen Kanten gleich groß denkt.

gehen. Der Abstand von Ring zu Ring und die Breite der Ringe wird nach außen immer kleiner, bis man schließlich die einzelnen dunkelen und hellen Ringe gar nicht mehr voneinander unterscheiden kann und das Gesichtsfeld eine mittlere Helligkeit zeigt. Dreht man die Platte in ihrer Ebene, so bleibt die ganze Erscheinung so, wie sie ist. Ringe und Kreuz behalten ihre Stellung und Richtung und sind demnach nicht an einen bestimmten Ort in der Platte gebunden. Zur Erklärung dieser Erscheinung machen wir durch die Platte

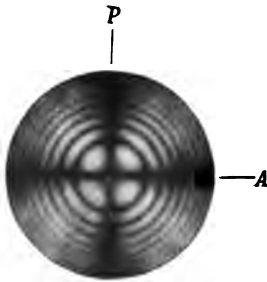


Fig. 411. Achsenbild eines optisch-einachsigen Kristalls im konvergenten polarisierten einfarbigen Lichte zwischen gekreuzten Nicols. *P* Polarisator, *A* Analysator.

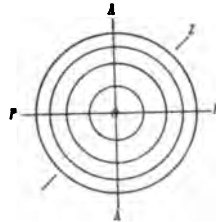


Fig. 412. Fig. 411 schematisiert. *PP* Polarisator, *AA* Analysator, beide wie *OZ* zugleich Hauptschnitte der Platte.

(Fig. 412 schematisiert) mehrere Schnitte parallel *AA*, *PP* und *OZ* und senkrecht auf der Platte, und zwar die ersten beiden parallel den Schwingungsrichtungen von Polarisator und Analysator. Diese Schnitte sind alle Hauptschnitte, weil sie alle durch die optische Achse gehen. In diesen Hauptschnitten wollen wir das Verhalten der Platte gegen das polarisierte Licht betrachten, und zwar genügt uns die eine Hälfte des Schnittes bis zur optischen Achse, denn die andere Hälfte verhält sich genau

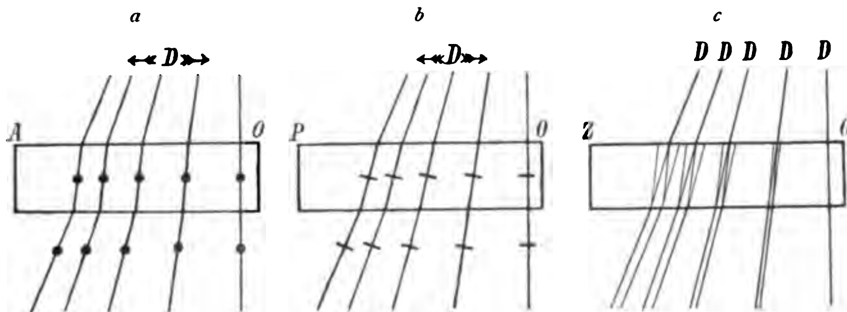


Fig. 413. Gang der Lichtstrahlen in den drei Hauptschnitten der Fig. 412. Die Punkte auf den Strahlen (Fig. *a*) bedeuten Schwingungsrichtung ⊥ zum Hauptschnitt (ordinärer Strahl), die Striche (Fig. *b*) Schwingungsrichtung im Hauptschnitt (extraordinärer Strahl). *D* bedeutet Dunkelheit.

symmetrisch. Bei allen Schnitten haben wir unten eintretend einen Kegel von parallelen Strahlenbündeln, dessen mittlere Strahlen die Platte mit senkrechter Incidenz treffen, während die anderen je weiter wir

Verhalten (verschiedener Durchschnitte) dünner Platten oder kleiner Kristalle im

Alle Schnitte bleiben bei einer vollen Horizontaldrehung um 360° dunkel.	(Nicht doppelbrechend.) Isotrop.
Neben Schnitten, die bei einer vollen Horizontaldrehung gleichmäßig dunkel oder hell bleiben, finden sich andere, welche viermal hell und dunkel werden.	(Doppelbrechend.) Anisotrop.

Kein gleichmäßiges Verhalten gegen das Licht, aber doppelbrechend, oder isotrop und geradlinige Struktur zeigend: kristallinisches Aggregat. Wenn radialfaserig: Sphärolithe.

geradlinig polarisierten, parallelen Licht zwischen gekreuzten Nicols.

Keine geradlinige Umgrenzung, oder Struktur, Spaltbarkeit usw.		Amorph.
Geradlinige Umgrenzung, oder Struktur, Spaltbarkeit, Ätzfiguren usw.		Regulär.
Gleichmäßig dunkele (isotrope) und doppelbrechende (anisotrope) Schnitte. Alle anisotropen Schnitte löschen gerade aus — die Auslöschungsrichtungen teilen den Schnitt symmetrisch. (Isotrope Schnitte zeigen schwarzes Kreuz und farbige Ringe im konvergenten Licht.)	Die isotropen Schnitte vier- oder achtseitig usw.	Tetragonal.
	Die isotropen Schnitte drei- oder sechsseitig usw.	Hexagonal.
Bei einer vollen Horizontaldrehung gleichmäßig helle Schnitte neben doppelbrechenden (anisotropen). Nur die anisotropen Schnitte aus den Zonen der geometrischen Symmetrieachsen zeigen gerade Auslöschung. Die übrigen anisotropen Schnitte löschen im allgemeinen schief aus. (Gleichmäßig helle (bei Drehung um 360°) Schnitte zeigen einen schwarzen Balken und farbige Ringe im konvergenten Licht.)	Drei Zonen mit „gerader Auslöschung“ (Prismen, Domen, Pinakoide).	Rhombisch.
	Eine Zone mit gerader Auslöschung (Hemidomenzone: Hemidomen, Basis, Orthopinakoid). Maximum der Auslöschungsschiefe auf $\infty P \grave{\infty}$ {010}.	Monoklin.
	Keine Fläche braucht gerade Auslöschung zu zeigen.	Triklin.

nach außen rücken, unter immer größeren Winkeln auffallen. Alle Strahlen kommen vom Polarisator und schwingen daher in der Ebene *PP* und senkrecht zu ihrer Fortpflanzungsrichtung. Die mittleren Strahlen mit senkrechter Incidenz erfahren ja nach Abschn. 10, S. 190 keine Doppelbrechung und werden demnach in dem Analysator alle vernichtet. Die Mitte muß in allen Schnitten dunkel sein. Alle anderen Strahlen aber werden doppelt gebrochen, wenn nicht die Richtung eines Hauptschnittes mit einer Schwingungsrichtung der beiden Nicols zusammenfällt. In dem Hauptschnit *PO* (Fig. 413*b*), der der Schwingungsrichtung des Polarisators parallel geht, treten alle Strahlen im Hauptschnitt schwingend, also als extraordinäre, in den Kristall ein; sie werden daher nicht zerlegt, sondern verlassen alle, auch nach *PP* schwingend, den Kristall wieder und werden demnach vom Analysator absorbiert. In der ganzen Richtung *PP* muß Dunkelheit herrschen. In dem Schnitt *AO* (Fig. 413*a*) treten alle Strahlen nach *PP*, also senkrecht zum Hauptschnitt schwingend, ein. Sie durchlaufen daher die Platte als ordinäre Strahlen, und verlassen alle nach *PP* schwingend die Platte wieder. Diese werden aber im oberen Nicol völlig absorbiert, und es muß daher in der Richtung *AA* ebenfalls an allen Stellen Dunkelheit herrschen.

Nimmt man nun einen beliebigen anderen Hauptschnitt der Platte, z. B. *ZO* (Fig. 413*c*), so ist ersichtlich, daß die eintretenden parallel *PP*, also schief zum Hauptschnitt schwingenden Strahlen in der Platte nach dem Parallelogramm der Bewegungen in zwei Strahlen zerlegt werden, von denen einer im Hauptschnitt *OZ* und der andere senkrecht dazu schwingt (vgl. Fig. 407). Diese beiden Strahlen erfahren aber eine verschiedene Ablenkung (Fig. 413*c*) und pflanzen sich verschieden schnell fort. Je nachdem der Kristall optisch positiv oder negativ ist, wird der extraordinäre oder ordinäre Strahl stärker abgelenkt oder langsamer fortgepflanzt. Der eine erfährt also gegen den anderen eine Verzögerung, welche um so größer ist, je größer der Einfallswinkel der Strahlen ist, je mehr sich die Richtung der fortgepflanzten Strahlen der Richtung senkrecht zur Hauptachse nähert. Geht man von der Mitte aus nach dem Rande zu, so wird man in einer bestimmten Entfernung eine Stelle finden, wo die ordinären und extraordinären Strahlen, welche aus einem Strahlenbündel stammen, gegen einander, um eine Wellenlänge des verwendeten Lichtes verzögert sind. Treffen sich solche Strahlen beim Austritt aus dem Kristall, von wo aus sie sich in gleicher Richtung fortpflanzen, so wird bei 1 λ Phasendifferenz, nach Zurückführung des Lichtes auf eine Schwingungsrichtung durch den sich in gekreuzter Stellung befindlichen Analysator, das Licht bei gleicher Intensität der beiden Strahlen vollkommen vernichtet, und es muß an dieser Stelle daher Dunkelheit eintreten. Geht man nun weiter nach außen, so wird man an einer anderen Stelle die Wegdifferenz 2 λ haben, und auch da wird Dunkelheit eintreten, ebenso bei 3, 4, 5, 6 usw. λ Wegdifferenz. Aber die Strecke, um die man von innen nach außen fortzuschreiten hat, um von einem dunklen Punkt zum nächsten zu gelangen, wird immer kleiner, weil die einfallenden Strahlen immer größere Incidenzwinkel haben, und somit die Strahlen eine immer stärkere Verzögerung gegeneinander erfahren.

Aber zwischen zwei solchen dunklen Punkten beträgt an irgend einer Stelle die Wegdifferenz immer x ganze plus $^1/_2$ λ, und es muß

daher (S. 189) hier Verstärkung der Lichtintensität stattfinden. So wechseln also auf der Linie OZ dunkle und helle Punkte mit einander ab oder gehen ineinander über. Diese selbe Erscheinung würde man aber in jedem anderen Hauptschnitt beobachten, welcher nicht den Richtungen AA oder PP parallel geht. Da wir voraussetzen, daß die Platte an allen Stellen gleich dick ist, so müßte die Entfernung des 1., 2., 3. usw. dunklen Punktes vom Mittelpunkt in allen Richtungen die gleiche sein, d. h. es müssen dunkle und helle konzentrische Ringe mit einander abwechseln, aber die hellen Ringe können, wie aus Abschnitt 24 hervorgeht, nicht an allen Stellen gleiche Intensität besitzen. Sie ist in dem Schnitt, welcher 45° mit den Schwingungsrichtungen der beiden Nicols bildet, am größten, und nimmt von da aus nach beiden Seiten hin allmählich ab.

Ebenso gehen die hellen Ringe auch in radialer Richtung allmählich in die dunkeln über, weil wir uns ja dem Werte der Verzögerung $1\,\lambda$ und $^1/_2\,\lambda$ nur allmählich nähern und somit von der Vernichtung des Lichtes allmählich zu seiner Verdoppelung gelangen.

Da wir gesehen haben, daß die schwarzen Balken in ihrer Lage von den Schwingungsrichtungen der beiden Nicols abhängen, so bleiben sie beim Drehen der Platte in ihrer Ebene unverändert an ihrer Stelle. Sie müssen aber nach außen hin sich verbreitern, weil gänzliche Dunkelheit nur dort eintritt, wo die Schwingungsrichtungen in der Platte genau mit denen der Nicols zusammenfallen. Ist dagegen zwischen beiden nur ein geringer Winkel vorhanden, so tritt nur nahezu Dunkelheit ein. Die Breite des schwarzen Balkens ist demnach eine Winkelgröße und die lineare Entfernung der Schenkel eines Winkels ist um so größer, je weiter wir uns von ihrem Treffpunkt entfernen.

Die Figuren 413 stimmen nun nicht vollständig mit den wirklichen Verhältnissen überein, denn eigentlich (Abschn. 22, S. 184) liegt ja die Spitze des Strahlenkegels in der Platte und wir betrachten mit dem oberen Teil des Polarisationsinstrumentes nur einen Punkt oder vielmehr die Strahlen, welche in verschiedenen Richtungen durch einen Punkt gehen, daher auch jede Stelle oder das kleinste Stückchen einer gleich dicken Platte desselben Kristalls auch dasselbe Bild gibt. Aber die Zeichnung erläutert die Gesetze, nach denen das Interferenzbild zustande kommt, vollständig.

Nehmen wir nun eine dünnere Platte desselben Kristalls, so vermindern wir die Wegdifferenz der beiden interferierenden Strahlen und die Punkte, wo dieselbe $1\,\lambda$ oder ein Vielfaches davon beträgt, werden vom Mittelpunkt weg- und auseinander gerückt. Der innerste Ring ist also weiter vom Mittelpunkt abgerückt, die einzelnen Ringe weiter voneinander entfernt und breiter. Es werden also auch weniger Ringe in das Gesichtsfeld fallen, und das schwarze Kreuz wird weniger scharf werden. — Das Gleiche erreichen wir, wenn wir einen weniger stark doppelbrechenden Kristall von gleicher Dicke, wie die erste Platte nehmen, weil auch so die Wegdifferenz der beiden Strahlen vermindert wird.

Nehmen wir dagegen eine dickere Platte des ersten Kristalls, so vermehren wir die Wegdifferenz der beiden in Frage kommenden Strahlen, und der erste Ring wird deshalb näher an den Mittelpunkt heranrücken, weil die Differenz von $1\,\lambda$ früher eintritt. Auch wird der

Abstand der einzelnen Ringe und ihre Breite geringer sein, und es werden so mehr Ringe in das Gesichtsfeld kommen. Dabei wird das schwarze Kreuz schärfer. Das gleiche erreicht man durch eine in der Dicke der ersten gleichen Platte eines stärker doppelbrechenden Kristalls, weil man ja auch so die Wegdifferenz der beiden Strahlen vermehren kann.

Nimmt man nun statt homogenen (einfarbigen) Lichtes weißes Licht, so tritt in der gleichen Weise wie beim parallelen Licht (Abschn. 25, S. 190) die Interferenz, d. h. die Vernichtung oder Verstärkung des Lichtes an einer bestimmten Stelle nur für eine bestimmte Farbe (Wellenlänge) ein und es entstehen farbige Ringe. Das schwarze Kreuz aber bleibt bestehen, denn hier werden alle Farben gleichzeitig ausgelöscht (Taf. II, Fig. 1).

Betrachten wir aber eine Platte zwischen parallelen Nicols, so sehen wir im homogenen Lichte ein dem schwarzen entsprechendes helles, weißes Kreuz und dunkle Ringe an den Stellen, wo vorher helle waren. Die Erklärung ist sehr einfach: Da die Schwingungsrichtungen der beiden Nicols parallel stehen, so geht das aus dem Polarisator austretende Licht ungehindert durch Platte und Analysator; es wird also das Kreuz hell. Die Interferenz zur Vernichtung des Lichtes tritt aber jetzt bei $^1/_2\ \lambda$ Verzögerung ein, wo früher Verdoppelung der Intensität eintrat und die dunklen Ringe müssen somit dort erscheinen, wo es früher am hellsten war, bei $^1/_2\ \lambda$ oder dem ungeraden Vielfachen. Im weißen Licht erscheinen diese Ringe wieder farbig.

28. **Zweiachsige Kristalle in Platten senkrecht zu einer optischen Achse im konvergenten, polarisierten Lichte zwischen gekreuzten Nicols.** Eine solche Platte zeigt im homogenen Lichte folgendes: helle und dunkle kreisähnliche Ovale durchzogen von einem schwarzen Balken. Die Ovale und der Balken zeigen die gleichen Verhältnisse in Breite und Abstand wie die Ringe und Balken der optisch einachsigen Kristalle. Dreht man nun die Platte in ihrer Ebene, so dreht sich der schwarze Balken in entgegengesetzter Richtung. Er teilt die Ovale symmetrisch, wenn seine Richtung zusammenfällt mit der Schwingungsrichtung eines der beiden Nicols. Die Richtung des Balkens entspricht in letzterem Falle zugleich der Lage der optischen Achsenebene, also einem Hauptschnitt. Bei Drehung der optischen Achsenebene um 45° gegen die Nicolhauptschnitte steht der (meist etwas gekrümmte) Balken senkrecht zur optischen Achsenebene.

Die Erklärung des Bildes bietet keine Schwierigkeiten: die dunklen Ovale entstehen dort, wo die Verzögerung der beiden in der Platte durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen 1 λ oder ein Vielfaches davon beträgt. Sie sind keine Kreise, weil — wie die Betrachtung der Indikatrix (Fig. 399) lehrt — die Brechungsexponenten sich in verschiedenen Richtungen von der optischen Achse aus in verschiedener Weise ändern, z. B. zeigen Strahlen, deren Fortpflanzungsrichtung sich mehr der Mittellinie $\mathfrak{a}$ nähert, die den Brechungsexponenten β und γ entsprechenden, und Strahlen, welche sich mehr der Mittellinie $\mathfrak{c}$ nähern, die β und α entsprechenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Wohl aber muß das Bild nach dem Hauptschnitt

— nach der optischen Achsenebene — symmetrisch sein. Im Brennpunkt der Ovale liegt der Austrittspunkt der optischen Achse — Achsenpol. Aus der Lage des schwarzen Balkens in beliebiger Stellung kann man die Lage der Schwingungsrichtungen in der Platte, d. h. für in beliebiger Richtung sie durchlaufende Strahlen sehr annähernd feststellen, indem man bedenkt, daß jene Stellen der Platte Dunkelheit zeigen müssen, an denen die Schwingungsrichtungen des Lichtes in der Platte den Schwingungsrichtungen der beiden Nicols parallel gehen. Es liegen demnach in der Richtung, welche durch den Achsenpol senkrecht zur optischen Achsenebene gelegt wird, die Schwingungsrichtungen in der Platte nahezu diagonal gegen die optische Achsenebene.

Die Erscheinungen im weißen Licht, bei dickeren oder dünneren, stärker oder schwächer doppelbrechenden Platten sind im übrigen ganz analog denen bei den optisch einachsigen Kristallen.

29. **Zweiachsige Kristalle in Platten senkrecht zu einer optischen Mittellinie im konvergenten polarisierten Licht zwischen gekreuzten Nicols.** Durch eine solche Platte gehen (im homogenen Licht) zwei Hauptschnitte, welche senkrecht auf ihr stehen. Stellt man diese den Schwingungsrichtungen der beiden Nicols parallel, so sieht man im homogenen Lichte folgendes Bild: Ein um zwei Brennpunkte konzentrisches System von hellen und dunkelen Lemniskaten wird durchzogen von zwei schwarzen Balken, von denen der eine, schärfere die Brennpunkte der Lemniskaten miteinander verbindet, während der breitere, verschwommenere darauf senkrecht steht.

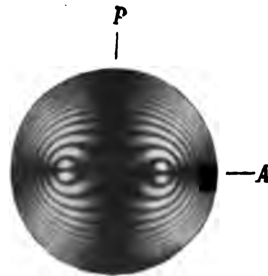


Fig. 414. Optisches Achsenbild eines zweiachsigen Kristalls in einer Platte senkrecht zur I. Mittellinie im homogenen konvergenten polarisierten Licht. *P* Polarisator, *A* Analysator und optische Achsenebene.

Die dunklen Lemniskaten stellen wieder diejenigen Punkte dar, in denen die Verzögerung der beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen 1 λ bzw. ein Vielfaches davon beträgt. Die schwarzen Balken entsprechen den Stellen der Platte, an denen die Schwingungsrichtungen denen der Nicols parallel gehen. Die Brennpunkte der Lemniskaten sind die Austrittspunkte der optischen Achsen und somit entspricht der scharfe schwarze Balken der Lage der optischen Achsenebene. Die Entfernung der Brennpunkte voneinander gibt ein relatives Maß für die Größe des optischen Achsenwinkels. Sie hängt also nicht von der Dicke der Platte ab. Wird die Platte dicker oder die Doppelbrechung stärker, dann werden nur die Lemniskaten zahlreicher und sie rücken näher zusammen, und umgekehrt.

Dreht man nun die Platte in ihrer Ebene, so öffnet sich das schwarze Kreuz in der Mitte und zwar bei einer Drehung der Platte in entgegengesetztem Sinne des Uhrzeigers (nach links) von links oben nach rechts unten. Hat man um 45° gedreht, so sind aus dem schwarzen Kreuz zwei Hyperbeln geworden, deren Scheitelpunkte in den Brennpunkten der Lemniskaten gelegen sind. Der Scheitelpunkt entspricht somit dem

Achsenpol und die Entfernung der Hyperbelscheitelpunkte gibt ein relatives Maß für die Größe des optischen Achsenwinkels.

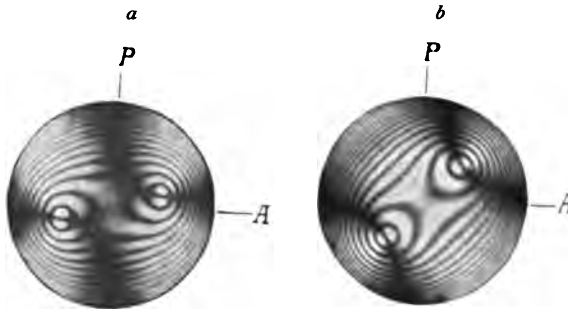


Fig. 415. Bild wie Fig. 414. Die Platte (optische Achsenebene) ist nach links gedreht und zwar in Fig. *b* um 45°. *P* Polarisator, *A* Analysator.

Zur Erklärung des Verhaltens des schwarzen Kreuzes betrachten wir untenstehende Figur, welche uns zeigt, wie die Schwingungs-

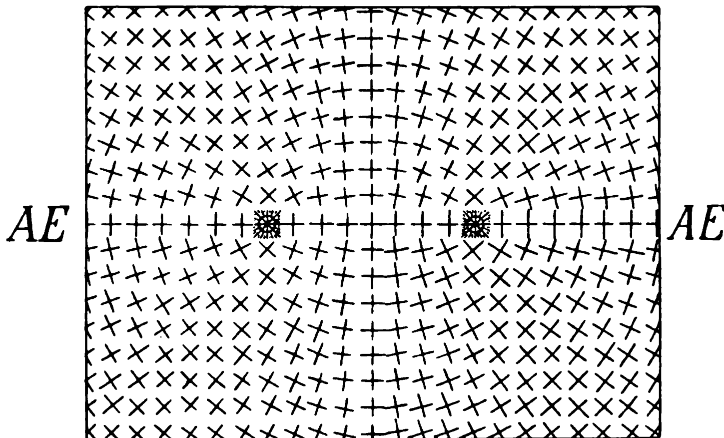


Fig. 416. Schwingungsrichtungen des Lichtes eines optisch zweiachsigen Kristalls, in einer Platte senkrecht zur ersten Mittellinie im konvergenten polarisierten Lichte. *AE* optische Achsenebene. Achsenpol durch einen kleinen Kreis bezeichnet. (Nach ten Siethoff.)

richtungen der die Platte durchlaufenden Strahlen gelegen sind. Es müssen in jeder Stellung der Platte gegenüber den Nicols die Stellen der Platte dunkel erscheinen, an denen die Schwingungsrichtungen mit denen der beiden Nicols zusammenfallen. Wenn man also die Nicols diagonal gegen die optische Achsenebene *AE* stellt, so müssen zwei Hyperbeln entstehen. Diese Figur zeigt aber auch, warum der senkrecht zur optischen Achsenebene verlaufende schwarze Balken breiter sein muß, als der parallel dazu verlaufende: Weil sich nämlich die Schwingungsrichtung beim Abweichen von der ersteren Richtung langsamer ändert und zwar um so langsamer, je größer der optische Achsenwinkel ist.

Die Erscheinungen für den spitzen und den stumpfen optischen Achsenwinkel sind dieselben. Die Erscheinungen im weißen Licht

sind im allgemeinen denen bei den optisch einachsigen Kristallen analog, während aber dort die Farbenverteilung konzentrisch um den Mittelpunkt des Bildes ist, kommen hier andere Verteilungsarten (Dispersion) vor (Taf. II, Fig. 3—10).

30. **Dispersionserscheinungen an den Achsenbildern der optisch-zweiachsigen Kristalle in Platten senkrecht zu einer Mittellinie.** Wie am Schlusse des vorigen Abschnittes angedeutet, ist im weißen Lichte die Verteilung der Farben im Achsenbild eine eigentümliche und zwar mehr oder weniger symmetrische. Man kann folgende Fälle unterscheiden:

1. das Bild ist symmetrisch nach der optischen Achsenebene und senkrecht dazu,
2. das Bild ist symmetrisch nach der optischen Achsenebene,
3. das Bild ist symmetrisch senkrecht zur optischen Achsenebene,
4. das Bild ist symmetrisch nach einer zweizähligen, auf der Bildebene senkrecht stehenden Symmetrieachse,
5. das Bild ist unsymmetrisch.

Die Ursachen für diese Dispersionserscheinungen sind begründet in jenen die wir im Abschnitt 20 zusammengestellt haben; sie sind begründet in dem Größenverhältnis (Doppelbrechung) und der Lage der Elastizitätsachsen für verschiedene Farben gegeneinander.

A. Bei den rhombischen Kristallen bleiben die drei Hauptschnitte der Indikatrix für alle Farben gleich und das Achsenbild muß demnach symmetrisch sein sowohl nach der optischen Achsenebene als senkrecht dazu (Fig. 417) — rhombische Dispersion (Taf. II, Fig. 3 und 4). Aber es kann der optische Achsenwinkel für verschiedene Farben verschieden groß sein. Ist dies in erheblichem Maße

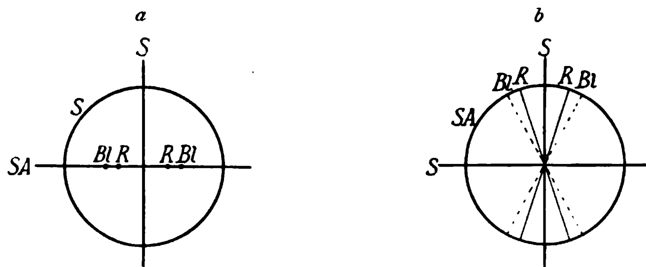


Fig. 417. Rhombische Dispersion. Achsenwinkel für Blau (*Bl*) größer als für Rot (*R*). *a* Schnitt senkrecht zur I. Mittellinie; *b* Schnitt parallel der optischen Achsenebene; *S* die drei Symmetrieebenen; *SA* ist zugleich optische Achsenebene. *R* und *Bl* sind die optischen Achsen bzw. ihre Pole für Rot und Blau.

der Fall, so liegt in der Hyperbelstellung die Hyperbel für rot an anderer Stelle als die für blau, d. h. die Hyperbeln sind auf der Seite nach der Mitte des Bildes anders gefärbt als auf der anderen Seite. Dort, wo die Dunkelheit für blau ist, wird die Hyperbel rot erscheinen und umgekehrt. Sind z. B. die Hyperbeln nach der Mitte des Bildes

zu rot, nach außen hin blau gesäumt, so ist der Achsenwinkel für rot größer als für blau (gewöhnlich ausgedrückt durch: $\varrho > v$). Der mittlere Teil der Hyperbeln kann dabei völlig schwarz erscheinen, weil sich die Hyperbeln für mittlere Farben überdecken. Es kann aber auch vorkommen, daß die Achsenebenen für zwei Farben gekreuzt zueinander sind. Das führt zu komplizierten hier nicht weiter zu besprechenden Interferenzbildern, die man am besten auflöst, indem man nacheinander im roten und im blauen Lichte beobachtet.

B. Monokline Kristalle haben nur noch einen Hauptschnitt, der für alle Farben gleich ist. Er fällt entweder mit der Symmetrieebene zusammen oder steht auf der zweizähligen Symmetrieachse senkrecht. Nun gibt es aber zwei Möglichkeiten für die Lage der optischen Achsenebene: Entweder liegt die optische Achsenebene in jenem Hauptschnitt — in der Symmetrieebene, oder senkrecht dazu.

Im ersteren Falle wird man den Austritt der optischen Achse nur beobachten können auf einer Fläche senkrecht zur Symmetrieebene oder parallel der Symmetrieachse, auf einer Fläche der Hemidomenzone (Fig. 418). Das Bild muß demnach eine nach der optischen Achsenebene symmetrische Farbenverteilung zeigen. — Geneigte Dispersion (Taf. II, Fig. 9 u. 10). Da nun aber die Mittellinien gegeneinander

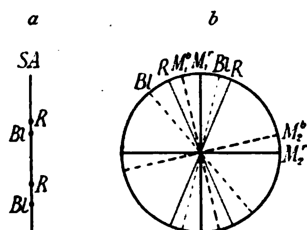


Fig. 418. Monoklin. Geneigte Dispersion. Optische Achsenebene = Symmetrieebene (*SA*). *R* und *Bl* optische Achsen für Rot und Blau. M_1 und M_2 die dazu gehörigen I. und II. Mittellinien. *a* Schnitt senkrecht zu einer Mittellinie. *b* Schnitt parallel der optischen Achsenebene.

dispergiert (verschoben) sind, kann man immer nur eine Platte herstellen, die zur Mittellinie für eine bestimmte Farbe senkrecht steht. Deshalb können natürlich auch an den beiden Achsen eine ganz verschiedene Anzahl von Lemniskaten und auch von ganz verschiedener Färbung auftreten. Ferner kommen hierzu noch Erscheinungen, welche auf verschiedene Größe der optischen Achsenwinkel für verschiedene Farben zurückzuführen sind. Immer aber bleibt das Bild symmetrisch nach der optischen Achsenebene.

Im zweiten Fall, wenn die optische Achsenebene senkrecht zur Symmetrieebene liegt, kann man den Achsenaustritt einerseits auf einer Fläche der Hemidomenzone, d. h. senkrecht zur Symmetrieebene und andererseits auf der Symmetrieebene selbst beobachten. — Beobachtet man auf einer Fläche der Hemidomenzone (Fig. 419 *a*), so steht die Symmetrieebene senkrecht auf dieser Fläche und senkrecht zur optischen Achsenebene und so muß auch das Bild senkrecht zur optischen Achsenebene symmetrisch sein. — Horizontale Dispersion (Taf. II, Fig. 5 u. 6). Es müssen hierbei an jeder Achse gleich viel und gleich gefärbte Lemniskaten auftreten, aber eine Lemniskate braucht zu beiden Seiten der optischen Achsenebene nicht gleiche Färbung zu zeigen. Natürlich kann hier ebenfalls eine verschiedene Größe des optischen Achsen-

winkels für verschiedene Farben vorhanden sein, es kann aber auch die optische Achsenebene für verschiedene Farben eine verschiedene Lage haben. — Beobachtet man aber den Achsenaustritt auf der Symmetrieebene (Fig. 419 *b*), auf dem für alle Farben gleichen Hauptschnitt, so muß

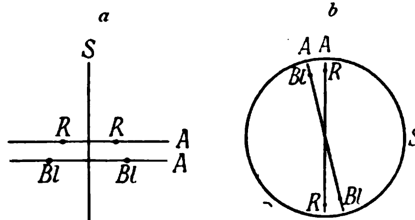


Fig. 419. Monoklin. Optische Achsenebene (*A*) senkrecht zur Symmetrieebene (*S*). *R* und *Bl* sind Achsenpole für Rot und Blau.
a auf einer Fläche senkrecht zur Symmetrieebene, horizontale Dispersion.
b auf der Symmetrieebene selbst, gekreuzte Dispersion.

das Bild symmetrisch sein nach einer zweizähligen auf der Bildfläche senkrechten Achse. D. h. das Bild ist weder symmetrisch nach der optischen Achsenebene, noch senkrecht dazu, sondern die gegenüberliegenden Quadranten sind Spiegelbilder (symmetrisch). Die Farbenverteilung ist übers Kreuz gleich. — Gekreuzte Dispersion (Taf. II, Fig. 7 u. 8). Die Mittellinie, d. h. die Symmetrieachse dieses Bildes ist für alle Farben gleich, also der Schnitt auch senkrecht dazu für alle Farben, aber der Achsenwinkel kann für verschiedene Farben verschieden groß sein und die optischen Achsenebenen sind für verschiedene Farben verschieden weit um die Symmetrieachse gedreht.

C. Trikline Kristalle zeigen infolge der Dispersion aller Elastizitätsachsen für die verschiedenen Farben im weißen Licht ein vollkommen unsymmetrisches Achsenbild.

Übersicht.

Lage der optischen Achsenebene	Austritt der optischen Achsen auf	Symmetrie des Achsenbildes	Dispersion	Kristallsystem
{010} {100} {001}	{100} und {001} {010} und {001} {010} und {100}	nach der optischen Achsenebene und senkrecht dazu	rhombisch	rhombisch
{010} (Symmetrieebene)	zwei Flächen der Hemidomenzone ($h0l$)	nach der optischen Achsenebene	geneigt	monoklin
Fläche der Hemidomenzone {$h0l$} (⊥ zur Symmetrieebene)	Hemidoma {$h0l$}	nach einer Fläche senkrecht zur optischen Achsenebene	horizontal	
	Symmetrieebene {010}	nach einer zweizähligen Symmetrieachse	gekreuzt	
beliebig	beliebig	unsymmetrisch	asymmetrisch	triklin

31. **Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Kristallen.** Aus dem Vorhergehenden geht hervor, daß in denjenigen Richtungen, in denen die Kristalle nicht doppelbrechend, d. h. isotrop sind, polarisiertes Licht im allgemeinen keinerlei Veränderung erfährt. Es gibt nun aber Kristalle, bei denen dies nicht zutrifft. Läßt man nämlich auf einen solchen Kristall in der isotropen Richtung einen geradlinigen polarisierten Lichtstrahl auffallen, so ist nach dem Verlassen des Kristalls die Polarisationsebene (bzw. Schwingungsebene) des Lichtes gegen die frühere Richtung gedreht. Beobachtet man also eine entsprechende Kristallplatte im homogenen Licht zwischen gekreuzten Nicols, so wird sie nicht, wie es eigentlich zu verlangen wäre, dunkel sein, vielmehr wird man den Analysator um einen gewissen Winkel drehen müssen, um Dunkelstellung zu erreichen. So verhalten sich manche reguläre Kristalle in allen Richtungen, manche hexagonale und tetragonale in der Richtung der optischen Achse und manche optisch-zweiachsigen Kristalle in den Richtungen der optischen Achsen. Alle diese Kristalle gehören aber erfahrungsmäßig Symmetrieklassen an, die durch den Mangel sowohl einer gewöhnlichen Symmetrieebene als auch einer Achse und Ebene der zusammengesetzten Symmetrie (Drehspiegelung) ausgezeichnet sind. Wohl aber können sie Symmetrieachsen besitzen. Wir haben aber früher gesehen, daß in jenen Symmetrieklassen enantiomorphe, d. h. rechte und linke Formen vorkommen. Ihnen entsprechend gibt es auch öfters solche Kristalle der hierhergehörigen Substanzen, die nach rechts und andere die nach links drehen.

Der Betrag der Drehung ist zunächst eine Konstante der betr. Substanz, dann vermehrt er sich mit der Dicke der Platte und endlich ist er im allgemeinen größer für blaue Strahlen als für rote, d. h. er nimmt zu in dem Maße, wie die Wellenlänge des Lichtes kleiner wird. So beträgt z. B. die Drehung für eine 1 mm dicke Platte

von	für die Fraunhofersche Linie *D*	*H*
$NaClO_3$ (regulär)	3°, 13	6°, 86
Quarz (hexagonal)	21°, 11	51°, 19

für Zinnober (hexagonal) ist sie etwa 15 mal so stark als für Quarz. Bei den optisch zweiachsigen kann überall dort, wo die Mittellinien nicht mit Symmetrieachsen identisch sind, also bei den Kristallen, die geneigte oder asymmetrische Dispersion zeigen, die Drehung für die Richtung der beiden Achsen verschieden sein. So dreht z. B. bei dem monoklinen Rohrzucker in einer 1 mm dicken Platte für *Na*-Licht die eine Achse 2°,2 nach links und die andere Achse 6°,4 nach rechts.

Aus den geschilderten Tatsachen ergibt sich nun das Verhalten entsprechend, d. h. senkrecht zu jenen Richtungen geschliffener Platten im parallelen und konvergenten, einfarbigen und weißen Lichte. Da es nur leicht zu beobachten ist bei regulären und optisch-einachsigen Kristallen, so wollen wir nur diese hier betrachten.

A. Im parallelen Lichte. Es seien in den beistehenden Figuren 420 und 421 *AA* und *PP* die Schwingungsrichtungen von Analysator und Polarisator, *B*, *D*, *E*, *G* und *H* die Schwingungs-

richtungen des gedrehten Lichtes für die betreffenden Fraunhoferschen Linien in einer rechtsdrehenden Platte. Dann sehen wir, daß zur Einstellung auf Dunkelheit für irgend eine von jenen Linien (Lichtfarbe)

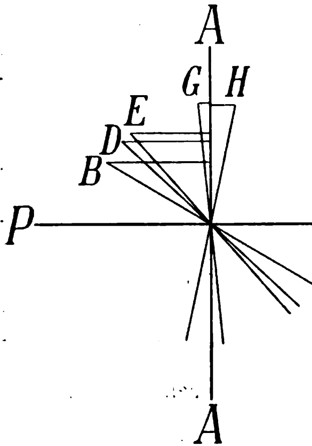


Fig. 420. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im Quarz (Rechtsquarz) für eine 2 mm dicke Platte. *P P* Schwingungsebene des Polarisators, *A A* des Analysators, *B*, *D*, *E*, *G* und *H* Schwingungsebenen für die betr. Fraunhoferschen Linien. Die Platte sieht zwischen gekreuzten Nicols blau aus.

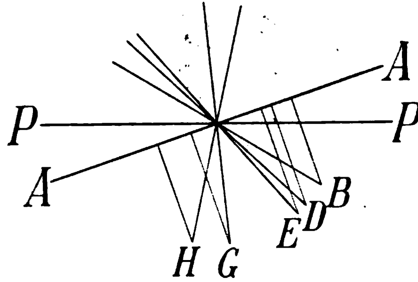


Fig. 421. Wie Fig. 420. Der Analysator soweit gedreht, daß von jeder Farbe annähernd gleich viel durchgeht. Die Platte sieht weiß aus.

der Analysator je um einen anderen Betrag gedreht werden muß; nämlich jedesmal soweit, daß die Schwingungsrichtung des Analysators senkrecht zu der Schwingungsrichtung für die betreffende Linie (Farbe) steht. Im weißen Licht hingegen wird man überhaupt nicht auf Dunkel stellen können; vielmehr wird in jeder Stellung von jeder Farbe ein Teil durchgelassen und zwar um so mehr, je mehr sich die Schwingungsebene des betreffenden Lichtes der Schwingungsebene des Analysators nähert. Die Platte wird demnach farbig erscheinen. Wenn man den Analysator dreht, so wird sich die Farbe ändern und in unserem Falle bei einer Rechtsdrehung, wie aus der Figur leicht ersichtlich ist, so daß die Farben in der Reihenfolge des Spektrums von rot nach blau erscheinen. Bei einer rechtsdrehenden Platte erscheinen demnach die Farben in der Reihenfolge des Spektrums, wenn man den Analysator nach rechts (im Sinne des Uhrzeigers) dreht, bei einer linksdrehenden Platte, wenn man ihn entgegengesetzt dreht. (Eine Drehung der Platte in ihrer Ebene ist natürlich ohne jeden Einfluß.)

B. Im konvergenten Licht bei optisch-einachsigen Kristallen. Wir stellen das Achsenbild im homogenen (z. B. Natriumlicht) her und sehen dann fast genau dasselbe wie bei nicht drehenden Kristallen, helle und dunkle Ringe und ein schwarzes Kreuz, nur gehen die Balken des schwarzen Kreuzes nicht weiter als etwa bis zum innersten dunklen Ring und die Mitte bleibt ganz hell. Dieses Bild ist so zu erklären: Alle Strahlen, die einige Neigung gegen die

Hauptachse haben, verhalten sich genau wie in den übrigen optischeinachsigen Kristallen. Alle Strahlen, welche in der Richtung der optischen Achse durchgehen, erfahren eine Drehung, d. h. ihre Schwingungsrichtung bleibt nicht mehr die des Polarisators. Darauf beruhte aber das schwarze Kreuz und die dunkle Mitte, wie wir im Abschnitt 27 gesehen haben, und es muß somit beim Nichteintreffen jener Voraussetzung die Mitte des Bildes hell sein. Schon bei ganz geringer Neigung gegen die Hauptachse geht das zirkular polarisierte Licht in elliptisch polarisiertes und weiterhin schnell in doppelt gebrochenes über. Nimmt man weißes Licht, dann werden die Ringe farbig und ebenso zeigt die Mitte eine Farbe, welche wie im parallelen Licht von dem Drehungsvermögen der Substanz und der Dicke der Platte abhängt, und welche sich ebenso ändert beim Drehen des Analysators wie im parallelen Licht (Taf. II, Fig. 2).

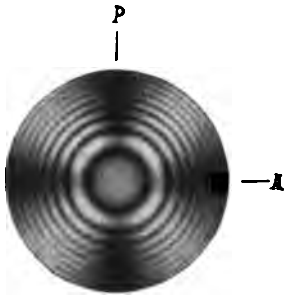


Fig. 422. Achsenbild einer Platte senkrecht zur optischen Achse von einem zirkularpolarisierenden einachsigen Kristall im konvergenten polarisierten einfarbigen Licht zwischen gekreuzten Nicols.

Legt man zwei gleich dicke Platten entgegengesetzter Drehung, also z. B. von Linksquarz und Rechtsquarz aufeinander, so erscheinen im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols die sogenannten Airyschen Spiralen, die sich nach rechts drehen, wenn die rechtsdrehende, nach links, wenn die linksdrehende Platte unten liegt, Auf die Erklärung dieser auch bei natürlichen Zwillingen vorkommenden Erscheinungen kann hier nicht näher eingegangen werden.

Die Drehung der Polarisationsebene hat, wie Fresnel gezeigt hat, ihren Grund darin, daß in den entsprechenden Richtungen „zirkular polarisierender Medien" aus einem geradlinig polarisierten Lichtstrahl zwei zirkular polarisierte entstehen, von denen der eine rechtszirkular, der andere linkszirkular ist und deren einer sich schneller fortpflanzt als der andere. Sie erhalten demnach bei ihrem Durchgang durch das Medium eine Phasendifferenz und interferieren nachher wieder zu einem geradlinig polarisierten Strahl, dessen Schwingungsrichtung natürlich von der des einfallenden Strahles abweichen muß, weil ja der eine der beiden neuen Strahlen auf der kreisförmigen Bahn sich schneller bewegt als der andere, und sie demnach nicht an der Stelle wieder zusammentreffen können, wo sie sich getrennt haben. Ist der rechtszirkulare Strahl der schnellere, so erhält man Rechtsdrehung der Polarisationsebene und umgekehrt.

32. **Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung.** Die Bestimmung geschieht entweder im parallelen oder im konvergenten Lichte.

A. Im parallelen Lichte. Voraussetzung ist, daß das zu untersuchende Plättchen sehr dünn ist und in Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols Polarisationsfarben zeigt. Diese Polarisationsfarben haben nach Abschn. 25, S. 190 ihre Ursache in der Verzögerung oder Wegdifferenz, die die beiden durch Doppelbrechung im Plättchen ent-

stehenden Lichtstrahlen infolge verschiedener Brechbarkeit und infolge der Dicke des Plättchens gegeneinander erfahren. Unsere Aufgabe ist es nun zunächst zu bestimmen, welcher von jenen beiden Strahlen der stärker gebrochene ist. Hierzu verwenden wir eine andere doppelbrechende Platte oder einen Keil, von denen uns die Lage der Schwingungsrichtungen und die Brechungsverhältnisse der beiden Strahlen bekannt sind. Man kann dann diese Platte oder den Keil so über oder unter die zu untersuchende Platte und zwischen die beiden Nicols bringen, daß entweder die beiden Strahlen mit den großen Brechungsexponenten oder die mit entgegengesetztem Werte (also groß mit klein) mit ihren Schwingungsrichtungen einander parallel gehen. Im ersteren Fall wird die Wegdifferenz, welche die Strahlen in der einen Platte erlangt haben, in der zweiten noch weiter vermehrt; im zweiten Falle bei entgegengesetzter Stellung wird sie vermindert. Also beruht die Bestimmung auf einer willkürlichen Vermehrung oder Verminderung der Wegdifferenz der beiden durch Doppelbrechung entstehenden Lichtstrahlen. Diese Bestimmung wird entweder ausgeführt mit dem Gipsplättchen von Rot I. Ordnung oder mit dem Quarzkeil.

Das Gipsplättchen von Rot I. Ordnung ist so dünn, daß man im Mikroskop zwischen gekreuzten Nicols und mit in Diagonalstellung zwischengeschobenem Plättchen das ganze Gesichtsfeld mit der Polarisationsfarbe Rot I. Ordnung ausgefüllt sieht. Es ist so geschnitten oder gefaßt, daß es ein Rechteck bildet, dessen beide Seitenpaare den Schwingungsrichtungen des Lichtes im Gips parallel gehen. Gewöhnlich entspricht die Längsrichtung dem größeren Brechungsexponenten. Im Rot I. Ordnung beträgt nach unserer Taf. I die Wegdifferenz 551 $\mu\mu$. Bringe ich nun mein zu bestimmendes Plättchen, ohne daß die Gipsplatte vorhanden ist, in Diagonalstellung zwischen die gekreuzten Nicols, dann zeigt es eine Farbe, von der ich mit Hilfe der genannten Tabelle zwischen parallelen und gekreuzten Nicols feststelle, welcher Ordnung sie angehört und wie groß etwa die Verzögerung der beiden Strahlen ist. Es sei dies z. B. strohgelb I. Ordnung mit der Verzögerung 281 $\mu\mu$. Dann schiebe ich ebenfalls in Diagonalstellung die Gipsplatte ein und erhalte entweder eine Verzögerung von $281 + 551 = 832$ $\mu\mu$ oder eine solche von $551 - 281 = 270$ $\mu\mu$. Das erstere führt zur Vermehrung der Wegdifferenz und es liegen demnach die Schwingungen der Strahlen mit den größeren Brechungsexponenten parallel; die Polarisationsfarbe ist hinaufgegangen in das Hellgrün II. Ordnung. Im zweiten Fall liegen jene stärker gebrochenen Strahlen senkrecht zueinander und die Polarisationsfarbe ist niedriger als Rot I. Ordnung, bei uns etwa gelblich weiß I. Ordnung geworden. Ich kann jetzt somit sagen, welche Richtung in dem zu untersuchenden Plättchen dem größeren Brechungsexponenten entspricht.

Der Quarzkeil wurde im Absatz 25 beschrieben. Man kann mit ihm jede beliebige Polarisationsfarbe, jede beliebige Verzögerung herstellen, indem man eine dünnere oder eine dickere Stelle desselben zwischen die beiden Nicols bringt. Habe ich nun wieder, wie vorhin beschrieben, das Plättchen zwischengeschaltet und es zeigt wieder strohgelb I. Ordnung mit 281 $\mu\mu$ Verzögerung, so schiebe ich ebenfalls in Diagonalstellung den Quarzkeil zwischen die beiden Nicols und

zwar nacheinander mit seiner Längsrichtung — die wieder einer Schwingungsrichtung und zwar meist der des stärker gebrochenen Strahles entspricht — in der Richtung der beiden Diagonalen. In einem der beiden Fälle wird nun an der Stelle, wo der Quarzkeil allein strohgelb I. Ordnung mit 281 $\mu\mu$ Verzögerung zeigen würde, ein dunkler „achromatischer“ Streifen erscheinen. Dann stehen die Schwingungsrichtungen der Strahlen mit dem größeren Brechungsexponenten im Quarz und in der zu untersuchenden Platte senkrecht zueinander, die Verzögerung, welche die beiden Strahlen im zu untersuchendenden Plättchen erleiden, wird im Quarz wieder aufgehoben $281 - 281 = 0\ \mu\mu$ und das Plättchen zeigt überhaupt keine Polarisationsfarbe. Wir können also auch so bestimmen, welcher von den beiden Strahlen des zu untersuchenden Plättchens der stärker gebrochene ist.

Zur weiteren Bestimmung des Charakters der Doppelbrechung muß man nun bei optisch einachsigen Kristallen wissen, welche der beiden Schwingungsrichtungen senkrecht zur optischen Achse geht und bei zweiachsigen Kristallen muß ich einen Hauptschnitt vor mir haben und wissen, ob in ihm die I. Mittellinie und der mittlere Brechungsexponent oder die II. Mittellinie und der mittlere Brechungsexponent oder I. und II. Mittellinie liegen und wie sie liegen. Es habe z. B. die Platte eines einachsigen Kristalls die Form eines Rechtecks, dessen lange Seite der optischen Achse entspricht, und ich habe nun bestimmt, der parallel der kurzen Seite des Rechtecks schwingende Strahl sei der stärker gebrochene, so wäre also der senkrecht zum Hauptschnitt schwingende — ordentliche — Strahl der stärker gebrochene $o > e$, also der Kristall optisch negativ. Oder es habe die Platte eines optisch zweiachsigen Kristalls die Gestalt eines Rhombus und es sei mir bekannt, daß die kurze Diagonale der I., die lange der II. Mittellinie entspricht. Die Bestimmung hat ergeben, daß der kurzen Diagonale der größere Brechungsexponent angehört, dann entspricht die I. Mittellinie dem größten Brechungsexponenten γ und der Kristall ist optisch positiv.

B. Im konvergenten Licht. Man verwendet hierzu Platten, welche ein optisches Achsenbild zeigen, also solche senkrecht zur optischen Achse bei den einachsigen und solche senkrecht zur I. Mittellinie bei den zweiachsigen. Hat man dickere Platten, welche deutliche Ringe oder Lemniskaten erkennen lassen, so geschieht die Bestimmung zweckmäßig mit einer sog. Viertelundulationsglimmerplatte; hat man hingegen dünne Platten, welche nur noch das verschwommene schwarze Kreuz zeigen, findet zweckmäßiger das Gipsplättchen von Rot I. Ordnung Verwendung.

Die Glimmerplatte ist gewöhnlich rechteckig so geschnitten, daß die Seiten des Rechtecks den Schwingungsrichtungen und zwar die längere Seite der des stärker gebrochenen Strahles parallel gehen. Sie ist so dick, daß die beiden in ihr durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen für mittlere Farben gegeneinander eine Verzögerung von einer Viertelwellenlänge erfahren. Stellt man nun das Achsenbild eines einachsigen Kristalls im homogenen Lichte her und schiebt diagonal gegen die Schwingungsrichtungen der gekreuzten Nicols und zwischen sie die Glimmerplatte mit ihrer Längsrichtung, dann sieht man statt des früher beschriebenen Achsenbildes ein anderes: Das

schwarze Kreuz ist verschwunden, an dessen Stelle sind hellere Streifen getreten; die schwarzen Ringe haben nur in je zwei gegenüberliegenden Quadranten gleichen Radius, d. h. sie sind in zwei Quadranten erweitert

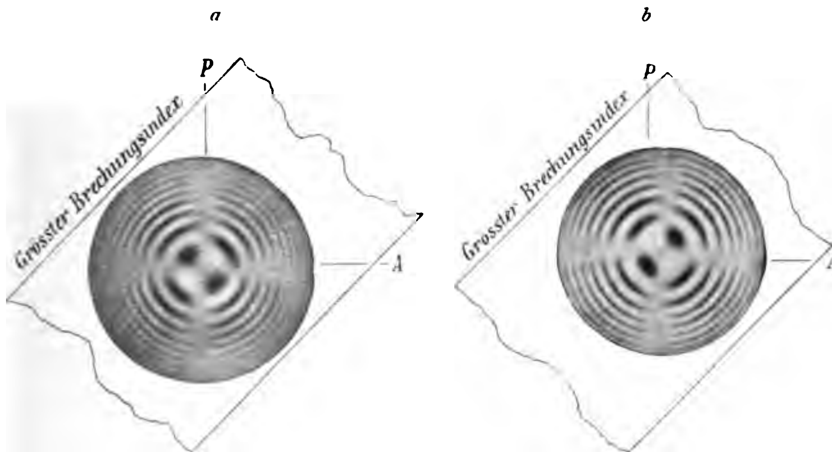


Fig. 423. Achsenbild optisch einachsiger Kristalle mit zwischen die Nicols *P* und *A* geschobener Glimmerplatte $^1/_4$ λ. *a* optisch positiv, *b* optisch negativ.

und in zweien verengert worden, so daß sie an den Stellen des schwarzen Kreuzes nicht mehr koinzidieren. Vielmehr sind sie dort durch halbdunkle Zickzacklinien miteinander verbunden. In den Quadranten mit den erweiterten Ringen liegt innerhalb des innersten Ringes je ein dunkler Punkt. Bei den optisch positiven Kristallen sind die Ringe in denjenigen Quadranten erweitert, durch welche die Glimmerplatte mit ihrem größten Brechungsexponenten — Längsrichtung — nicht geht und die Verbindungslinie der dunklen Punkte bildet mit jener Richtung ein $+$ Zeichen. Bei den optisch negativen Kristallen ist es umgekehrt.

Die Erklärung ist folgende: Dort, wo das schwarze Kreuz in der zu untersuchenden Platte erscheinen müßte, wird in ihr das Licht nicht doppelt gebrochen, aber dies ist der Fall in der diagonal gestellten Glimmerplatte und es müssen demnach diese Stellen im allgemeinen hell erscheinen. Die schwarzen Ringe des Bildes ohne zwischengeschobene Glimmerplatte verdanken ihre Entstehung der Interferenz infolge Verzögerung der beiden in der Platte entstehenden Strahlen um 1, 2, 3 usw. Wellenlängen der verwendeten Lichtart. Nun erhalten die beiden Strahlen aber auch in der Glimmerplatte eine Verzögerung von $^1/_4$ λ. Fällt daher der größere Brechungsexponent in der Glimmerplatte auf den größeren in der zu untersuchenden Platte, so ist an jenen Stellen die Verzögerung $1 + {}^1/_4\,\lambda$, $2 + {}^1/_4\,\lambda$ usw. und es werden daher die Ringe näher dem Zentrum erscheinen. Fällt hingegen der größere Brechungsexponent des Glimmers mit dem kleineren in der einachsigen Platte zusammen, so wird die Differenz hier um $^1/_4$ λ vermindert, d. h. die Ringe rücken um einen entsprechenden Betrag nach außen. Nun entspricht in einer einachsigen Platte der Hauptschnitt jeweils dem Radius der Ringe und es fallen daher die Hauptschnitte in zwei gegenüberliegenden Quadranten

nahezu oder ganz mit der Längsrichtung — größter Brechungsexponent des Glimmers zusammen, während es in den beiden anderen Quadranten umgekehrt ist. Bei optisch positiven Kristallen entspricht der Hauptschnitt der Schwingungsrichtung des stärker gebrochenen (außerordentlichen) Strahles und bei negativen ist es umgekehrt. Bei positiven werden also die Ringe in den Quadranten erweitert, durch welche die Längsrichtung der Glimmerplatte — größter Brechungsexponent — **nicht** geht, bei negativen ist es umgekehrt. Die dunklen Punkte entstehen in jenen beiden Quadranten, in denen Erniedrigung der Doppelbrechung stattfindet, d. h. die Ringe erweitert sind, an den Stellen, an welchen die Verzögerung in der zu untersuchenden Platte $^1/_4\ \lambda$ beträgt wie im Glimmer, der ja in entgegengesetzter Stellung ist, und wo somit die Verzögerung der beiden Strahlen Null wird. Da sie aber zwischen gekreuzten Nicols mit entgegengesetzter Phase interferieren, so müssen sie sich vernichten. Eine Erklärung für die halbdunklen, die erweiterten und verengerten Ringe verbindenden Zickzacklinien ist noch nicht gegeben worden.

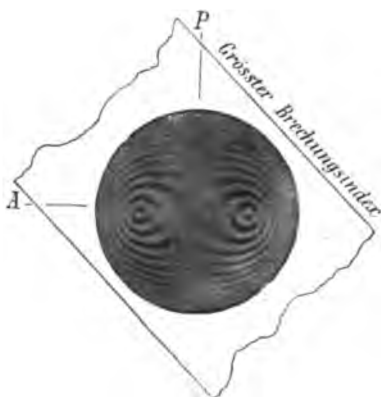


Fig. 424. Achsenbild eines optisch zweiachsigen Kristalls in einer Platte senkrecht zur I. Mittellinie zwischen gekreuzten Nicols mit zwischengeschobener Glimmerplatte. Negativ.

Analoge Erscheinungen sieht man auch mit Hilfe der Glimmerplatte an den Bildern der optisch zweiachsigen Kristalle. Auch hier erweitern sich bei den optisch negativen Kristallen in Platten senkrecht zur I. Mittellinie, auf denen also der spitze Achsenwinkel zu beobachten ist, die Lemniskaten in den beiden Quadranten, durch welche die Glimmerplatte mit ihrem größten Brechungsexponenten — Längsrichtung — geht. Bei optisch positiven ist es umgekehrt.

Bei sehr dünnen Präparaten einachsiger Kristalle, die nur den mittelsten Teil des Achsenbildes, ein mehr oder weniger verschwommenes schwarzes Kreuz, erkennen lassen, verwendet man das **Gipsplättchen vom Rot I. Ordnung.** Man bringt es in diagonaler Stellung zwischen die beiden Nicols, dann wird an Stelle des schwarzen Kreuzes ein solches vom Rot I. Ordnung erscheinen. Die abwechselnden Felder zwischen dem Kreuz hingegen werden sich verschieden verhalten. In ihnen ist eine ganz geringe Phasendifferenz vorhanden und sie zeigen ohne die Gipsplatte nur die niedrigsten Polarisationsfarben I. Ordnung. Da nun, wie schon vorhin ausgeführt, in zwei Quadranten sich die Verzögerung addiert, in den beiden anderen subtrahiert, so muß in zwei gegenüberliegenden Quadranten das Rot I. Ordnung hinaufgehen in Blau II. Ordnung und in den beiden anderen herunter in Gelb I. Ordnung. Das Blau II. Ordnung wird in den beiden Quadranten erscheinen, in denen die größeren Brechungsexponenten — Längsrichtung — des Gipses und des zu untersuchenden Schnittes zusammenfallen. Das sind nun aber bei optisch positiven die Quadranten, durch welche

die Längsrichtung der Gipsplatte geht. Bei optisch negativen hingegen ist es umgekehrt und die Quadranten, durch welche der große Brechungsexponent (Längsrichtung) des Gipses geht, sind gelb.

33. **Verhalten der Zwillinge im parallelen polarisierten Licht zwischen gekreuzten Nicols.** Zwillinge sind in Schnitten, die sich isotrop verhalten, nicht optisch erkennbar. Daher sind Zwillinge regulärer Kristalle überhaupt nicht erkennbar, ebensowenig Schnitte parallel der Basis bei hexagonalen und tetragonalen Zwillingen, wenn die Zwillingsebene senkrecht zur Basis steht oder die Zwillingsachse der Hauptachse entspricht. Eine Ausnahme hiervon machen nur die Zwillinge von zirkular polarisierenden Kristallen, in denen ein rechter mit einem linken Kristall verzwillingt ist. In diesem Falle kann man am Charakter der Drehung die beiden Einzelkristalle unterscheiden. Zwillinge können ferner mit Hilfe der Auslöschung nicht erkannt werden, wenn die Auslöschung in den beiden Individuen eines Schnittes der Zwillingstrace parallel geht, also in allen den Fällen, in denen die Zwillingsebene einer optischen Elastizitätsachse parallel geht oder zu ihr senkrecht steht und der Schnitt dieser Elastizitätsachse parallel geführt ist, denn in diesen Fällen geht die Auslöschung in beiden Individuen der Zwillingstrace parallel.

Alle übrigen Schnitte durch anisotrope Zwillingskristalle zeigen ein sehr charakteristisches Verhalten insoferne sie eine verschiedene Auslöschung in den beiden Individuen haben, die demnach niemals gleichzeitig in Dunkelstellung gebracht werden können. Wenn der eine Kristall dunkel ist, wird der andere hell sein. Hat man einen Schnitt, der senkrecht zur Zwillingsebene oder parallel zur Zwillingsachse gelegt ist, so löschen die beiden Individuen symmetrisch aus, d. h. man muß von der Trace der Zwillingsebene oder -achse aus um einen gleichen Winkel nach rechts bzw. links drehen, um je eines der Individuen dunkel zu stellen. Stellt man jene Zwillingsgrenze einem der beiden Nicolhauptschnitte parallel, so zeigen beide Individuen gleiche Helligkeit und gleiche Polarisationsfarbe. Anders gelegene Schnitt zeigen im allgemeinen eine unsymmetrische Auslöschung, d. h. man muß von der Zwillingstrace aus um verschiedene Winkel nach rechts bzw. links drehen, um die Dunkelstellung der beiden Individuen zu erreichen. Stellt man die Zwillingstrace einem Nicolhauptschnitt parallel, dann zeigen die beiden Individuen verschiedene Helligkeit und ev. verschiedene Polarisationsfarben.

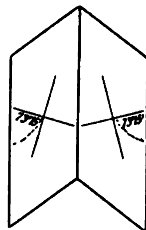


Fig. 425. Gipszwilling. Schnitt senkrecht zur Zwillingsebene. Symmetrische Lage der optischen Elastizitätsachsen in beiden Individuen.

In Wiederholungs- oder polysynthetischen Zwillingen verhalten sich natürlich die parallelen Individuen bezüglich Auslöschung, Helligkeit und Polarisationsfarben ganz gleich (Taf. III, Fig. 4).

Im konvergenten Licht sind die Erscheinungen bei Zwillingen ganz analog denen im parallelen und je nach der Lage des Schnittes entweder symmetrisch oder unsymmetrisch.

34. Optisch anomale Kristalle. Als optisch anomal bezeichnet man diejenigen Kristalle, deren optische Symmetrie geringer ist, als sie nach der geometrischen sein müßte. Gewöhnlich verhalten sich nicht alle Kristalle derselben Substanz gleich, sondern es kommen neben anomalen auch normale vor. Optische Anomalien geringeren Grades sind außerordentlich häufig, ja, man könnte fast sagen, häufiger als gänzlich normales Verhalten. So z. B. sind sehr viele optisch-einachsige Kristalle schwach zweiachsig usw. Optische Anomalien sind im parallelen polarisierten Lichte meist leicht kenntlich als Felderteilungen oder auch als sonst ungleichmäßige Auslöschung eines Individuums.

Man hat zwei Arten von Anomalien zu unterscheiden, von denen die erste eigentlich nur in beschränktem Maße hierhergehört.

In die erste Gruppe gehört z. B. der Leucit. Betrachtet man einen Schnitt aus diesem Mineral bei einer Temperatur von 500—600° C zwischen gekreuzten Nicols, dann ist er vollkommen isotrop, läßt man

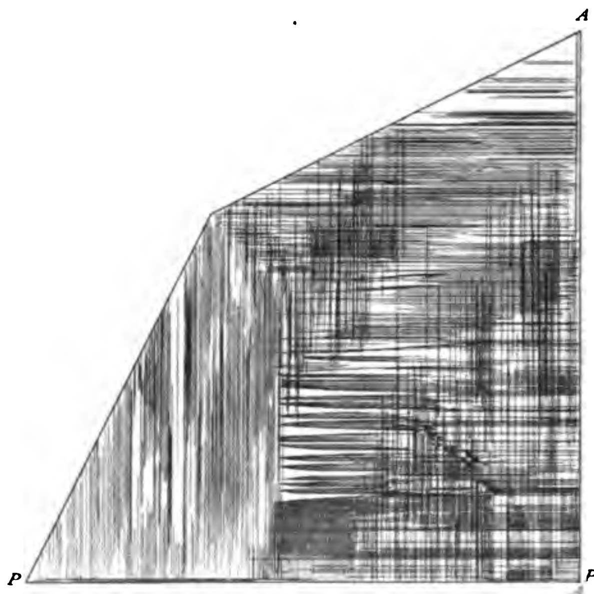


Fig. 426. Leucit. Teil eines Schnittes aus einem Leucitoeder parallel dem Rhombendodekaeder. Zwillingslamellierung und Felderteilung. *AA* und *PP* Analysator und Polarisator.

ihn auf gewöhnliche Temperatur abkühlen, dann zeigt er Zwillingslamellierung und Felderteilung wie in beistehender Figur. Die Zwillingslamellen sind sogar geometrisch am Kristall erkennbar. Die Ursache dieser Erscheinung liegt darin, daß der Leucit nur bei hoher Temperatur regulär ist, bei niedriger aber sich in eine andere, rhombische Modifikation umlagert, die eine Paramorphose nach dem regulären Leucit bildet. Dadurch entstehen im Kristall Spannungen, die sich zum Teil in Form von Zwillingslamellen auslösen, soweit sie aber nicht ausgelöst werden, Felderteilungen hervorbringen, die in gleicher Weise zu erklären sind,

wie bei der nachfolgenden zweiten Gruppe. Ähnlich wie der Leucit verhalten sich noch eine ganze Reihe anderer Kristalle, wie z. B. Boracit und Perowskit.

Bei einer zweiten Gruppe von Kristallen sind die optischen Anomalien ausschließlich auf innere Spannungen und daraus folgender einseitiger Änderung der mechanischen Dichte zurückzuführen. Das läßt sich leicht auf künstliche Art zeigen: Nimmt man einen Würfel von gewöhnlichem Glas, der zwischen gekreuzten Nicols im parallelen Licht vollkommen isotrop ist, und preßt ihn von zwei gegenüberliegenden Seiten zusammen, während man in dazu senkrechter Richtung durchsieht, so wird er doppelbrechend und zwischen gekreuzten Nicols bei einer Drehung um 360° viermal hell und dunkel. Die Schwingungsrichtung des stärker gebrochenen Strahles liegt senkrecht zur Druckrichtung. — Hat man zwei Glasstreifen, legt zwischen beide einen Draht und preßt nun die Enden aneinander, während man gleichzeitig in der Richtung des Drahtes zwischen gekreuzten Nicols beobachtet, dann sieht man die gekrümmten Glasstreifen von Farbenbändern durchzogen, welche der Krümmung folgen; je das mittelste dieser Bänder ist schwarz (isotrop). Es wird nämlich bei der Biegung der Streifen der nach außen gelegene Teil gedehnt, der mittlere bleibt gleichlang, der innere wird gepreßt. Daraus ergibt sich, daß im inneren Teil der stärker gebrochene Strahl senkrecht zu den Bändern, im äußeren zu ihnen parallel schwingt und daß die Mitte isotrop bleibt. — Ein Glasstück, zuvor isotrop, wird durch ungleichmäßiges Erwärmen doppelbrechend, beim Abkühlen wieder isotrop. — Dieser Zustand läßt sich auch dauernd machen, indem man bis zum Erweichen erhitzte Glasstücke schnell abkühlt. Es zeigt sich dann eine Abhängigkeit der Doppelbrechung von der Form. Hat man z. B. ein zylindrisches Stück, dann wird dasselbe in allen Richtungen senkrecht zur Zylinderachse den gleichen Brechungsexponenten haben und daher sich in der Zylinderachse selbst, wie ein optisch einachsiger Kristall verhalten. Ist der Umriß des Zylinders elliptisch, dann wird sozusagen ein zweiachsiger Kristall daraus. Aber auch bei beliebigen anderen Formen zeigt sich die Abhängigkeit der Doppelbrechung von der Form. — Dies sieht man einfacher und schöner bei Gelatinepräparaten. Gießt man solche mit geringem Wassergehalt in Formen, die Kristallformen entsprechen, und läßt etwas austrocknen, so stellen Ecken und Kanten ein relativ stabiles und unveränderliches Gerüste dar, und nur die Flächen krümmen sich nach innen; etwa so wie bei einem Blechwürfel, aus dem man Luft heraus pumpt. Dadurch wird gleichsam senkrecht von jeder Fläche aus ein Druck auf den Kristall ausgeübt und er zerfällt in ebensoviele optische Individuen als er Flächen hat. Die Symmetrie dieser Individuen in optischer Hinsicht entspricht der geometrischen Symmetrie der betreffenden Fläche. So erscheint ein Würfel gebaut aus 6 tetragonalen Individuen, die je eine Würfelfläche als Basis, ihre Spitze in der Mitte des Kristalls haben. Ein Oktaeder zeigt 8 hexagonale, ein Rhombendodekaeder 12 rhombische, ein Triakisoktaeder 24 monokline, ein Tetrakishexaeder 24 monokline, ein Ikositetraeder 24 monokline, ein Hexakisoktaeder 48 trikline Individuen. Schnitte durch solche Körper müssen dann zwischen gekreuzten Nicols Felderteilung zeigen, entsprechend ihrer Begrenzung und Lage im

Körper. So z. B. zeigt ein Schnitt durch den Würfel parallel dem Oktaeder und zwar nahe der Oktaederecke eine Teilung in drei Felder von den Ecken des dreieckigen Schnittes aus; ein Schnitt dem vorigen parallel, aber durch die Mitte des Kristalls, sechsseitigen Umriß und Sechsfelderteilung; ein Schnitt nach der Würfelfläche durch die Mitte quadratische Umgrenzung und Vierfelderteilung; nahe einer Würfelfläche einen zentralen isotropen Kern und am Rande Vierfelderteilung usw. Analog kann man es sich für jede andere Form und jeden beliebigen Schnitt ableiten.

Die eben besprochenen Erscheinungen kommen nun auch an Kristallen vor. — So zeigen reguläre, dem Gebirgsdruck unterworfene Kristalle häufig Doppelbrechung oder doppelbrechende gebogene Kristalle zeigen sogenannte undulöse oder fleckige Auslöschung, d. h. diese ist nicht gleichzeitig und gleich vollkommen an allen Stellen eines Durchschnittes, sondern verläuft beim Drehen der Platte in ihrer Ebene gleich einer Welle durch sie. Einachsige Kristalle können zweiachsig, positive können negativ werden usw. — Ähnlich verhält es sich mit manchen Kristallen in Eruptivgesteinen und ihren Tuffen, wo die Kristalle aus dem Schmelzfluß kristallisiert und sehr schnell abgekühlt wurden. — Viele Kristalle, die einen erheblichen Wassergehalt besitzen und diesen unter das normale Maß verlieren oder darüber vergrößern können, ohne ihre Molekularstruktur zu ändern, wie die Zeolithe (kristallwasserhaltige Silikate), zeigen völlig die Erscheinungen, wie die besprochenen Gelatinepräparate. Durchschnitte zeigen also Felderteilung usw. Ändert sich die Form während des Wachstums, dann kann der Kern eines Kristalls eine andere Felderteilung darbieten als die Hülle. — Analoge Erscheinungen wie die Gelatinepräparate oder wie die Zeolithe zeigen auch manche andere Kristalle ohne Wassergehalt, wie die Granaten oder die Alaune. Gerade bei den letzteren ist gezeigt worden, daß ein einfacher Alaun, also z. B. ein reiner Kaliumtonerdealaun keine Doppelbrechung zeigt, hingegen ist dies der Fall, wenn zwei Alaune z. B. jener mit Ammoniumtonerdealaun gemischt wird. Jetzt hat man dann alle jene Erscheinungen von den Gelatinepräparaten. Die Ursache beruht offenbar in der Verschiedenheit der mechanischen Elastizität (Ausdehnungskoeffizienten) der beiderlei Alaunmoleküle. Eine Mischung aus zwei anderen Alaunen zeigt auch Doppelbrechung, aber einen andern Wert dafür. Läßt man also den ersten Kristall in einer anderen Mischung weiterwachsen, so zeigt er außer der Felderteilung auch noch Zonarstruktur. Die gleichen Dinge kann man an den Granaten beobachten, die auch vielfach oder meist Mischkristalle sind nach der Formel $\overset{II}{R}_3\overset{III}{R}_2Si_3O_{12}$, wobei $\overset{II}{R} = Mg, Ca, Fe, Mn$ und $\overset{III}{R} = Al, Fe, Cr$ ist. Auch die Umwachsung verschieden zusammengesetzter Zonen findet beim Granat statt und so sieht man bei ihm nicht selten zwischen gekreuzten Nicols Felderteilung und Zonarstruktur zugleich.

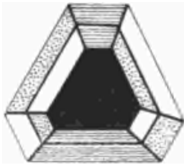


Fig. 427. Alaunkristall, Oktaeder nach der Oktaederfläche durchschnitten. Kern: Ammoniaktonerdealaun ist isotrop. Je eine doppelbrechende Zone von Ammoniakkalieisen- und Ammoniakkalitonerdealaun mit Felderteilung und Zonarstruktur.

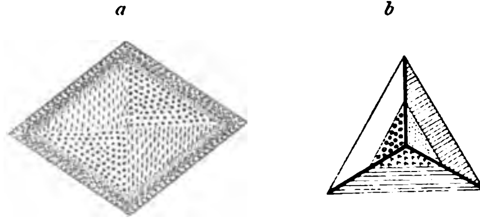


Fig. 428. Granat. Rhombendodekaeder. *a* Schnitt nach einer Rhombendodekaederfläche. *b* Schnitt nach einer Oktaederfläche. Felderteilung und Zonarstruktur.

Endlich muß an dieser Stelle noch der kristallisierten Flüssigkeiten gedacht werden. Wir haben im Abschnitt 3, S. 2 gesehen, daß bei ihnen die Oberflächenspannung über die Kristallisationskraft überwiegt. Die Kristallisationskraft ist in verschiedenen Richtungen verschiedenwertig, die Oberflächenspannung in allen Richtungen gleichwertig. Es wird demnach auf den Kristall von allen Seiten der gleiche Druck ausgeübt, aber der Gegendruck des Kristalls ist in verschiedenen Richtungen verschieden. Deswegen werden die kristallisierten Flüssigkeiten im allgemeinen keine Kugeln sein und deswegen wird ein Teil ihrer optischen Erscheinungen zwischen gekreuzten Nicols im parallelen Lichte in das Gebiet der optischen Anomalien gehören.

VI. Verhalten der Kristalle gegen die Wärme.

A. **Verhalten der Kristalle gegen die Wärmestrahlen.** Bei den Wärmestrahlen gibt es genau wie bei den Lichtstrahlen solche von verschiedener Wellenlänge, denn wir bezeichnen ja die diesseits des Rot im Spektrum liegenden Strahlen als Wärmestrahlen. So ist es a priori nicht zu verwundern, daß sich die Kristalle gegen die Wärmestrahlen genau verhalten, wie gegen die Lichtstrahlen. Es gibt wärmedurchsichtige und wärmeundurchsichtige, es gibt farblose und gefärbte Kristalle; die durchsichtigen lassen in relativ dicken Schichten noch Wärmestrahlen durch, die undurchsichtigen nicht; die farblosen absorbieren Wärmestrahlen der verschiedensten Wellenlängen in gleicher Weise, die gefärbten nur ganz bestimmte. Wärmedurchsichtig oder diatherman und gleichzeitig farblos sind z. B. Sylvin KCl, Steinsalz $NaCl$, Chlorsilber $AgCl$ und Zinkblende ZnS, fast undurchsichtig und außerdem gefärbt sind die Alaune.

Es gibt einfachbrechende und doppelbrechende Kristalle auch mit Bezug auf die Wärmestrahlen, und unter den doppelbrechenden kann man einachsige und zweiachsige unterscheiden. So ist Glimmer auch für die Wärme ein doppelbrechender Kristall. Ebenso gibt es auch zirkular polarisierende Medien mit Bezug auf die Wärmestrahlen. Kurz, die Analogie ist für Wärme- und Lichtstrahlen eine ganz vollkommene.

B. **Wärmeleitung in Kristallen.** Auch mit Beziehung auf die Wärmeleitung durch die Kristalle gibt es ebensoviele Klassen, wie mit Bezug auf deren Verhalten gegen das Licht oder in bezug auf die mechanische Elastizität. Neben isotropen, welche die Wärme in allen Richtungen gleich gut leiten, gibt es anisotrope, und unter diesen wieder

solche, bei welchen alle Richtungen senkrecht auf der Hauptachse gleich sind (einachsige), und solche, in denen man drei Achsen der (größten, kleinsten und mittleren) Wärmeleitungsfähigkeit unterscheiden kann. Selbstverständlich muß auch diese physikalische Eigenschaft der Kristalle sich den Gesetzen der Symmetrie fügen, wie wir sie in der geometrischen Kristallographie gefunden haben. Deshalb gilt Alles das, was wir über die Lage der Achsen der Indicatrix zu den Symmetrieelementen festgestellt haben, auch für die Achsen der Wärmeleitungsfähigkeit, welche demnach nicht mit jenem zusammen fallen müssen, wenn sie nicht beide gleichzeitig mit Symmetrieachsen des Kristalls identisch sind.

Von der verschiedenen Wärmeleitungsfähigkeit nach verschiedenen Richtungen in einem Spaltungsstückchen von Gips nach $\infty \grave{P} \infty$ {010} kann man sich durch zwei sehr einfache Versuche leicht überzeugen. Man durchbohrt das Plättchen und steckt es, nachdem es mit Elaidinsäure überzogen ist, auf einen rechtwinkelig gebogenen Silberdraht, so daß es auf dessen konisch zulaufender Spitze sitzen bleibt. Dann erhitzt man den Draht an dem anderen Ende, nachdem man denselben, um die strahlende Wärme abzuhalten, durch einen Schirm gezogen hat. Der Draht leitet die Wärme, teilt dieselbe dem umgebenden Gips mit und nach verhältnismäßig kurzer Zeit schmilzt die Elaidinsäure rings um den Draht herum bis zu einer bestimmten Grenze, längs welcher gleiche Temperatur — Schmelztemperatur des Elaidinsäure — vorhanden ist. Läßt man erkalten, so entsteht auf der Elaidinsäure an der Stelle, bis zu welcher sie geschmolzen war, ein erhöhter Wulst, und man sieht deutlich, daß die Kurve gleicher Temperatur eine Ellipse ist, daß also der Gips nach der einen Richtung die Wärme besser geleitet hat als nach einer anderen (Fig. 429) (Sénarmont). Andererseits kann man auch so verfahren, daß man das Gipsplättchen anhaucht; dann stellt man vertikal darauf eine an der Spitze erwärmte Nadel; hierdurch verdunstet die Feuchtigkeit auf der Gipsplatte, soweit sich dieselbe erwärmt, viel schneller. Streut man dann rasch etwas Lycopodium darauf und schüttelt wieder ab, so ist die Kurve ebenfalls fixiert, weil dieses Pulver nur an den feuchten Stellen haftet. Auch so erhält man eine gleiche Ellipse wie in dem vorigen Fall.

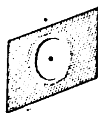


Fig. 429. Wärmeleitungskurve auf einem Gipsblättchen nach der Symmetrieebene.

Die Ausdehnung der Kristalle durch die Wärme wurde ja in dem Abschnitt über Deformation schon besprochen, und es erübrigt hier nur noch, zu erwähnen, daß durch die Erwärmung eines Kristalls ebenso wie seine mechanische Dichte, auch seine optische Dichte sich ändert und zwar in verschiedenwertigen Richtungen verschieden, derart, daß die Indicatrix eine ganz andere Gestalt bekommen kann. So kann ein einachsiger, optisch positiver Kristall durch Erwärmen negativ werden oder umgekehrt, und ähnlich können sich die Verhältnisse bei optisch zweiachsigen Kristallen ändern. Ein Beispiel hierfür liefert der Gips. Die optische Achsenebene ist bei gewöhnlicher Temperatur die Symmetrieebene, die Dispersion geneigt. Hat man nun eine Platte senkrecht zur I. Mittellinie (Halbierungslinie des spitzen Achsenwinkels)

und beobachtet das Achsenbild im homogenen Lichte, während man die Platte erwärmt, so sieht man, daß der Achsenwinkel immer kleiner wird. Bei einer gewissen Temperatur (116° C für rotes Licht) wird der Gips einachsig und bei weiterem Erwärmen wird er wieder zweiachsig, aber es steht dann die Achsenebene senkrecht zur Symmetrieebene, so daß zwei Achsen der Indicatrix jetzt ihrem Werte nach vertauscht sind, die II. Mittellinie ist zur Richtung für den mittleren Brechungsexponenten (mittlere Elastizität) geworden. Für andere Farben tritt die Einachsigkeit bei anderer Temperatur ein, und es bedarf wohl keiner Erläuterung, daß die Dispersion sich nach dem im Abschnitt 30, S. 203 Gesagten entsprechend verändert hat und auf der zur Symmetrieebene senkrechten Beobachtungsfläche horizontal geworden ist.

VII. Magnetische und elektrische Eigenschaften der Kristalle.

A. **Magnetische Eigenschaften der Kristalle.** Die Kristalle sind auch mit Bezug auf Magnetisierbarkeit in drei Klassen einzuteilen, welche mit den drei Klassen, die wir bis jetzt immer mit Bezug auf das physikalische Verhalten gefunden haben, übereinstimmen. Die regulären Kristalle sind in allen Richtungen gleich magnetisierbar, die optisch einachsigen Substanzen zeigen zwei verschiedene Extreme, ein Maximum und ein Minimum, welche senkrecht zu einander stehen, und alle Richtungen senkrecht zur Hauptachse sind gleichwertig. Bei den optisch zweiachsigen sind Maximum und Minimum ebenfalls senkrecht zu einander und auf ihnen normal steht eine Richtung der mittleren Magnetisierbarkeit usw.

Verschiedene Kristalle werden von einem Magneten in verschieden starker Weise angezogen. Insbesondere sind es die eisenreichen Kristalle, welche sehr stark von dem Magneten angezogen werden. Darauf gründet sich eine petrographische Trennungsmethode solcher verschieden zusammengesetzter Substanzen oder Kristalle mit dem Magneten.

Endlich gibt es Kristalle, welche leicht dauernden Magnetismus annehmen. Diese Annahme geschieht entweder künstlich oder spontan. Derart verhalten sich z. B. Magnetkies (FeS) und Magneteisen (Fe_3O_4). Ihr Magnetismus ist dann bald ein allgemeiner, bald ein polarer, so daß man einen Nord- und Südpol unterscheiden kann. Dies ist insbesondere bei derben Massen der Fall, welche lager- oder gangförmig auftreten und dann ihren Nordpol dem Südpol der Erde zukehren und umgekehrt. Aber auch bei den Kristallen des Magneteisens kommt zuweilen ein natürlicher polarer Magnetismus vor, so daß ein Oktaeder desselben an zwei entgegengesetzten vierkantigen Ecken entgegengesetzten Magnetismus zeigt, wie man sich mit Hilfe einer Magnetnadel leicht überzeugen kann.

Es darf als eine auffällige Tatsache nicht übergangen werden, daß der natürliche Magnetismus in der Regel nur bei solchem Magneteisen beobachtet wird, welches eine schwache Zersetzung in Eisenoxyd erfahren hat.

38. **Elektrische Eigenschaften der Kristalle.** Die Kristalle unterscheiden sich durch ihre Leitfähigkeit, und man kann deshalb bei ihnen auch von Leitern und Nichtleitern der Elektrizität reden. Erstere können elektrisch gemacht werden, behalten aber ihre Elektrizität nicht, während letztere die irgendwie, z. B. beim Reiben, erlangte Elektrizität behalten.

a) Unter den Leitern gibt es solche, welche, wenn man von zweien je ein Stäbchen zusammenlötet und die Lötstelle erwärmt, einen elektrischen Strom geben. Diese Eigenschaft, welche in hervorragendem Maße den Metallen zukommt, nennt man Thermoelektrizität. Die Metalle lassen sich so anordnen, daß das Nächste gegen das Vorhergehende immer positiv elektrisch wird, d. h. daß der Strom durch die erwärmte Stelle vom 1. zum 2., zum 3. usf. fortschreitet Je weiter zwei solche Metalle in der Reihe auseinander stehen, desto stärker wird der Strom. So erzeugen Wismut und Antimon einen sehr starken, durch die erwärmte Stelle vom Wismut zum Antimon gehenden Strom, und man bezeichnet danach das Wismut als thermoelektrisch negativ, das Antimon als positiv.

In sehr ausgeprägter Weise thermoelektrisch ist auch der Eisenkies (FeS_2). Aber seine Kristalle verhalten sich nicht alle gleich. Er kristallisiert ja vorzugsweise in Pentagondodekaedern. Diese sind bald wie in Fig. 430*a* parallel der Würfelkante, bald senkrecht dazu wie in Fig. 430*b* gestreift. Die ersteren verhalten sich meist thermoelektrisch positiv, die letzteren dagegen thermoelektrisch negativ, und zwar geben zwei derartige Kristalle miteinander einen stärkeren Strom als Wismut und Antimon. Es sind demnach die parallel der Würfelkante gestreiften Individuen noch positiv gegenüber dem Antimon und die senkrecht dazu gestreiften noch negativ gegenüber dem Wismut. Es muß aber besonders hervorgehoben werden, daß diese Stellung mit der geometrisch positiven und negativen Orientierung gar nichts zu tun hat, daß man also die Formen nicht als + und — $\left[\frac{\infty O2}{2}\right]$ {102} und {012} bezeichnen kann.

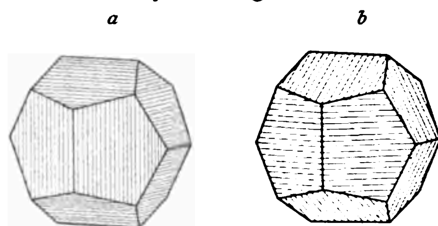


Fig. 430. Pyrit. Pyritoeder. *a* meist positiv, *b* meist negativ thermoelektrisch.

b) Alle Nichtleiter der Elektrizität unter den Kristallen sind durch Temperaturänderung elektrisch erregbar. Diese Elektrizität nennt man Pyroelektrizität. Bei vielen Kristallen ist das Auftreten positiver und negativer Elektrizität von der äußeren Form abhängig, ändert sich also, wenn man dem Kristall eine andere Form gibt. Bei anderen Kristallen dagegen ist das Auftreten positiver und negativer Elektrizität an bestimmte Richtungen im Kristall gebunden und unabhängig von der äußeren Form, so daß ein Bruchstück sich ebenso verhält wie der ganze Kristall. So verhalten sich alle Kristalle, welche polare Symmetrieachsen besitzen. Die Elektrizität tritt dann immer an den beiden Polen jener Symmetrieachsen mit entgegengesetztem

Vorzeichen auf und zwar kehrt sich das Verhältnis bei Temperatursteigerung bez. Temperaturverminderung um. Den Pol, an welchem bei Temperatursteigerung die positive Elektrizität auftritt, nennt man den analogen und den entgegengesetzten den antilogen Pol.

Es besteht nun aber ein Unterschied zwischen den Kristallen mit nur einer polaren Symmetrieachse und solchen in denen mehrere gleichwertige polare Symmetrieachsen vorhanden sind. Bei den ersteren genügt eine gleichmäßige Änderung der Temperatur zur Erzeugung von Elektrizität, bei den letzteren hingegen ist die ungleichmäßige Änderung der Temperatur erforderlich.

Zu der ersten Klasse gehören die hexagonalen und tetragonalen Kristalle mit polarer Hauptachse, die nach einer Symmetrieachse polaren rhombischen und die nach der Symmetrieachse polaren monoklinen, sowie endlich die triklin-hemiedrischen Kristalle.

Zu der zweiten Klasse hingegen sind die regulären Kristalle mit polaren Hauptsymmetrieachsen, die hexagonalen und tetragonalen Kristalle mit polaren Nebensymmetrieachsen zu rechnen.

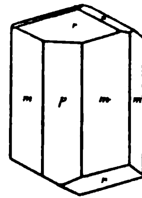


Fig. 431. Turmalin. Oben, wo das Rhomboeder r $\{10\bar{1}1\}$ mit dem trigonalen Prisma p $\{10\bar{1}0\}$ horizontale Kanten bildet, meist analoger Pol.

Bei beiden Klassen tritt die Pyroelektrizität in gleicher Weise in Erscheinung. Bei dem der ersten Klasse angehörigen Turmalin wurde sie zuerst beobachtet als man ihn auf glühende Kohlen legte und er Aschenteilchen abwechselnd anzog und abstieß (Aschenzieher!). Die Turmalinkristalle gehören der ditrigonal-pyramidalen Tetartoedrie an und haben meist den analogen Pol an der Seite, wo das vorherrschende trigonale Prisma $\{10\bar{1}0\}$ mit dem primären Rhomboeder $\{10\bar{1}1\}$ horizontale Kanten bildet.

Die einfachste Methode, die Art der Elektrizität und ihren Ort zu erkennen, ist die Bestäubungsmethode nach Kundt: Mennige und Schwefelblüte werden fein gepulvert, gut getrocknet und vorsichtig gemischt, dann durch ein feines Sieb auf den Kristall geschüttelt. Durch das Reiben am Sieb werden nun die Teilchen der Mennige positiv, die des Schwefels negativ elektrisch. Fällt dieses Pulver auf einen elektrisch erregten Kristall, dann haftet die positive Mennige an dem Pole mit der negativen, der Schwefel an dem mit der positiven Elektrizität. Jener sieht also rot, dieser gelb aus. Bei Beobachtung während der Temperatursteigerung wird demnach der analoge Pol gelb, der antiloge rot sein; bei Temperaturverminderung kehrt sich dieses Verhältnis um.

Erwärmt man nun einen Turmalin und bestäubt ihn während der Abkühlung, dann wird der analoge Pol sich durch rote, der antiloge durch gelbe Färbung auszeichnen. Ihm gleich verhält sich der rhombisch-hemimorph kristallisierende Struvit, dessen Aussehen nach der Bestäubung beim Abkühlen auf Taf. III, Fig. 9 dargestellt ist.

Der Quarz kristallisiert in der trapezoedrischen Tetartoedrie des hexagonalen Systems. Dort haben wir drei gleiche polare, zweizählige Symmetrieachsen. Erwärmt man den Quarz von der Ausbildung (Fig. 432), so tritt an diesen Achsen Elektrizität auf, und zwar an dem Pol, an

welchem die Trapezoederflächen liegen, positive, am anderen negative Elektrizität. Jenes ist also der analoge Pol. Gewöhnlich beobachtet man während des Abkühlens, und es tritt daher an dem analogen Pol (mit Trapezoederflächen) die negative, an dem antilogen Pol die positive Elektrizität auf. Bestäubt man also einen vorher erwärmten Quarz während der Abkühlung, so müssen diejenigen Prismenkanten, welche die Trapezoederflächen tragen, rot, die anderen gelb werden, wie der rechte Kristall Taf. III, Fig. 5*a* und *b* und der linke Taf. III, Fig. 6*a* u. *b* zeigen. — Die Fig. 5*b* und 6*b* auf Taf. III geben eine Darstellung sämtlicher Prismenkanten der zugehörigen Figuren *a*, indem man sich diese an den Kanten aufgeschnitten und abgewickelt denkt. — Wie man sieht, könnte man, wofern eine Fläche von $+R$ bekannt wäre, auch mit Hilfe dieser Bestäubungsmethode entscheiden, ob der Kristall die Polarisationsebene des Lichtes nach links oder rechts dreht. Im ersteren Fall müßte die durch Mennige rot gefärbte Kante zur Linken, im anderen Fall zur Rechten der positiven Rhomboederfläche auftreten. Aus diesen Betrachtungen ergibt sich aber auch das Verhalten von Quarzzwillingen. Hat man solche von regelmäßiger Ausbildung nach dem Schweizer oder Brasilianer Gesetz (Fig. 433), so strecken dieselben ja, wie wir schon auf S. 96 gesehen haben, entweder alle Kanten mit oder die ohne Trapezoederflächen nach außen. Es würde sich also ein Zwilling von der Ausbildung Fig. 433*a* verhalten, wie in Fig. 7 auf Tafel III dargestellt, d. h. er würde, da er alle Kanten mit Trapezoederflächen nach außen kehrt, an allen Kanten durch Mennige rot werden, d. h. den analogen Pol haben. Dies ergibt sich auch aus der zu Fig. 433*a* zugehörigen Projektion Fig. 434 (vergl. S. 96), wo die beim Erkalten an den verschiedenen Polen auftretende Elektrizität durch

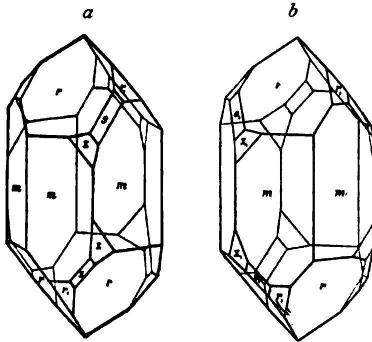


Fig. 432. *a* Rechtsquarz, *b* Linksquarz. Analoger Pol an den Kanten *m m*, an denen die Trapezoederflächen *x* liegen.

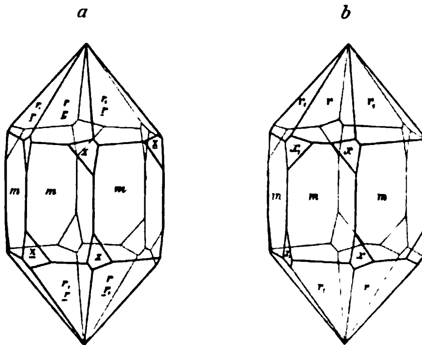


Fig. 433. Quarzzwillinge. *a* Zweier Rechten nach dem Schweizer Gesetz. *b* Eines Linken und eines Rechten nach dem Brasilianer Gesetz. An jeder Kante *m* : *m* analoger Pol.

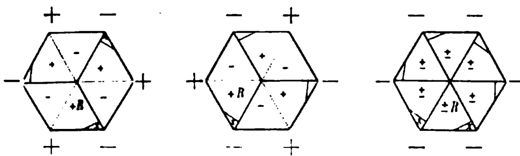


Fig. 434. Quarz. Zwilling nach dem Schweizer Gesetz Projektion auf die Basis, das Auftreten positiver und negativer Elektrizität während des Abkühlens zeigend.

die Zeichen + und — gekennzeichnet ist. Aus Fig. 435 ersieht man, daß sich ein Brasilianer Zwilling genau ebenso verhält. Würde ein solcher Zwilling alle diejenigen Kanten nach außen strecken, welche

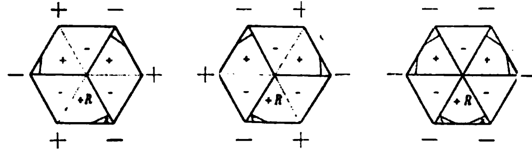


Fig. 435. Quarz. Zwilling nach dem Brasilianer Gesetz. Projektion auf die Basis, das Auftreten positiver und negativer Elektrizität zeigend.

keine Trapezoederfläche tragen, also die antilogen Pole, so müßten beim Bestäuben während des Erkaltens alle Kanten durch Schwefel gelb werden. Meist nun sind allerdings die Zwillinge durchaus unregelmäßig, ja sogar höchst kompliziert, und es wechseln dann in unregelmäßiger Folge, überall da, wo analoge und antiloge Pole nebeneinander liegen, Mennige und Schwefel miteinander ab, so daß eine Prismenfläche mit ganz unregelmäßigen gelben und roten Zeichnungen bedeckt ist.

Analog wie der Quarz verhält sich z. B. auch der Borazit. Auf Taf. III, Fig. 8 ist ein Borazitkristall ($Mg_7 Cl_2 O_{30} B_{16}$) abgebildet. Der Borazit kristallisiert in der tetraedrischen Hemiedrie des regulären Kristallsystems, und dort haben wir vier trigonale Achsen von polarer Ausbildung. Wie die Figur zeigt, erscheint an den Enden dieser die inneren Diagonalen des Würfels bildenden Achsen polare Elektrizität. Die Würfelecken sind nach dem Bestäuben abwechselnd gelb und rot geworden.

Beziehungen zwischen den physikalischen Eigenschaften des Kristalls und seiner chemischen Zusammensetzung.

1. Morphotropie.

Der Kristall ist charakterisiert, wie in der ersten Abteilung dieses Buches gezeigt worden ist, durch Gestalt und Volumen. Die Gestalt ist in erster Linie bedingt durch die Symmetrieklasse, welcher der Kristall angehört, und jeder Körper kann nur in einer einzigen Symmetrieklasse kristallisieren. Sie ist ferner bedingt durch die Winkel, welche — wie das Gesetz von der Konstanz der Kantenwinkel lehrt — bei gleichbleibendem Druck und gleichbleibender Temperatur Konstanten des betreffenden Körpers darstellen. Jene Winkel ergeben aber zugleich ein relatives Maß für das Volumen eines Körpers, insofern aus ihnen das Achsenvenhältnis bez. die Koordinatenwinkel berechnet werden. Auch das Achsenverhältnis und die Koordinatenwinkel und demnach auch das Volumen eines Körpers stellen danach bei gleichem Druck und gleicher Temperatur Konstanten des Körpers dar. Somit kehren wir zu einem schon vor langer Zeit von Hauy dem Sinne nach ausgesprochenen Satze zurück, wenn wir sagen: jeder chemisch definierte Körper kristallisiert nur in einer einzigen Symmetrieklasse und hat bei einer bestimmten Temperatur und einem bestimmten Druck konstante Winkel und konstantes Volumen, ebenso wie er auch ein bestimmtes Molekulargewicht und eine bestimmte chemische Struktur besitzt.

Daraus ergibt sich, daß chemisch irgendwie verschiedene Körper sich unterscheiden müssen durch verschiedene Gestalt und verschiedenes Volumen. Wenn sie zufälligerweise bei einer bestimmten Temperatur genau gleich wären, so könnten wir dieses Verhältnis ändern durch Änderung der Temperatur oder des Druckes. Es ist aber auch einleuchtend, daß sich die Kristalle im allgemeinen um so mehr unterscheiden müssen, je unähnlicher sie in chemischer Beziehung sind, und daß sie umgekehrt umso ähnlicher an Gestalt und Volumen sein werden, je mehr Ähnlichkeit

sie in chemischer Hinsicht haben. Dies zeigt sich am deutlichsten, wenn man die Kristalle komplizierterer, chemischer Moleküle betrachtet, in denen einzelne Atome oder Atomgruppen gegen andere ausgetauscht sind. Stehen sich die vertauschten Atome oder Atomgruppen in chemischer Hinsicht nahe, so sind die an Gestalt und Volumen eintretenden Änderungen gering und umgekehrt. Sie sind um so geringer, je kleiner das Gewicht jener vertauschten Atome und Atomgruppen im Verhältnis zum Gesamtgewicht des Moleküls ist, und werden umso größer, je kleiner der gleichbleibende Rest des ursprünglichen Moleküls ist. So z. B. ist die Änderung klein, wenn wir in dem Molekül des schwefesauren Kaliums das Kalium durch Rubidium oder dieses durch Caesium ersetzen. Sie wird größer, wenn wir an Stelle des Kaliums Natrium einführen. Diese Änderungen sind aber noch relativ groß gegenüber jenen, welche wir hervorbringen an den Kristallen des Kalium-Magnesiumsulfates, wenn wir hier das Kalium durch Rubidium oder Caesium ersetzen. Im ersten Falle ist nämlich das Atomgewicht des Kaliums bez. Rubidiums oder Caesiums groß gegenüber dem Molekulargewicht der betreffenden Sulfate, im letzteren Falle dagegen ist das Atomgewicht jener einwertigen Elemente klein gegenüber dem Gewicht des Gesamtmoleküls. So bleibt in manchen Fällen die Symmetrieklasse erhalten, in anderen wird auch diese geändert. Oft ändern sich nur die Winkel in einer einzigen Zone oder wenigstens nur in dieser Zone wesentlich und in andern Fällen finden starke und allgemeine Änderungen der Winkel statt. Diese Erscheinung, d. h. also die Änderung, welche an den Winkeln, an Gestalt und Volumen eintritt, wenn wir einen Körper teilweise chemisch ändern, bezeichnet man als **Morphotropie**. Die Erfahrungen, die man in dieser Hinsicht gemacht hat, stehen in Einklang mit den heutigen Anschauungen der Chemie, welche den Molekülen eine bestimmte Struktur und eine bestimmte Größe zuschreibt, und welche zeigen, daß der Austritt oder Austausch von Atomen und Atomgruppen nur an bestimmten Stellen des offenbar anisotropen, d. h. also bestimmt gestalteten und gebauten Moleküls stattfindet. Einige morphotrope Reihen, welche wir hierunter zusammenstellen, werden das Gesagte am besten erläutern.

Tabelle I.

Morphotropische Beziehungen zwischen Salzen verwandter Elemente.

Chemischer Bestand	Rhombisch $a:c,\ b=1$
$KClO_4$	0,7815 : 0,64025
$RbClO_4$	0,7967 : 0,6441
$CsClO_4$	0,8173 : 0,6488
$AmClO_4$	0,7932 : 0,6404
$TlClO_4$	0,7978 : 0,6449

Tabelle II.

Morphotropische Beziehungen zwischen verwandten Oxyden.

Cr_2O_3	hexagonal rhombo-edrisch	$a:c=$	1 : 1,368
Al_2O_3			1 : 1,364
Fe_2O_3			1 : 1,359

Tabelle III.

Morphotropische Beziehungen zwischen anorganischen Verbindungen der Formel $\overset{II}{R}\overset{III}{R}_2O_4$.

Ersatz von Al durch Fe und Mn; und Ersatz von Be durch H_2.

		$a : b : c$
Chrysoberyll $BeAl_2O_4$	rhombisch	0,5800 : 1 : 0,4700
Diaspor $H_2Al_2O_4$	rhombisch	0,6038 : 1 : 0,4686
Goethit $H_2Fe_2O_4$	rhombisch	0,6008 : 1 : 0,4582
Manganit $H_2Mn_2O_4$	rhombisch	0,5447 : 1 : 0,4220

Tabelle IV.

Morphotropische Beziehungen zwischen anorganischen Salzen mit hohem Molekulargewicht.

Kristallsystem hexagonal. Länge der Achse c, wenn überall $a = 1$. Man vergleiche Horizontal- und Vertikalspalten je für sich und untereinander.

$\overset{II}{R} =$	Zn	Cd	Mg	Mn	Co	Ni	Cu
$\overset{II}{R}SiFl_6 \cdot 6H_2O$	0,5173	—	0,5174	0,5043	0,5210	0,5136	0,5395
$\overset{II}{R}SnFl_6 \cdot 6H_2O$	0,5191	0,5207	0,5207	0,5161	—	0,5144	—
$\overset{II}{R}SnCl_6 \cdot 6H_2O$	—	—	0,5083	0,5194	0,5103	0,5048	—
$\overset{II}{R}TiFl_6 \cdot 6H_2O$	0,5136	—	0,5083	0,5157	—	—	—
$\overset{II}{R}ZrFl_6 \cdot 6H_2O$	0,5178	—	—	—	—	0,5185	—
$\overset{II}{R}PtCl_6 \cdot 6H_2O$	0,569	0,5235	0,5169	0,5310	0,5140	0,5162	0,5219
$\overset{II}{R}PtBr_6 \cdot 6H_2O$	—	—	—	—	—	0,5136	—
$\overset{II}{R}PtJ_6 \cdot 6H_2O$	—	—	—	—	—	0,5186	—

Tabelle V.

Morphotropische Beziehungen bei organischen Körpern.

Substitution von H durch Cl, Br, NO_2	Kristall-system	Prismenwinkel $(110):(1\bar{1}0) =$
Benzol . . . . C_6H_6	rhombisch	83° 30'
Dichlorbenzol . . $C_6H_4Cl_2$	monoklin	81° 20'
Tetrachlorbenzol . $C_6H_2Cl_4$	monoklin	83° 43'
Dinitrophenol . . $C_6H_3 \cdot OH(NO_2)_2$ . .	rhombisch	74° 0'
Dinitrobromphenol $C_6H_2 \cdot Br \cdot OH(NO_2)_2$	monoklin	73° 30'

Tabelle VI.

Morphotropische Beziehungen bei organischen Körpern.

Ersatz von Wasserstoffatomen durch die Gruppen CH_3, NO_2, C_6H_5.

Name	Konstitution	Schm.-Punkt	Krist.-Syst.	$a:b:c$	β	Vergleichbare Winkelwerte in den Vertikalspalten untereinander (* berechnete Werte)							
						(001) : ($\bar{1}$02)	(001) : (102)	(001) : ($\bar{1}$11)	($\bar{1}$11) : ($\bar{1}\bar{1}$1)	(001) : (111)	(111) : (1$\bar{1}$1)	(001) : (011)	(111) : (011)
1-Phenyl-3-Methylpyrazolon	$N \cdot C_6H_5$ N CO $CH_3 \cdot C$ — CH_2	127° C	Monoklin	0,92865 : 1 : 1,4167	85° 10′	39° 5′	35° 32′	*67° 13′	*77° 44′	61° 28′	73° 26′	54° 57′	40° 11′
1-Phenyl-3, 4-Dimethylpyrazolon	$N \cdot C_6H_5$ N CO $CH_3 \cdot C$ — $CH \cdot CH_3$	120° C	Monoklin	1,109 : 1 : 1,45185	82° 59′	*35° 14′	*31° 1′	*66° 36′	*85° 56′	*59° 7′	*79° 12′	55° 14′	*35° 17′
1-Phenyl-3-Methyl-4-Dymethylpyrazolon	$N \cdot C_6H_5$ N CO $CH_3 \cdot C$ — $C(CH_3)_2$	56° C	Monoklin	1,8263 : 1 : 1,3588	78° 36′	001 : $\bar{1}$01 40° 32′	*001 : 101 33° 51′	*001 : $\bar{2}$11 70° 21′	*$\bar{2}$11 : $\bar{2}\bar{1}$1 78° 50′	*001 : 211 56° 46′	*211 : 2$\bar{1}$1 68° 40′	53° 1′	—
1-Phenyl-3-Methyl-4-Nitropyrazolon	$N \cdot C_6H_5$ N CO $CH_3 \cdot C$ — $CH \cdot NO_2$	258° C	Monoklin	1,8367 : 1 : 2,74887	75° 40′	*001 : $\bar{1}$02 41° 40′	*001 : 102 31° 27′	*001 : $\bar{2}$12 72° 16′	*$\bar{2}$12 : $\bar{2}\bar{1}$2 80° 14′	*001 : 212 55° 10′	*212 : 2$\bar{1}$2 67° 26′	*001 : 012 53° 6′	*212 : 012 38° 6′
1-Phenyl-3-Methyl-4-Benzylidenpyrazolon	$N \cdot C_6H_5$ N CO $CH_3 \cdot C$ — $C \cdot CH \cdot C_6H_5$	106°—107° C	Monoklin	0,68642 : 1 : 1,4308	82° 34′	*001 : $\bar{1}$03 36° 7′	*001 : 103 32° 18′	001 : $\bar{3}$22 67° 29′	—	001 : 322 59° 11′	—	001 : 011 54° 48′	—

2. Homöomorphismus.

Unbeschadet dessen, was im vorhergehenden Kapitel über die kristallographische Verschiedenheit chemisch irgendwie verschiedener Moleküle gesagt worden ist, gibt es doch auch Fälle, in denen Kristalle von chemisch gänzlich verschiedenen Körpern eine große Ähnlichkeit hinsichtlich Gestalt und Volumen besitzen (Homöomorphismus), so daß man vielfach versucht hat, das Vorhandensein von chemischen Beziehungen an ihnen zu erkennen. Dies ist aber bis jetzt nicht gelungen. Ganz ausgezeichnete Beispiele hierfür haben wir an Kalkspat und Natronsalpeter einerseits, Aragonit und Kalisalpeter andererseits, wie wir sie in nachstehender Tabelle zusammengestellt haben.

Tabelle VII.

Morphotropische Beziehungen zwischen ganz unähnlichen Körpern. Homöomorphismus.

Beide spalten nach dem Rhomboeder und haben die gleiche Gleitfläche — $\frac{1}{2} R$ $\{02\bar{2}1\}$.

		Rhomboederwinkel
Calcit . . . . $CaCO_3$ . .	hexagonal rhomboedrisch	74° 55′
Natronsalpeter . $NaNO_3$ . .	hexagonal rhomboedrisch	73° 27′

Tabelle VIII.

Morphotropische Beziehungen zwischen ganz unähnlichen Körpern. Homöomorphismus.

Beide zeigen gleiche Spaltbarkeit nach {010} und {110} und bilden die gleichen Zwillinge und Drillinge nach {110}.

		$a:b:c$
Aragonit . . . $CaCO_3$ . .	rhombisch	0,6224 : 1 : 0,7205
Kalisalpeter . . KNO_3 . .	rhombisch	0,591 : 1 : 0,701

3. Isomorphismus.

Sind chemisch ähnliche Körper auch ähnlich an Gestalt und Volumen der Kristalle, dann bezeichnet man sie als **isomorph.** Diese Bezeichnung ist deswegen gewählt worden, weil man ehemals glaubte, die Winkel solcher Kristalle wären vollkommen gleich. Bald aber stellte es sich heraus, daß solche isomorphe Körper zwar derselben Symmetrieklasse angehören, aber daß ihre Winkel keineswegs gleich, sondern nur sehr ähnlich sind. Sie haben demnach also auch ein sehr ähnliches Achsenverhältnis und gewöhnlich auch sonst ähnliche kristallographische Eigenschaften. Indem man nun diejenigen Körper, welche bei ähnlicher chemischer Zusammensetzung ähnliche Kristallform besitzen in Reihen zusammenstellt, spricht man von isomorphen Reihen, deren wir nachstehend einige wiedergeben.

Tabelle IX.

Isomorphe Reihe, angeordnet nach steigendem Molekulargewicht.

Name	Chemische Zusammensetzung	Kristallsystem	Rhomboederwinkel	Spezifisches Gewicht
Magnesit	$MgCO_3$	Hexagonal rhomboedrisch	72° 31′	3,04
Mesitinspat . . .	$(Mg, Fe)CO_3$		72° 46′	3,37
Kalkspat	$CaCO_3$		74° 55′	2,715
Manganspat . . .	$MnCO_3$		73° 9′	3,61
Eisenspat	$FeCO_3$		73° 0′	3,80
Kobaltspat	$CoCO_3$		?	4,07
Zinkspat	$ZnCO_3$		72° 20′	4,44

Tabelle X.

Isomorphe Reihe, angeordnet nach steigendem Molekulargewicht.

Chemische Zusammensetzung	Molekulargewicht	Rhombisch sphenoid. hem. $a:b:c$	Spezifisches Gewicht	Optischer Achsenwinkel $2\,V_D$
$MgSO_4 + 7H_2O$	246,4	0,9901 : 1 : 0,5709	1,694	51° 25′
$MgCrO_4 + 7H_2O$	266,5	0,9901 : 1 : 0,5735	1,695	75° 28′
$NiSO_4 + 7H_2O$	280,8	0,9815 : 1 : 0,5656	1,982	41° 56′
$ZnSO_4 + 7H_2O$	287,5	0,9804 : 1 : 0,5631	2,008	46° 14′

Tabelle XI.

Isomorphe Reihe, angeordnet nach steigendem Molekulargewicht.

Chemische Zusammensetzung	Molekulargewicht	Monoklin $a:b:c =$	$\sphericalangle \beta$
$(NH_4)_2Mg(SO_4)_2 + 6H_2O$	360,5	0,7376 : 1 : 0,4891	107° 6′
$K_2Mg(SO_4)_2 + 6H_2O$	402,8	0,7420 : 1 : 0,5003	104° 55′
$K_2Fe(SO_4)_2 + 6H_2O$	434,3	0,7512 : 1 : 0,5111	104° 16′
$K_2Ni(SO_4)_2 + 6H_2O$	437,1	0,7374 : 1 : 0,4965	105° 3′
$K_2Co(SO_4)_2 + 6H_2O$	437,4	0,7327 : 1 : 0,4705	104° 43′
$K_2Cu(SO_4)_2 + 6H_2O$	442,0	0,7701 : 1 : 0,4932	108° 4′
$K_2Zn(SO_4)_2 + 6H_2O$	443,8	0,7446 : 1 : 0,5098	105° 27′
$Tl_2Mg(SO_4)_2 + 6H_2O$	528,5	0,7422 : 1 : 0,5002	105° 52′

Tabelle XII.

Isomorphe Reihe, angeordnet nach steigendem Molekulargewicht.

Name	Chemische Zusammensetzung	Molekulargewicht	Hexagon. Pyramid.-hemiedr. Achse c	Härte	Spaltbarkeit	Spezifisches Gewicht
Apatit . . .	$(PO_4)_3ClCa_5$	626,9	0,7346	5	oP	3,17—3,23
Pyromorphit .	$(PO_4)_3ClPb_5$	1461,3	0,7362	$3\frac{1}{2}$—4	—	6,5—7,1
Vanadinit . .	$(VO_4)_3ClPb_5$	1636,0	0,7122	$2\frac{3}{4}$—3	—	6,66—7,23
Mimetesit . .	$(AsO_4)_3ClPb_5$	1765,0	0,7276	$3\frac{1}{2}$	—	7,0—7,25

4. Eutropie.

Tabelle XIII.

Periodisches System der Elemente nach Mendelejew.

A	I.	*Li*	7,03	*K*	39,15	*Rb*	85,5	*Cs*	132,9	—	—	—	—
	II.	*Be*	9,1	*Ca*	40,1	*Sr*	87,6	*Ba*	137,4	—	—	*Ra*	225,0
	III.	*B*	11,0	*Sc*	44,1	*Y*	89,0	*La*	138,9	*Yb*	173,0	—	—
	IV.	*C*	12,0	*Ti*	48,1	*Zr*	90,6	*Ce*	140,25	—	—	*Th*	232,5
	V.	*N*	14,01	*V*	51,2	*Nb*	94,0	—	—	*Ta*	181,0	—	—
	VI.	*O*	16,0	*Cr*	52,1	*Mo*	96,0	—	(seltene Erden)	*W*	184,0	*U*	238,5
	VII.	*Fl*	19,0	*Mn*	55,0	—	—	—		—	—	—	—
				Fe	55,9	*Ru*	101,7			*Os*	191,0		
	VIII.	—	—	*Ni*	58,7	*Rh*	103,0	—	—	*Ir*	193,0	—	—
				Co	59,0	*Pd*	106,5			*Pt*	194,8		
B	I.	*Na*	23,05	*Cu*	63,6	*Ag*	107,93	—	—	*Au*	197,2	—	—
	II.	*Mg*	24,36	*Zn*	65,4	*Cd*	112,4	—	—	*Hg*	200,0	—	—
	III.	*Al*	27,1	*Ga*	70,0	*In*	115,0	—	—	*Tl*	204,1	—	—
	IV.	*Si*	28,4	*Ge*	72,5	*Sn*	119,0	—	—	*Pb*	206,9	—	—
	V.	*P*	31,0	*As*	75,0	*Sb*	120,2	—	—	*Bi*	208,0	—	—
	VI.	*S*	32,06	*Se*	79,2	*Te*	127,6	—	—	—	—	—	—
	VII.	*Cl*	35,45	*Br*	79,96	*J*	126,97	—	—	—	—	—	—

Verwandt sind die in einer Horizontalreihe stehenden Elemente.

Stellt man in einer isomorphen Reihe nur Elemente zusammen, welche einer Verwandtschaftsreihe des natürlichen (periodischen) Systems der Elemente angehören oder aber die Verbindungen dieser Elemente mit einem gleichbleibenden Molekülrest, dann ist die Änderung der Eigenschaften dieser Kristalle eine streng gesetzmäßige, insofern als die Kristalle in bezug auf alle Eigenschaften die gleiche Reihe bilden, wie in bezug auf das Molekulargewicht. Die Zahlenwerte für diese Eigenschaften können entweder mit dem Molekulargewicht steigen oder mit steigendem Molekulargewicht fallen. Das Volumen nimmt erfahrungsgemäß mit steigendem Molekulargewicht in diesen Reihen stets zu. Diese strenge Gesetzmäßigkeit bei solchen Verwandtschaftsreihen hat man als katamere Eutropie oder Eutropie kurzweg bezeichnet. (κατὰ μέρος der Reihe nach, εὐτροπή die regelmäßige Änderung). Man kann also eutropische Kristalle nach einer beliebigen Eigenschaft, also z. B. nach der Länge einer Achse oder nach dem Winkel β bei monoklinen oder nach der Härte oder nach dem spezifischen Gewicht oder nach dem Schmelzpunkt oder nach irgend einer anderen Eigenschaft ordnen, dann sind sie auch geordnet nach dem Molekulargewicht oder nach einer beliebigen anderen chemischen oder kristallographischen Eigenschaft. Beispiele sind in folgenden Tabellen zusammengestellt.

Tabelle XIV.

Eutropische Reihe *As*, *Sb*, *Bi* in ihrer metallischen Modifikation.

	Atom-gew.	Kristall-system	*a* : *c*	Spez. Gew.	Schmelz-punkt	Ver-dampfungs-temperatur	Oxydier-barkeit a. d. Luft	Farbe
As	75,0	Hexag. rhomb.	1 : 1,4025	5,727	bei Normaldruck unschmelzbar	449°—450°	leicht	grau
Sb	120,2		1 : 1,3236	6,71	440° C	1500°—1700°	schwer	grauweiß
Bi	208,0		1 : 1,3035	9,76	268,3° C	1700°	am schwer-sten	rötlich-silberweiß

Tabelle XV.

Eutropische Beziehungen der Chlor-, Brom- und Jodsalze des Kaliums, Rubidiums und Caesiums.

	Cl	*Br*	*J*
Die Molekulargewichte.			
K . . .	74,6	119,1	166,0
Rb . . .	120,9	165,4	212,3
Cs . . .	168,5	213,0	259,9
Spezifische Gewichte.			
K . . .	1,990	2,751	3,131
Rb . . .	2,806	3,36	3,56
Cs . . .	3,99	4,45	4,54
Löslichkeit bei ca. 15° C in 100 Teilen Wasser.			
K . . .	32,66	61,03	137,9
Rb . . .	93,0	104,8	149
Cs . . .	179,7	106,2	67,6
n_D. Brechungsexponenten für *Na*-Licht.			
K . . .	1,4897	1,5596	1,6674
Rb . . .	1,4936	1,5528	1,6474
Cs . . .	1,6418	1,6984	1,7876
Dispersion F—C.			
K . . .	0,0111	0,0168	0,0286
Rb . . .	0,0113	0,0163	0,0275
Cs . . .	0,0146	0,0202	0,0330

Tabelle XVI.

Eutropische Reihe der regulären Chloride des Calciums, Strontiums und Baryums.

Chem. Bestand	Molekular-Gewicht	Spez. Gewicht	Spez. Wärme	Atom-Wärme	Schmelzpunkt	100 Teile H_2O lösen bei			Lösungswärme bei 18° C in Kalorien	Thermochemische Verhältniszahlen[1])	Elektromagnet. Drehung der Polarisationsebene	
						10°	60°	100°			Spezifische Drehung	Molekulare Drehung
$CaCl_2$	111,0	2,216	0,194	21,53	806,4° C	60,0	129	154	+ 17 410	170,2	1,510	9,295
$SrCl_2$	158,5	3,035	0,1194	19,00	832,0° C	48,3	83,1	101,9	+ 11 140	184,6	1,097	9,617
$BaCl_2$	208,3	3,844	0,08957	18,63	921,8° C	33,3	46,4	58,8	+ 2 070	194,2	0,942	10,879

1) Die Zahlen geben an, wieviel Kalorien zur Bildung des Moleküls nötig sind.

Tabelle XVII.

Eutropische Reihe der regulär-tetartoedrischen Nitrate des *Ca*, *Sr* und *Ba* mit dem isomorphen Bleisalz, das nicht in die Reihe paßt.

Chemischer Bestand	Molekular-Gewicht	Spez. Gewicht	Beständigkeit an der Luft	Löslichkeit in H_2O: 100 Teile H_2O lösen bei			Schmelzpunkt	Spezifische Wärme	Molekularwärme	Wärmetönung beim Auflösen in H_2O pro Molekül des Salzes in Kalorien	Brechungsexponent für Natriumlicht
				0° C	40° C	100° C					
$Ca(NO_3)_2$	164,1	2,240	zerfließlich	93,1	?	351,2	—	—	—	—	—
$Sr(NO_3)_2$	211,6	2,704	beständig	39,5	91,3	101,2	645° C	0,181	38,28	— 4620	1,5667
$Ba(NO_3)_2$	261,4	3,245	beständig	5,2	14,2	32,2	593° C	0,145	37,84	— 9400	1,5717
$Pb(NO_3)_2$	330,9	4,476	beständig	38,7	75,2	138,9	—	0,110	36,41	— 7600	1,7820

Tabelle XVIII.

Eutropische Reihe der Karbonate des Calciums, Strontiums und Baryums mit dem isomorphen Bleikarbonat, das nicht in die Reihe paßt.

Namen der natürlich vor-kommenden Mineralien	Chemische Zusammen-setzung	Achsen-verhältnis	Molekular-gewicht	Härte a. (001) (Speckstein = 1)	Spezifisches Gewicht	Löslichkeit. 1 Teil löst sich in n Teilen H_2O; n =	Schmelz-punkt	Spezifische Wärme	Molekulare Wärme	Brechungsexponenten				Optische Achsenebene	Opt. Achsenwinkel 2 Ea für rot	
										Licht-art	α	β	γ		Temp.	2 Ea
Aragonit .	$CaCO_3$	0,6228 : 1 : 0,7207	100,1	55	2,95	995 000	—	0,1966 bis 0,2018	19,66 bis 20,18	Na	1,5300	1,6816	1,6860	$\infty\bar{P}\infty$	95,5° C	30° 24'
Strontianit	$SrCO_3$	0,6090 : 1 : 0,7239	147,6	14,6	3,74	100 000	226°	0,1445	21,31	Na	1,515	1,516	1,667	$\infty\bar{P}\infty$	95,5° C	11° 32'
Witherit .	$BaCO_3$	0,5949 : 1 : 0,7413	197,4	9	4,32	400 000	795°	0,1078	21,34	Na	1,53013	1,68157	1,86589	$\infty\breve{P}\infty$	95,5° C	26° 30'
Cerussit .	$PbCO_3$	0,6102 : 1 : 0,7230	266,9	8,6	6,60	—	zers. sich b 300°	0,0814	21,73	D	1,80368	2,07628	2,07803	$\infty\breve{P}\infty$	95,5° C	22° 2'

5. Polymorphismus.

Aus den Erörterungen bei der Morphotropie haben wir schon ersehen, daß auch Körper, die nur durch die Bauweise (Struktur) oder die Größe des Moleküls sich voneinander unterscheiden, die also stöchiometrisch die gleiche Zusammensetzung besitzen und demnach als isomere oder polymere zu bezeichnen sind, sich nach Gestalt und Volumen oder in kristallographischer Hinsicht überhaupt unterscheiden müssen. Von diesen Körpern, die also bei stöchiometrisch gleicher Zusammensetzung ein verschiedenes kristallographisches Verhalten zeigen, sagt man, sie seien polymorph oder heteromorph. Man hat früher und wohl auch heute noch vielfach von polymorphen oder heteromorphen Modifikationen eines Körpers gesprochen, und doch müßte man streng genommen jede Modifikation als einen besonderen Körper bezeichnen, denn vermutlich sind solche polymorphen Modifikationen nur gleich in bezug auf die stöchiometrische Zusammensetzung, aber nicht in bezug auf Größe oder Bauweise des Moleküls. Dies wird am besten ersichtlich, wenn wir die Körper der orga-

nischen Chemie betrachten, bei denen man das Wort Polymorphismus kaum kennt, weil man dort zumeist in der Lage ist, die Isomerie oder Polymerie zweier stöchiometrisch gleich zusammengesetzter Körper nachzuweisen. Nicht so einfach liegt die Sache bei anorganischen Körpern, wo man bis jetzt nur in der Minderzahl der Fälle auch eine Verschiedenheit in den chemischen Eigenschaften hat nachweisen können. Es ist aber zu vermuten, daß es hier nicht anders ist als bei den organischen Körpern. Dies lehren schon die wenigen bekannten Beispiele. So kann man aus Graphit durch Oxydation Graphitsäure machen, die man aus Diamant nicht direkt herstellen kann; so färbt sich der Aragonit beim Kochen mit Kobaltsolution violett, der Kalkspat nicht. Diese und andere Beispiele sind aus den nachstehenden Tabellen ersichtlich.

Den Polymorphismus der Elemente hat man als Allotropie bezeichnet, weil man glaubte, darin den Grund für den Polymorphismus der Verbindungen gefunden zu haben. Diese Ansicht ist aber als irrig erwiesen und es ist somit der Begriff Allotropie aufzugeben.

Kennt man von einem Stoff zwei Modifikationen, so hat man von Dimorphismus, bei drei bekannten von Trimorphismus usw. gesprochen. Heute ist es durch unsere wissenschaftlichen Anschauungen und Erfahrungen zur Wahrscheinlichkeit geworden, daß die Zahl der möglichen Modifikationen eines Stoffes in sehr weiten Grenzen liegt. Von diesen vielen möglichen Modifikationen ist allerdings unter den uns bekannten Bedingungen meist nur eine beschränkte Anzahl existenzfähig.

Tabelle XIX.

Polymorphismus des Kohlenstoffs.

	Kristall-system	Spez. Gew.	Härte nach Mohs	Verhalten gegen das Licht	Verh. gegen Elektr.	Oxydation
Graphit . .	Hexagonal	2,25	$^1/_2$—1	Undurchsichtig, bleigrau, metallglänzend	Leiter	Verbrennt schwer. Mit $KClO_3 + HNO_3$ zu Graphitsäure oxydierbar
Diamant . .	Reg. tetraedr.	3,52	10	Durchsichtig, farblos, Diamantglanz	Nichtleiter	Verbrennt leicht. Nicht zu Graphitsäure oxydierbar

Tabelle XX.

Polymorphismus von Phosphor, Arsen, Antimon und Wismut in den Reihen von oben nach unten. Eutropie dieser Elemente in den Reihen von links nach rechts.

Modifikation	P_{I}	As_{I}	Sb_{I}	Bi_{I}
Kristallsystem	regulär	regulär	regulär	noch nicht dargestellt
Farbe	gelblichweiß durchsichtig	gelbdurchsichtig	gelb-durchsichtig	
Spez. Gewicht	$D = 1{,}83$	?	?	
Name	weißer Phosphor	gelbes Arsen	gelbes Antimon	
Isotrope Phase	flüssig bei 44,5°	unbekannt	unbekannt	
Modifikation	P_{II}	As_{II}	Sb_{II}	Bi_{II}
Kristallsystem	monoklin	monoklin	monoklin	noch nicht dargestellt
Farbe	braunrot bis schokoladefarben durchsichtig	schwarz; in dünnen Schichten braun durchscheinend	schwarz	
Spez. Gewicht	$D = 2{,}34$	$D = 4{,}71$	$D = 5{,}3$	
Name	roter Phosphor	graues Arsen, Arsenspiegel, Arsenolamprit	schwarzes Antimon, Antimonspiegel	
Isotrope Phase	fest, hellroter Phosphor mit $D = 2{,}16$	fest, braunes Arsen mit $D = 3{,}71$	unbekannt	
Modifikation	P_{III}	As_{III}	Sb_{III}	Bi_{III}
Kristallsystem	noch nicht dargestellt	rhomboedrisch	rhomboedrisch	rhomboedrisch
Farbe		grau, metallisch	grauweiß, metallisch	rötlich-silberweiß, metallisch
Spez. Gewicht		$D = 5{,}727$	$D = 6{,}71$	$D = 9{,}76$
Name		metallisches Arsen, Scherbenkobalt	metallisches Antimon	metallisches Wismut

Tabelle XXI.

Polymorphismus des Titandioxyds TiO_2.

	Kristall-system	Spez. Gew.	Härte (nach Mohs)	Brechungsexp. für *Na*-Licht	Charakter der Doppelbrech.
Anatas	tetragonal $a:c = 1:0,7108$	3,84	$5\frac{1}{2}-6$	$o = 2,568$ $e = 2,489$	negativ
Brookit	rhombisch	4,06	$5\frac{1}{2}$—6	$\beta = 2,586$	positiv
Rutil	tetragonal $a:c = 1:0,6440$	4,24	6—$6\frac{1}{2}$	$o = 2,616$ $e = 2,903$	positiv

Tabelle XXII.

Polymorphismus des Calciumkarbonats $CaCO_3$.

	Kristallsystem	Spez. Gew.	Härte (nach Mohs)	Chem. Verhalten beim Kochen mit Kobaltsolution.
Kalkspat	hexagon. rhomb.	2,72	3	erst weiß, später blau
Aragonit	rhombisch	2,95	4	nach einmaligem Aufkochen violett.

Tabelle XXIII.

Polymorphismus des Aluminiumsilikats Al_2SiO_5.

	Kristallsystem	Spez.Gew.	Härte (nach Mohs)	Mittlerer Brechungsexp. f. *Na*-Licht
Cyanit	triklin	3,60	5 und 7 in versch. Richt.	$\beta = 1,7219$
Sillimanit	rhombisch $a:b:c = 0,97:1:0,70$	3,24	6—7	$\beta = 1,660$
Andalusit	rhombisch $a:b:c = 0,986:1:0,70$	3,18	über 7	$\beta = 1,639$

6. Isopolymorphismus.

Wenn man einerseits die Kristalle ordnen kann in isomorphe oder eutropische Reihen und andererseits für jedes Glied dieser Reihe die Möglichkeit besteht in polymorphen Modifikationen aufzutreten, so ist es einleuchtend, daß es zu jeder isomorphen Reihe eine zweite oder dritte usw. isomorphe Reihe geben kann, deren Glieder die gleiche stöchiometrische Zusammensetzung besitzen wie die erste Reihe. Man hat in solchen Fällen von Isopolymorphismus im allgemeinen, von Isodimorphismus, Isotrimorphismus usw. im besonderen gesprochen.

Gerade diese Erkenntnis ist von der größten Wichtigkeit bei einem Vergleich zwischen chemisch verschiedenen aber ähnlichen Körpern, denn es ist klar, daß man einen solchen Vergleich nur herbeiführen darf innerhalb der in eine Reihe gehörigen Glieder, und das ist besonders deswegen zu beachten, weil einzelne Körper nur in der ersten Reihe, andere nur in der zweiten bzw. dritten auftreten. Die Tabelle XX vorhergehenden Abschnitts gibt ein treffliches Beispiel einer solchen isopolymorphen Reihe des Phosphor-Arsen-Antimon-Wismut. Man ersieht daraus, welchen Fehler man machen würde, wenn man, wie es geschehen ist, den roten oder gar weißen Phosphor mit dem metallischen Arsen vergliche. Eine andere isodimorphe Reihe findet sich in nachstehender Tabelle XXIV.

Tabelle XXIV.

Isodimorphe Reihe.

	Name	Chemische Zusammensetzung	Name	
Regulär pentag.-hemiedr.	Pyrit	$Fe\ S_2$	Markasit	Rhombisch.
	—	$Fe\ As\ S$	Arsenkies	
	Arsennickelkies	$Ni\ As\ S$	—	
	Glanzkobalt	$(Co,\ Fe)\ As\ S$	—	
	—	$(Ni,\ Fe)\ (As,\ S,\ Sb)_2$	Wolfachit	
	—	$Fe\ As_2$	Löllingit	
	Speiskobalt	$(Co,\ Ni,\ Fe)\ As_2$	—	

7. Kristallvolumen.

Unter dem Volumen der Kristalle oder dem Kristallvolumen (KV) versteht man den Inhalt einer Pyramide, welche die drei Koordinatenachsen allseitig im primären Abstand schneidet. Der Inhalt einer solchen Pyramide kann berechnet werden aus dem Achsenverhältnis und den Koordinatenwinkeln eines Kristalls.

Es ist

im regulären	System	$a = b = c$	und	$\alpha = \beta = \gamma = 90^0$;
„ tetragonalen	„	$a = b \lessgtr c$	„	$\alpha = \beta = \gamma = 90^0$;
„ hexagonalen	„	$a = b \lessgtr c$	„	$\alpha = \beta = 90^0$; $\gamma = 60^0$;
„ rhombischen	„	$a \lessgtr b \lessgtr c$	„	$\alpha = \beta = \gamma = 90^0$;
„ monoklinen	„	$a \lessgtr b \lessgtr c$	„	$\alpha = \gamma = 90$; $\beta \lessgtr 90^0$;
„ triklinen	„	$a \lessgtr b \lessgtr c$	„	$\alpha \lessgtr \beta \lessgtr \gamma$.

Daraus ergeben sich für den Inhalt jener Doppelpyramiden, also für das Kristallvolumen folgende Werte, welche der Bequemlichkeit halber mit zwei multipliziert sind:

Reguläres System:	$KV = 1$;	$a = b = c = 1$.
Tetragonales System:	$KV = a^2$;	$c = 1$.
	$= c$;	$a = 1$.
Hexagonales System:	$KV = {}^1/_2\, a^2 \sqrt{3}$;	$c = 1$.
	$= {}^1/_2\, c \sqrt{3}$;	$a = 1$.
Rhombisches System:	$KV = a \cdot c$;	$b = 1$.
	$= a \cdot b$;	$c = 1$.
	$= b \cdot c$;	$a = 1$.

Monoklines System: $KV = a \cdot c \cdot \sin \beta;$ $b = 1.$
$= a \cdot b \cdot \sin \beta;$ $c = 1.$
$= b \cdot c \cdot \sin \beta;$ $a = 1.$

Triklines System:

$$KV = 2\,ac \sqrt{\sin s \cdot \sin (s-\alpha) \cdot \sin (s-\beta) \cdot \sin (s-\gamma)}; \qquad b = 1.$$
$$= 2\,ab \sqrt{\sin s \cdot \sin (s-\alpha) \cdot \sin (s-\beta) \cdot \sin (s-\gamma)}; \qquad c = 1.$$
$$= 2\,bc \sqrt{\sin s \cdot \sin (s-\alpha) \cdot \sin (s-\beta) \cdot \sin (s-\gamma)}; \qquad a = 1.$$

Die beim hexagonalen und triklinen System auftretenden rationalen Faktoren $^1/_2$ und 2 sind natürlich überflüssig, wenn es sich um den Vergleich gleichartig kristallisierender Substanzen handelt; doch dürfen sie nicht vernachlässigt werden, wenn man Substanzen in Betracht zieht, die verschiedenen Systemen angehören, da man sonst Kristallvolumina vergleicht, die sich nicht entsprechen. (s bedeutet die halbe Summe $\alpha + \beta + \gamma$).

Das Kristallvolumen KV ist natürlich nur ein relativer Wert, weil die Achsenlängen nur Verhältniszahlen sind, aber es ist selbstverständlich unabhängig von der absoluten Größen des Kristalls. Es ist auch insofern unabhängig von der Form, aus welcher wir das Achsenverhältnis berechnet haben, als ja nach dem Gesetz von der Rationalität der Indices bei Anwendung verschiedener Formen höchstens ein Kristallvolumen sich ergeben kann, das zu dem aus einer anderen Form berechneten in einfachem rationalen Verhältnis steht. Die Kristallvolumina sind bei den Kristallen verschiedener Körper nicht ohne weiteres vergleichbar, weil wir ja bei jedem kristallisierten Körper eine neue Größe (z. B. $b = 1$) als Einheit wählen und wir somit jedesmal eben nur ein Verhältnis feststellen. Wenn wir demnach bei allen Kristallen des regulären Systems $KV = 1$ setzen, so heißt das nicht, daß diese Kristallvolumina gleich seien. Welche Achsen wir bei Vergleichen der Kristalle mehrerer Körper jeweils als Einheit wählen, ist nicht immer gleichgültig und wir werden bei der Anwendung des Kristallvolumens sehen, wie die Auswahl zu treffen ist. Ebenso ist es nicht gleichgültig, welche Kristallkanten bei schiefwinkligen Achsensystemen, also im monoklinen und triklinen System, zu Koordinatenachsen gewählt werden, aber auch hier werden wir bei späterer Anwendung des Kristallvolumens Anhaltspunkte finden, welche zumeist eine richtige Auswahl der Achsen gestatten.

8. Beziehungen polymorpher Körper untereinander.

Wie schon hervorgehoben wurde, kann man heute mit ziemlicher Sicherheit annehmen, daß kristallographisch verschiedene Modifikationen eines Körpers abgesehen von der gleichen stöchiometrischen Zusammensetzung auch chemisch verschieden sind. Diese chemische Verschiedenheit kann bedingt sein in der Größe des Moleküls, indem das eine nur ein vielfaches des anderen ist, oder sie kann bedingt sein in der Bauweise des Moleküls, derart, daß die einzelnen Atome oder Atomgruppen in dem Gesamtmolekül eine verschiedene Stellung besitzen, d. h. also: die polymorphen Körper können entweder im Verhältnis der Polymerie oder der Isomerie stehen. Wäre man heute schon in der Lage diese Unterscheidung immer zu treffen, so könnte man die polymorphen Körper in zwei Gruppen teilen. In der

organischen Chemie ist es fast durchweg möglich und deswegen findet man auch dort den Begriff Polymorphismus nur selten angewendet. Dagegen sind unsere diesbezüglichen Kenntnisse in der anorganischen Chemie nur außerordentlich mangelhaft. Neben solchen heteromorphen Modifikationen eines Körpers, die man durch chemische Reaktionen relativ leicht von einander unterscheiden kann, gibt es andere, bei denen eine Unterscheidung noch gar nicht gelungen ist. Zu den ersteren gehören z. B. Graphit und Diamant (C), von denen sich jener mit chlorsaurem Kali und Salpetersäure leicht zu Graphitsäure oxydieren läßt, dieser dagegen nicht; hierher gehören auch Kalkspat und Aragonit ($CaCO_3$), von denen der letztere beim Kochen mit Kobaltnitrat sich violett färbt, was bei ersterem nicht der Fall ist. Zu den chemisch schwer oder gar nicht unterscheidbaren Modifikationen gehören z. B. Pyrit und Markasit von der Zusammensetzung FeS_2 oder Anatas, Brookit, Rutil, die drei Modifikationen der Titansäure.

Die Ursachen der schweren Unterscheidbarkeit heteromorpher Modifikationen anorganischer Körper mögen wesentlich darin begründet sein, daß zumeist heftige Reaktionen, hohe Temperaturen, starke Säuren oder Basen angewendet werden müssen, um sie in andere Verbindungen überzuführen und dabei entstehen dann immer nur die gleichen Produkte der Zerstörung oder des Aufbaus.

Hat man mehrere kristallisierte Modifikationen A, B, C eines Körpers, so lassen sich diese gewöhnlich in einander überführen, zwar nicht immer so, daß sich A in B und C oder C in B und A umwandelt, sondern die Umwandlung geschieht oft nur in einer Richtung. Im letzteren Falle bezeichnet man diese Modifikationen als monotrop. Wenn der Vorgang der Umwandlung dagegen reversibel ist, nennt man sie enantiotrop.

Bei monotropen Modifikationen ist die bei der höchsten Temperatur beständige die überhaupt beständigste und die anderen Modifikationen befinden sich in metastabilem Gleichgewicht oder sie wandeln sich in die beständige um. Es ist nur häufig die Umwandlungsgeschwindigkeit eine so geringe, daß wir die Umwandlung nicht wahrnehmen können. Eine bestimmte Umwandlungstemperatur läßt sich sonach bei monotropen Modifikationen nicht bestimmen. Anders ist es bei enantiotropen Modifikationen. Hier besteht ein ganz bestimmter Umwandlungspunkt, oberhalb dessen nur die eine Modifikation beständig ist. Es läßt sich hier somit die Umwandlungstemperatur bestimmen.

Tabelle XXV.

Die monotropen Modifikationen des Phosphors, Arsens, Antimons und Wismuts. Aus dem Dampf entsteht immer I und dieses wandelt sich zumeist spontan in II, dieses soweit bekannt in III um. Erwärmen beschleunigt den Vorgang. Spez. Gew. III > II > I.

monotrop ↓	reg.	P_I	As_I	Sb_I	Bi_I	noch nicht dargestellt
	monokl.	P_{II}	As_{II}	Sb_{II}	Bi_{II}	noch nicht dargestellt
	hex. rhomb.	P_{III} noch nicht dargestellt	As_{III}	Sb_{III}	Bi_{III}	

Tabelle XXVI.

Die monotropen Modifikationen des Titandioxyds.
Umwandlung beim Erwärmen in der Pfeilrichtung.

TiO_2	Anatas	Spez. Gew. 3,84	↓	monotrop.
	Brookit	„ „ 4,06		
	Rutil	„ „ 4,24		

Tabelle XXVII.

Die monotropen Modifikationen des kohlensauren Kalkes.
Umwandlung beim Erwärmen auf ca. 400° in der Pfeilrichtung.

$CaCO_3$	Aragonit	Spez. Gew. 2,95	↓	monotrop
	Kalkspat	„ „ 2,72		

Tabelle XXVIII.

Enantiotrope Modifikationen des Schwefels.
Aus dem Schmelzfluß entsteht die monokline Modifikation, die sich beim Abkühlen unter 97,6° spontan in die rhombische umwandelt.

		Spez. Gew.			Umwandlungspunkt
Schwefel	rhombisch	2,06	↓↑	enantiotrop	97,6° C
	monoklin	1,96			

Tabelle XXIX.

Enantiotrope Modifikationen des Ammoniumnitrats.
Aus dem Schmelzfluß entsteht die reguläre Modifikation; diese wandelt sich beim Abkühlen spontan der Reihe nach in die anderen um. Bei Temperatursteigerung von Zimmertemperatur ab, vollzieht sich der Prozeß in umgekehrter Richtung.

				Umwandlungspunkt ca.
NH_4NO_3	regulär	↓↑	enantiotrop	
				} 125° C
	hexagonal-rhomb.			
				} 85°
	rhombisch II			
				} 35°
	rhombisch I			

Tabelle XXX.

Enantiotrope Modifikationen des Leucit.
Aus dem Schmelzfluß kristallisiert er regulär und wandelt sich bei der Abkühlung spontan in die rhombische Modifikation um. Bei Temperatursteigerung ist der Vorgang reversibel.

				Umwandlungspunkt
Leucit $KAlSi_2O_6$	regulär	↓↑	enantiotrop	ca. 600°
	rhombisch			

Die Umwandlung geschieht unter Energieabgabe oder unter Energieaufnahme und wird eingeleitet durch Zuführung oder Wegführung von Energie. Die stabile Modifikation ist stets diejenige, welche bei einer

gegebenen Temperatur den geringsten Energieinhalt und den geringsten Dampfdruck hat. Haben wir von einem Körper drei Modifikationen, eine isotrope *Fl* und zwei anisotrope K_1 und K_2, so sind inbezug auf Dampfdruck und Temperatur zwei Möglichkeiten vorhanden: In den nebenstehenden Figuren sind für die drei Modifikationen die Dampfdruckkurven bei steigender Temperatur eingetragen. In der ersten Fig. 436 liegt der Schnittpunkt (Umwandlungspunkt) der Modifikationen K_1 und K_2 über der Dampfdruckkurve für die isotrope Phase (Flüssigkeit) *Fl.* Daraus lassen sich folgende Schlüsse ziehen: Die Modifikation K_2 hat bei gewöhnlicher Temperatur den geringsten Dampfdruck, ist also die stabilste Phase; K_1 ist metastabil und wandelt sich in K_2 unter Wärmeabgabe um. Bei gewöhnlicher Temperatur kann die Umwandlungsgeschwindigkeit sehr gering, sogar praktisch = 0 sein. Durch Impfung mit K_1 kann man die Umwandlung einleiten, durch Temperatursteigerung oder Katalysatoren kann man die Umwandlungsgeschwindigkeit steigern. Dieser Vorgang kann nicht umkehrbar sein, denn ehe man den Umwandlungspunkt von K_2 in K_1 erreicht (Schnittpunkt der Kurven K_1 und K_2), über welchem der Dampfdruck für K_1 geringer wird, geht der Körper in die isotrope Phase über, d. h. er schmilzt. Es sind also in diesem Falle die beiden anisotropen Modifikationen K_1 und K_2 monotrop. Bei der Kristallisation aus dem Schmelzfluß entsteht zunächst immer die metastabile Modifikation K_1. Bei der Fig. 437 hingegen liegt der Schnittpunkt der Dampfdruckkurven von K_1 und K_2 unterhalb der Dampfdruckkurve für die isotrope Modifikation *Fl* und daraus folgt, daß es eine Temperatur (Umwandlungspunkt) gibt, bei der K_1 und K_2 im Gleichgewicht sind. Unterhalb des Schnittpunktes ist K_2, oberhalb desselben ist K_1 die stabile Modifikation. Bei tieferen Temperaturen wird sich also K_1 in K_2 umwandeln, bei höheren dagegen K_2 in K_1. Der Vorgang ist demnach reversibel, die Modifikationen sind enantiotrop. Aus dem Gesagten und aus den Gesetzen der

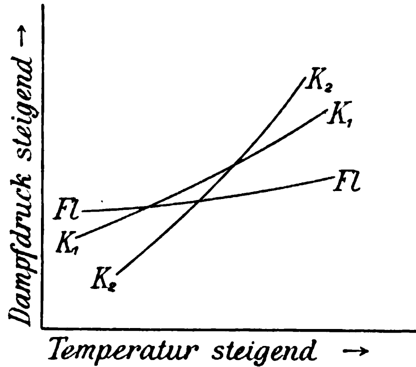


Fig. 436. Dampfdruckkurven bei steigender Temperatur für die kristallisierten Modifikationen. K_1 und K_2 eines Körpers und seiner Flüssigkeit *Fl.* K_1 und K_2 sind monotrop, ihr Schnittpunkt über *Fl* gelegen.

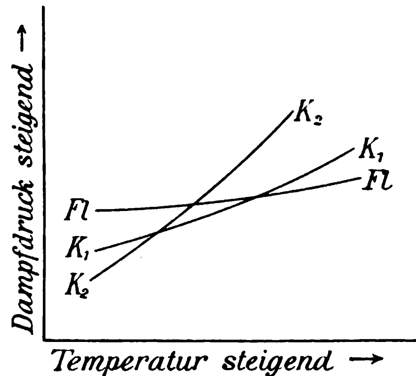


Fig. 437. Dampfdruckkurve bei steigender Temperatur für die kristallisierten Modifikationen K_1 und K_2 eines Körpers und seiner Flüssigkeit *Fl.* K_1 und K_2 sind enantiotrop, ihr Schnittpunkt unterhalb *Fl* gelegen.

Thermodynamik ergibt sich auch, daß bei monotropen Modifikationen sich die Umwandlung stets unter Wärmeproduktion vollzieht, daß dagegen bei enantiotropen Modifikationen sich die bei höherer Temperatur beständige in die bei tieferer Temperatur beständige unter Wärmeproduktion, die bei tieferer Temperatur stabile in die bei höherer stabile unter Wärmeabsorption umwandelt.

Bei manchen polymorphen Körpern existieren mehrere isotrope Modifikationen. Dies ist wiederum in der organischen Chemie eine sehr gewöhnliche Erscheinung, dagegen ist sie wieder ungewöhnlich bei den anorganischen Körpern. Aber sie ist auch hier bekannt. So z. B. beim Schwefel, wo es mehrere isotrop-flüssige Modifikationen gibt. Diese gehören vielleicht nach ihrer chemischen Struktur oder Molekulargröße bestimmten anisotropen Phasen zu, wie z. B. möglicherweise der geschmolzene Phosphor zum regulären, der hellrote amorphe Phosphor zum monoklin kristallisierenden zu rechnen ist. Sie würden sich dann von den kristallisierten Modifikationen nur durch die ungeordnete Stellung der Moleküle unterscheiden.

Zwischen heteromorphen Modifikationen eines Körpers bestehen ebenso wie zwischen chemisch verwandten Substanzen enge morphotropische Beziehungen. Sie besitzen noch größere oder geringere Winkelähnlichkeiten und verwachsen gern in gesetzmäßiger Weise miteinander, so daß es in der Regel nicht allzuschwer ist, für die Kristalle verschiedener Modifikationen eine vergleichbare Aufstellung und Auswahl der Koordinatenachsen auch bei schiefwinkeligen Achsensystemen zu finden. So ist z. B. der Prismenwinkel des Aragonits nahezu 120° und durch die bei ihm vorkommende Drillingsbildung nähert er sich in seinen Symmetrieverhältnissen noch mehr dem hexagonalen Kalkspat. So kennt man von dem Eisenkies und dem Markassit eine gesetzmäßige Verwachsung derart, daß die Basis und eine Prismenfläche des letzteren mit zwei Würfelflächen des Pyrits parallel gehen, und von Augit kommen Verwandlungen in Hornblende vor, bei denen die Symmetrieachsen sowohl als die Vertikalachse dieselben bleiben.

Tabelle XXXI.

Morphotropische Beziehungen polymorpher Körper.

$CaCO_3$	Kristallsystem	Prismenwinkel
Calcit	hexagonal rhomb.	63° 44′
Aragonit	rhombisch	60° 0′

Tabelle XXXII.

Morphotropische Beziehungen zwischen polymorphen Körpern.

Al_2SiO_5	Kristallsystem	Prismenwinkel
Andalusit	rhombisch	89° 12′
Sillimanit	rhombisch	88° 13′
Disthen	triklin	82° 35′

Hat man für polymorphe Modifikationen eine vergleichbare Aufstellung gewählt, dann bestehen zwischen ihnen sehr einfache Beziehungen in bezug auf das Kristallvolumen und das spezifische Gewicht. Multipliziert man nämlich das Kristallvolumen der verschiedenen Modifikationen mit dem zugehörigen spezifischen Gewicht, so stehen die erhaltenen Produkte zueinander in einfachem rationalen Verhältnis. Diese einfachen empirisch gefundenen Beziehungen erkennt man leicht aus den nachfolgenden Tabellen.

Man kann es demnach auch herbeiführen, daß man stets die gleichen Produkte erhält, wofern man die Volumina durch eine rationale Zahl dividiert oder mit ihr multipliziert. Kennt man von irgend einer Modifikation eines Körpers das Kristallvolumen, von einer andern Kristallvolumen und spezifisches Gewicht, so kann man bis zu einem gewissen Grade das spezifische Gewicht der ersteren Modifikation vorhersagen. Diese Tatsachen werden verständlich, wenn man bedenkt, daß bei einer Isomerie die Masse des Moleküls die gleiche bleibt und nur das Volumen sich ändert und daß bei Polymerie die Massen in einem rationalen Verhältnis bleiben und nur das Volumen sich nach einem irrationalen Werte ändert. Die Änderung der Volumina findet ihren Ausdruck in der Änderung des Achsenverhältnisses und des spezifischen Gewichtes.

Tabelle XXXIII.

FeS_2	Kristall-system	Achsenverhältnis $a:b:c$	$KV = b \cdot c$	Spez. Gew. D	$KV \cdot D$	Ver-hältnis
Markasit . .	rhombisch	1 : 1,3118 : 1,5964	2,094	4,86	10,18	2 (1,996)
Pyrit . . .	regulär	1	1	5,10	5,10	1

Tabelle XXXIV.

Sb_2O_3	Kristall-system	Achsenverhältnis $a:b:c$	$KV = b \cdot c$	Spez. Gew. D	$KV \cdot D$	Ver-hältnis
Senarmontit .	regulär	1	1	5,25	5,25	1
Antimonblüte	rhombisch	1 : 2,5478 : 3,6026	9,179	5,72	52,50	10

Tabelle XXXV.

SiO_2	Kristall-system	Achsenverhältnis $a:b:c$	KV	Spez. Gew. D	$KV \cdot D$	Ver-hältnis
Tridymit . .	rhombisch	1 : 1,7206 : 1,8995	5,180	2,30	7,517	4 (3,96)
Quarz . . .	hexag. trapez. tetart.	$a:c$ 0,90918 : 1	0,7159	2,653	1,899	1

Tabelle XXXVI.

TiO_2	Kristall-system	Achsenverhältnis $a:b:c$	KV	Spez. Gew. D	$KV \cdot D$	Ver-hältnis
Anatas . . .	tetragonal	1 : 0,71084	0,71084	3,84	2,7296	1
Brookit . . .	rhombisch	0,5941 : 1 : 1,1222	0,6667	4,065	2,7101	1 (0,993)
Rutil . . .	tetragonal	1 : 0,6440	0,6440	4,239	2,730	1 (1,00)

Tabelle XXXVII.

$CaCO_3$	Kristall-system	Achsenverhältnis $a:b:c$	KV	Spez. Gew.	$KV \cdot D$	Ver-hältnis
Calcit . . .	hexag. rhomb	1 : 0,8543	0,7399	2,713	2,0072	3 (3,032)
Aragonit . .	rhombisch	0,6228 : 1 : 0,7207	0,4489	2,95	1,324	2

Tabelle XXXVIII.

Al_2SiO_5	Kristall-system	Achsenverhältnis $a:b:c$	KV	Spez. Gew. D	$KV \cdot D$	Ver-hältnis
Cyanit . . .	triklin	0,9164 : 1 : 0,7100, $\alpha = 90^0 5^1/_2{}'$, $\beta = 101^0 2'$, $\gamma = 105^0 44^1/_2{}'$	0,6138	3,603	2,211	1
Sillimanit . .	rhombisch	0,9696 : 1 : 0,7046	0,6835	3,235	2,211	1
Andalusit . .	rhombisch	0,9856 : 1 : 0,7020	0,6919	3,18	2,230	1 (1,009)

9. Beziehungen eutropischer Kristalle.

Die Glieder einer eutropischen Reihe sind, wie schon oben hervorgehoben wurde, in ihren Winkeln zwar ähnlich aber niemals gleich. Dasselbe gilt demnach in bezug auf das Achsenverhältnis und bei schiefwinkeligen Achsensystemen auch in bezug auf die Koordinatenwinkel. Natürlich müssen eutropische Kristalle stets so aufgestellt werden, daß die Zonenachsen analoger Zonen parallel stehen. Auch ist zu bedenken, daß die Koordinatenwinkel keineswegs bei allen Gliedern einer Reihe alle spitz oder alle stumpf zu sein brauchen, vielmehr kann jeder dieser Winkel — wofern er nach der Symmetrie überhaupt veränderlich sein kann — für das erste Glied spitz sein und beträchtlich von 90⁰ abweichen, für das zweite Glied kann er sich 90⁰ nähern, für das dritte und vierte stumpf werden. Wenn die Aufstellung richtig gewählt ist, muß, wie wir schon früher gesehen haben, bei jeder Achse, bei jedem Koordinatenwinkel, bei jeder physikalischen oder chemischen Eigenschaft von einem Glied zum andern stets eine Änderung der betreffenden Größe in der Weise erfolgen, daß sie mit steigendem Molekulargewicht des betreffenden Körpers bei allen Gliedern entweder abnimmt oder bei allen Gliedern zunimmt. Nur dann sind die betreffenden Kristalle eutropisch.

Zwischen den eutropischen Kristallen besteht eine interessante empirisch gefundene Beziehung. Bezeichnet man mit D das spezifische Gewicht, mit M das Molekulargewicht und mit KV, wie oben angegeben, das Kristallvolumen, so stehen die Quotienten $Q = \frac{KV \cdot D}{M}$ einer eutropischen Reihe in rationalem Verhältnis zueinander. Die Verhältniszahlen sind sogenannte harmonische Zahlen und stellen gewöhnlich eine arithmetische Reihe dar. Sie sind um so kleiner, je kleiner der sich gleich bleibende Molekülrest in den verschiedenen Gliedern der Reihe ist, also im allgemeinen am kleinsten bei den Elementen. Bei ihnen kommt z. B. die arithmetische Reihe 5, 6, 7, 8 vor. Die Zahlen steigern sich z. B. bei den Sulfaten der Kaliumgruppe auf 7, 8, 9, bei den Doppelsulfaten von der Formel $\overset{I}{R}_2\overset{II}{R}S_2O_8 \cdot 6H_2O$ auf 33, 34, 35. Diese Tatsachen sind einleuchtend, wenn man bedenkt, daß der morphotropische Einfluß bei dem Ersatz eines Atoms durch ein anderes um so geringer sein muß, je größer im Verhältnis zu jenem Atom das Molekül ist, in dem dieser Ersatz stattfindet. Einige hierunter angeführte Beispiele mögen das Gesetz erläutern.

Tabelle XXXIX.

	Hexag. rhomb. $a:c$	KV	Spez. Gew.[1] D	Molekulargewicht M	$\frac{KV \cdot D}{M}$	Verhältniszahlen
Arsen . . .	0,71336 : 1	0,5089	5,727	75,0	0,003886	7
Antimon . .	0,7552 : 1	0,5708	6,80	120,2	0,003229	6 (5,998)
Wismuth . .	0,76712 : 1	0,5884	9,80	208,0	0,002773	5 (5,0)

Tabelle XL.

$R_2Mg(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$.

Salze und Mol.-Gew.	Achsenverhältnis und Winkel β	KV	D	$KV \cdot D$	$\frac{KV \cdot D}{M}$	Verhältniszahlen
K 402,9	$a:b:c$ 0,7413 : 1 : 0,4993 $\beta = 75°\ 12'$	0,35784	2,028	0,7257	0,0018012	36
Rb 495,4	$a:b:c$ 0,7400 : 1 : 0,4975 $\beta = 74°\ 1'$	0,35391	2,382	0,8430	0,0017017	34 (34,01)
Cs 590,6	$a:b:c$ 0,7279 : 1 : 0,4946 $\beta = 72°\ 54'$	0,34410	2,670	0,9187	0,001556	31 (31,09)

1) Die höchsten bis jetzt bekannten Gewichte (Kraffts Lehrbuch der Chemie, 1896).

Tabelle XLI.

Chemischer Bestand	Regulär $KV =$	Spez. Gew. D	$D \cdot KV$	Molekulargewicht M	$Q = \frac{D \cdot KV}{M}$	Verhältniszahlen	
$Ca(NO_3)_2$ . .	1	2,644	2,644	164,08	0,016116	8	40
$Sr(NO_3)_2$ . .	1	2,9857	2,9857	211,68	0,014104	7	35
$Ba(NO_3)_2$.	1	3,2435	3,2435	261,48	0,012404	5	30 (30,78)
$Pb(N_3O_3)_2$.	1	4,5453	4,5453	330,98	0,013733		34 (34,08)

Tabelle XLII.

Chemische Zusammensetzung	rhombisch $a : b : c$	$KV = a \cdot b \cdot c$	Spez. Gewicht D	Molek.-Gewicht M	$\frac{KV \cdot D}{M}$	Verhältniszahlen	
K_2SO_4 . .	0,5727 : 1 : 0,7418	0,4248	2,666	174,4	0,00 6496	9	27
Rb_2SO_4 . .	0,5723 : 1 : 0,7485	0,4284	3,615	267,1	0,00 5798	8	24(24,101)
Cs_2SO_4 . .	0,5712 : 1 : 0,7531	0,4302	4,246	361,9	0,00 5048	7	21(20,980)
Am_2SO_4 . .	0,5635 : 1 : 0,7319	0,4124	1,772	132,1	0,00 5530		23(22,987)

Tabelle XLIII.

Name	Chemische Zusammensetzung	rhombisch $a : b : c$	$KV = a \cdot b \cdot c$	Spez. Gew. D	Mol.-Gew. M	$\frac{KV \cdot D}{M}$	Verhältniszahlen	
Aragonit. .	$CaCO_3$	1 : 1,6056 : 1,1572	1,858	2,95	100,1	0,054757	12	24
Strontianit .	$SrCO_3$	1 : 1,6420 : 1,1886	1,9518	3,714	147,6	0,049112	11	22(22,063)
Witherit. .	$BaCO_3$	1 : 1,6810 : 1,2461	2,0946	4,32	197,4	0,045840	10	20(20,092)
Cerussit . .	$PbCO_3$	1 : 1,6388 : 1,1848	1,9417	6,60	266,9	0,048017		21(21,045)

Wenn man nach der Ursache dieser merkwürdigen Beziehungen fragt, so müssen wir uns vergegenwärtigen, daß die Quotienten gleich werden müßten, wenn wir das wirkliche Volumen des Kristallmoleküls messen könnten (weil das Produkt aus dem Volumen des Moleküls und dem spez. Gew. auf Wasserstoff als Einheit bezogen gleich dem Molekulargewicht ist). Dies ist aber bis heute nicht möglich. Da wir nun in dem Kristallvolumen KV nur einen relativen Wert für jeden einzelnen Körper haben, der zunächst mit dem KV des anderen Körpers nicht vergleichbar ist, weil wir bei jedem Körper einen neuen Wert (eine Achse = 1) als Einheit setzen, so bleibt die merkwürdige Tatsache nur darauf beschränkt, daß das Kristallvolumen des ersten Körpers = 1 gesetzt, das des zweiten, dritten usw. um einen rationalen Bruchteil vergrößert werden muß, um mit dem ersten äquivalent zu sein. Vergrößert man also z. B. bei den Sulfaten der Kaliumreihe das Kristallvolumen des Rubidiumsulfats um $^1/_8$, das des Caesiumsulfats um $^2/_7$

und berechnet nun die Quotienten, wie oben angegeben, so werden sie gleich. Jene äquivalenten Kristallvolumina, die zu dieser letzteren Berechnung gedient haben, tragen also mit Bezug auf das Volumen der Moleküle die gleiche Bedeutung an sich wie das Molekulargewicht in bezug auf die Masse, und es hat sich bis jetzt gezeigt, daß in einer eutropischen Reihe stets auch mit steigendem Molekulargewicht das absolute Volumen des Moleküls zunimmt.

Es ist schon gesagt worden, „im allgemeinen“ bilden die Verhältniszahlen der Quotienten eine arithmetische Reihe, in selteneren Fällen tritt es jedoch ein, daß das Endglied einer Reihe sich in der Verhältniszahl nicht um den gleichen Betrag von dem vorhergehenden Gliede unterscheidet, wie dieses von seinem Vorgänger, sondern um das Doppelte. Die Ursache dieser Erscheinung ist noch nicht ermittelt. Bilden die Quotienten aber eine arithmetische Reihe, so ist es klar, daß man bei vollständiger Kenntnis der Größen KV, D, M bei zwei Gliedern einer Reihe, von dem dritten und vierten Glied eine dieser Größen berechnen kann.

10. Beziehungen isomorpher Kristalle.

Es liegt nahe, die isomorphen Kristalle mit den eutropischen in bezug auf ihren Quotienten Q zu vergleichen. Dies ist auch für eine Anzahl von isomorphen Reihen bereits geschehen, und es scheint sich bis jetzt aus den Untersuchungen zu ergeben, daß auch die Quotienten isomorpher Körper zueinander, beziehungsweise zu denjenigen der betreffenden eutropischen Reihe, in rationalem Verhältnis stehen, jedoch nicht so, daß die Verhältnisse eine arithmetische Reihe bilden und keinenfalls so, daß sich die Verhältniszahl dort einreiht, wohin der Körper nach seinem Molekulargewicht zu stehen käme. Sollten sich diese Beobachtungen fernerhin bestätigen, so wäre damit ein einwandfreies Kriterium für den Isomorphismus gefunden, dessen wir heute noch ermangeln. (Vergl. auch die Tabellen XLI—XLIII).

Tabelle XLIV.

Isomorphe Reihe.

Chemischer Bestand	Molek.-Gew. M	Rhombisch $a:c$ $b=1$	Spez. Gew. D	$KV = a \cdot c$	$KV \cdot D$	$Q = \frac{KV \cdot D}{M}$	Verhältniszahlen
K_2SO_4	174,36	0,5727 : 0,7418	2,666	0,42484	1,1326	0,0064957	10
K_2SeO_4	221,50	0,5731 : 0,7319	3,067	0,41945	1,2864	0,0058080	9 (8,941)
K_2CrO_4	194,4	0,5695 : 0,7297	2,733	0,41555	1,1357	0,0058421	9 (8,9938)

11. Schichtkristalle und Mischkristalle.

Öfters haben die Kristalle verschiedener Körper die Eigentümlichkeit, daß der eine Kristall den andern derart umwächst, daß schließlich ein Individuum entsteht, welches aus Schalen oder Zonen der beiden Körper zusammengesetzt ist. Solche Kristalle bezeichnet man als

Schichtkristalle. Sie bilden sich zumeist dann, wenn zwischen den Formen der beiden Körper einerseits und zwischen ihrer chemischen Zusammensetzung andererseits eine große Ähnlichkeit besteht. Demnach tritt die Erscheinung am häufigsten auf bei eutropischen und isomorphen Körpern, wie z. B. bei den Alaunen oder bei den Doppelsulfaten; seltener dagegen bei Kristallen, die weder eutropisch noch isomorph sind, wie leicht einzusehen ist; relativ am häufigsten noch bei isodimorphen, bei denen ja eine chemische sowohl als eine Winkelähnlichkeit besteht. Doch auch bei Substanzen, die in chemischer Hinsicht gar nichts miteinander zu tun haben, die also nur homöomorph sind, wie z. B. Kalkspat und Natronsalpeter ist diese Erscheinung zu beobachten. Die Bildung von Schichtkristallen dokumentiert für die betreffenden Körper eine höhere Art der gesetzmäßigen Verwachsung (siehe daselbst), die vermutlich ihre Ursache in einer Ähnlichkeit der Winkel, des Volumens und der Verteilung der Kristallisationskraft hat.



Fig. 438. Schichtkristall aus Kalknatronfeldspat von verschiedener Zusammensetzung aufgebaut. Zwischen gekreuzten Nicols.

Je größer diese Ähnlichkeiten sind, umso leichter, umso vollkommener ist die Bildung von Schichtkristallen, sodaß bei den höchsten Graden der Vollkommenheit sogar ein beliebiges Bruchstück eines Kristalls des einen Körpers in der Lösung des anderen Körpers wieder ausheilt und fortwächst. Dies tritt am sichersten ein, je vollkommener isomorph die beiden Körper, je ähnlicher sie in chemischer Beziehung sind.

Solche, inbezug auf die Kristalle mehr oder minder nahe verwandte Körper haben auch die Eigenschaft, die Übersättigung in übersättigten Lösungen der verwandten Körper aufzuheben, die Kristallisation einzuleiten, also die Rolle von Keimen zu übernehmen. Auch hier wird natürlich der nächstverwandte Körper die stärkste Wirkung zeigen.

Außer der Eigenschaft, Schichtkristalle zu bilden, haben aber kristallographisch oder chemisch verwandte Körper noch eine andere wichtige Eigenschaft: sie bilden Mischkristalle. Entweder mischen sie sich nun in jedem Verhältnis oder nur in beschränktem Umfange. Bald wird gesagt, daß die Mischkristalle additive Eigenschaften besitzen, d. h. die Eigenschaften sind lineare Funktionen der chemischen Zusammensetzung, bald ist dies nicht der Fall. Manche mischen sich bei jeder Temperatur, bei anderen kann die Mischbarkeit durch Temperaturänderung herbeigeführt oder ihrem Umfange nach vermehrt werden.

Die Ursache der Mischbarkeit ist offenbar in einer Ähnlichkeit der Winkel, des Volumens, der Wachstumskraft zu suchen, die mit der Verwandtschaft der Körper wohl zumeist steigt und mit Temperatursteigerung sich vermehren oder vermindern kann. Somit kann man sagen, daß eutropische und isomorphe sich am leichtesten mischen werden, daß bei ihnen am ehesten additive Eigenschaften der Mischungen zu erwarten sind; weniger leicht werden sich andere, besonders homöomorphe, mischen, doch sind auch hier additive Eigenschaften nicht ausgeschlossen. Am wenigsten leicht werden wir Mischbarkeit

bei solchen Körpern zu erwarten haben, welche in verschiedenen Symmetrieklassen kristallisieren, und zumeist wird es sich hier um Mischungen handeln, die nur in beschränktem Umfange stattfinden oder bei bestimmten Temperaturen einen erheblichen Betrag erreichen. Bei den kristallisierten Flüssigkeiten kennen wir solche, die sich bei höherer Temperatur in ganz ausgezeichneter Weise mischen, sich aber beim Abkühlen entmischen. Soweit solche Mischungen als feste Lösungen zu betrachten sind, ist der Satz ausgesprochen worden, daß alle Körper sich in größerem oder geringerem Umfange ineinander lösen.

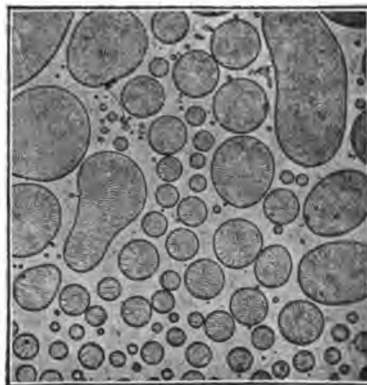


Fig. 439. Kristallisierte und entmischte Flüssigkeit. Lösung von Cholesterylbenzoat in *p*-Azoxyphenetol. Jeder einzelne Tropfen zeigt Schichtung infolge Entmischung. (Nach Lehmann.)

Inwieweit bei Mischkristallen überhaupt solche vorkommen, deren Glieder additive Eigenschaften besitzen, bei denen also sämtliche Eigenschaften lineare Funktionen der chemischen Zusammensetzung sind und bei denen man also aus der chemischen Zusammensetzung und den Eigenschaften der Endglieder die der Mischglieder vorhersagen kann, ist heute noch nicht mit Sicherheit erwiesen. Sicher ist, wie nachstehende Tabellen zeigen, daß sogar bei eutropischen Körpern Mischkristalle vorkommen, die keine additiven Eigenschaften haben. Auch bei den Kalknatronfeldspäten, bei denen man früher additive Eigenschaften angenommen hat, zeigten genauere Untersuchungen ziemlich erhebliche Abweichungen.

Mischkristalle eutropischer Körper. XLV. Der Barytocölestin steht nach seinem Achsenverhältnis nicht zwischen Cölestin und Baryt; XLVI. der Alstonit nach Achsenverhältnis, Härte und optischem Achsenwinkel ($2Ea$) nicht zwischen Aragonit und Witherit.

Tabelle XLV.

Cölestin	$SrSO_4$	Rhombisch $a:b:c$	= 0,7789 : 1 : 1,2800
Barytocölestin	$(Sr, Ba)SO_4$		= 0,7666 : 1 : 1,2534
Baryt	$BaSO_4$		= 0,8152 : 1 : 1,3136

Tabelle XLVI.

	Chemischer Bestand	Rhombisch $a:b:c$	Härte	Spaltbarkeit	Spez. Gewicht	$2Ea$ für Na	Opt. Achsenebene
Aragonit	$CaCO_3$	0,6224 : 1 : 1,7205	$3^1/_2$—4	$\infty P\breve{\infty}, \infty P$	2,93—2,95	30° 54′	$\infty P\bar{\infty}$
Alstonit	$(Ca, Ba)CO_3$	0,5910 : 1 : 0,7390	4—$4^1/_2$	∞P	3,718	9° 50′	$\infty P\bar{\infty}$
Witherit	$BaCO_3$	0,6032 : 1 : 0,7302	3—$3^3/_4$	$\infty P\breve{\infty}, \infty P$	4,29—4,55	26° 30′	$\infty P\breve{\infty}$

Tabelle XLVII.

Eigenschaften der Mischkristalle von Albit ($NaAlSi_3O_8$) und Anorthit ($CaAl_2Si_2O_8$) sog. Kalknatronfeldspäte.

Chemische Zusammensetzung	Theoretisch berechnete Auslöschungsschiefe auf $\mathfrak{P}$	Beobachtete Auslöschungsschiefe auf $\mathfrak{P}$	Fundort	Beobachtete Auslöschungsschiefe auf $\mathfrak{M}$	Theoretisch berechnete Auslöschungsschiefe auf $\mathfrak{M}$	Chemische Zusammensetzung	∢ σ
Ab[1])	+ 4°30′	+4°12′	Kasbék (Kaukasus)	+18°44′	+19°	*Ab*	+22°
Ab_8An_1	+ 3°12′	—	—	—	+13°49′	Ab_8An_1	—
Ab_6An_1	+ 2°45′	+2°3′ b. —2°37′	Sobboth	+11°13′ b. —11°36′	+11°59′	Ab_6An_1	—
Ab_4An_1	+ 1°55′	+2°5′ b. —1°32′	Ytterby	+9°6′ bis —4°54′	+8°17′	Ab_4An_1	+5°(ca.)
Ab_2An_1	— 0°35′	—	—	—	—2°15′	Ab_2An_1	—
Ab_1An_1	— 5°10′	—5°12′ b. —5°24′	Labrador	—17° bis —18°30′	—16°	Ab_1An_1	—2°1′
Ab_1An_2	—12°28′	—	—	—	—26°	Ab_1An_2	—
Ab_1An_3	—17°40′	—14°30′ b. —20°	Närödal	—28° bis —32°	—29°28′	Ab_1An_3	—8°48′
Ab_1An_6	—27°33′	—	—	—	—33°29′	Ab_1An_6	—
Ab_1An_8	—28°4′	—	—	—	—33°40′	Ab_1An_8	—
An	—37°	— 36° bis — 42°	Vesuv	—37° bis —43°	—36°	*An*	—16°2′

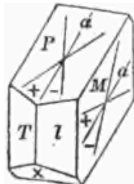


Fig. 440.

1) *Ab* bedeutet Albit $NaAlSi_3O_8$; *An* bedeutet Anorthit $CaAl_2Si_2O_8$. Die Bedeutung von + und — ergibt sich aus nebenstehender Figur 440. σ bedeutet den Winkel der Trace des rhombischen Schnittes (s. S. 134) gegen die Achse a.

Alphabetisches Inhaltsverzeichnis.



Erklärung der Tafeln.

Taf. I. Interferenzfarben eines Quarzkeils im parallelen polarisierten Lichte zwischen gekreuzten Nicols in Diagonalstellung.

Taf. II. Achsenbilder im konvergenten polarisierten Lichte zwischen gekreuzten Nicols. *A* und *P* sind die Schwingungsrichtungen von Analysator und Polarisator.

Fig. 1. Optisch-einachsig.

2. Optisch-einachsig, zirkularpolarisierend.

3—10. Optisch-zweiachsig. Fig. 3, 5, 7, 9 optische Achsenebene parallel der Schwingungsrichtung eines Nicolhauptschnittes. Fig. 4, 6, 8, 10 optische Achsenebene diagonal gegen die Nicolhauptschnitte.

3 u. 4. Rhombisch. Achsenbild symmetrisch nach der optischen Achsenebene und senkrecht dazu.

5 u. 6.	Monoklin. Optische Achsenebene senkrecht zur Symmetrieebene	Schnitt ⊥ zur Symmetrieebene	Bild symmetrisch ⊥ zur opt. Achsenebene	horizontale Dispersion
7 u. 8.		Schnitt ∥ zur Symmetrieebene	Bild symmetrisch nach einer zweizähligen Achse (übers Kreuz)	gekreuzte Dispersion
9 u. 10.	Monoklin. Optische Achsenebene in der Symmetrieebene	Schnitt ⊥ zur Symmetrieebene	Bild symmetrisch nach der optischen Achsenebene	geneigte Dispersion

Taf. III. Fig. 1. *a.* Ein Würfel von Cordierit, parallel den drei Absorptionsachsen geschliffen, mit Pleochroismus.

b. Die drei Absorptionsachsen mit ihren Farben, deren Mischungen man auf den drei Flächen der Fig. *a* sieht.

2. *a* und *b.* Coordieritgeschiebe in verschiedenen Stellungen.

3. *a.* Turmalinkristall mit Pleochroismus. Auf der Basis nur der ordentliche Strahl, auf dem Prisma eine Mischfarbe.

b. Die beiden Absorptionsachsen mit ihren Farben.

4. Dünnes Plättchen eines Plagioklas mit Zwillingsstreifung. Polarisationsfarben zwischen gekreuzten Nicols. Parallele Individuen zeigen gleiche Farbe.

5—9. Pyroelektrische Kristalle. Erwärmt und während des Abkühlens mit Schwefel und Mennige bestäubt. Analoger Pol rot, antiloger gelb.

5. Rechtsquarz }
6. Linksquarz } *b*, abgewickelter Kristall.

7. Quarzzwilling nach dem Schweizer Gesetz.

8. Boracit.

9. Struvit (Ammonium-Magnesiumphosphat).

Druck von Anton Kämpfe, Jena.



